



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

О.И. Петухова
Г.В. Шурыгина
В.Р. Храмшин
Ю.И. Мамлеева

АНАЛИЗ И РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

Магнитогорск
2013

УДК 621.3.045.53.(075)
ББК 31.211я7
А 64

Рецензенты:

Кандидат технических наук,
и.о. старшего менеджера УГЭ (по электрооборудованию),
ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат»

А.Ю. Юдин

Доктор технических наук, профессор кафедры ЭиЭМ,
ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет
им.Г.И. Носова»

А.С. Сарваров

Петухова О.И., Шурыгина Г.В., Храмшин В.Р., Мамлеева Ю.И.

Анализ и расчет трехфазных цепей [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ольга Игоревна Петухова, Галина Владимировна Шурыгина, Вадим Рифкатович Храмшин, Юлия Игоревна Мамлеева; ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». – Электрон. текстовые дан. (0,74 Мб). – Магнитогорск : ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2013. – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования : IBM PC, любой, более 1 GHz ; 512 Мб RAM ; 10 Мб HDD ; MS Windows XP и выше ; Adobe Reader 8.0 и выше ; CD/DVD-ROM дисковод ; мышь. – Загл. с титул. экрана.

ЭОР представляет собой интегрированный профессионально ориентированный электронный учебник, в котором углубленно рассматривается расчет трехфазных цепей при различных режимах работы. В каждой теме представлен теоретический материал и предлагаются задачи с расширенным объяснением и решением.

Данный материал разработан по причине недостаточного количества часов для изучения темы в аудиторных условиях.

Пособие предназначено для практических занятий по дисциплинам «Теоретические основы электротехники», «Электротехника и электроника».

УДК 621.3.045.53.(075)
ББК 31.211я7
А 64

© Петухова О.И., Шурыгина Г.В.,
Храмшин В.Р., Мамлеева Ю.И., 2013
© ФГБОУ ВПО «Магнитогорский
государственный технический
университет им. Г.И. Носова», 2013

Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ТЕМА: «РАСЧЕТ СИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ»	5
ТЕМА «РАСЧЕТ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ» ...	33
ТЕМА «МЕТОД СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ»	61
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	76

ВВЕДЕНИЕ

В успешном решении основной задачи высшей школы – подготовке высококвалифицированных специалистов важная роль принадлежит практическим занятиям, которые призваны развивать навыки самостоятельной работы студентов, их творческие способности.

Данное пособие содержит рекомендации по ознакомлению студентов электротехнических специальностей с общими приемами и алгоритмами решения задач по теме «Анализ электрического состояния трехфазных цепей» на практических занятиях по дисциплине «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ). Пособие может быть полезно и студентам других специальностей, изучающих дисциплину «Электротехника и электроника».

Естественно, что все рекомендации, предлагаемые по данной теме, необходимо воспринимать с учетом особенностей специальностей, на которых преподается ТОЭ. Необходимо стремиться к тому, чтобы большая часть задач имела связь с будущей инженерной деятельностью студента.

ТЕМА: «РАСЧЕТ СИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ»

1.1. Свойства трехфазных цепей

Трехфазной называется электрическая цепь, в ветвях которой действуют три одинаковые по амплитуде синусоидальные ЭДС, имеющие одну и ту же частоту, сдвинутые по фазе одна относительно другой на угол $2\pi/3$ (120°). В качестве источника электрической энергии в трехфазных цепях используются синхронные генераторы.

В трех обмотках статора генератора (рис. 1.1), называемых его фазами, и индуцируются указанные три ЭДС. ЭДС фаз изменяются в соответствии с выражениями:

$$e_A(t) = E_{Am} \sin \omega t;$$

$$e_B(t) = E_{Bm} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$e_C(t) = E_{Cm} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right).$$

$$E_{Am} = E_{Bm} = E_{Cm} = E_{\phi m}.$$

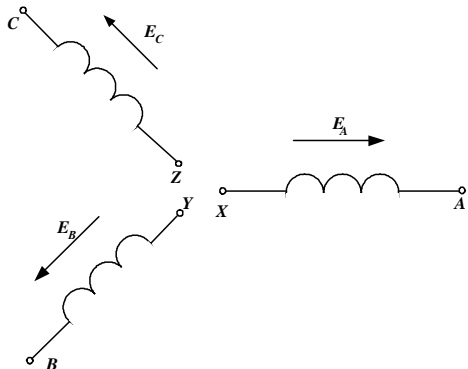


Рис.1.1.Обмотки статора

Графики мгновенных значений ЭДС приведены на рис. 1.2.

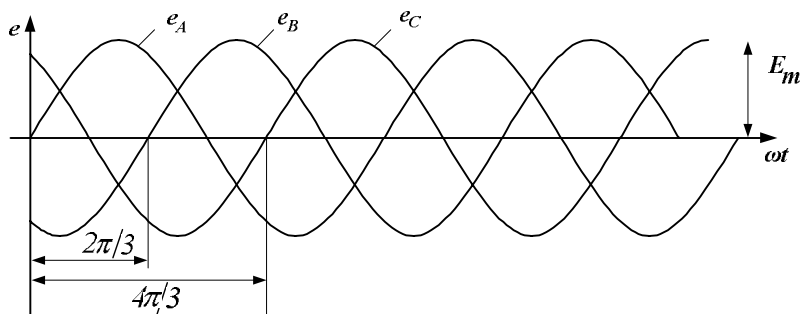
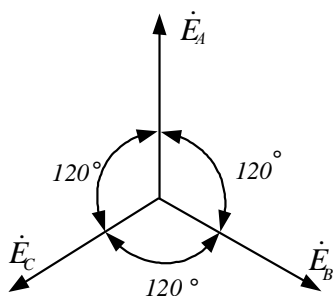


Рис.1.2.Временные диаграммы ЭДС.

Действующие значения фазных ЭДС равны:.



$$E_{\phi} = \frac{E_{Am}}{\sqrt{2}} = \frac{E_{Bm}}{\sqrt{2}} = \frac{E_{Cm}}{\sqrt{2}}$$

Комплексные значения будут иметь вид:

$$\dot{E}_A = E_{\phi} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j0}$$

$$\dot{E}_B = E_{\phi} e^{-j2\pi/3}$$

$$\dot{E}_C = E_{\phi} e^{j2\pi/3}$$

Рис.1.3. Векторная диаграмма фазных ЭДС

Векторная диаграмма фазных ЭДС будет иметь вид, приведенный на рис.1.3. Важным свойством симметричной трехфазной системы ЭДС является равенство нулю суммы мгновенных значений фазных ЭДС в любой момент времени.

$$e_A + e_B + e_C = 0$$

Сумма комплексов фазных ЭДС также равна 0.

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

1.2. Способы соединения трехфазных цепей

Существуют два основных способа соединения обмоток генераторов и приемников в трехфазных цепях – звездой и треугольником.

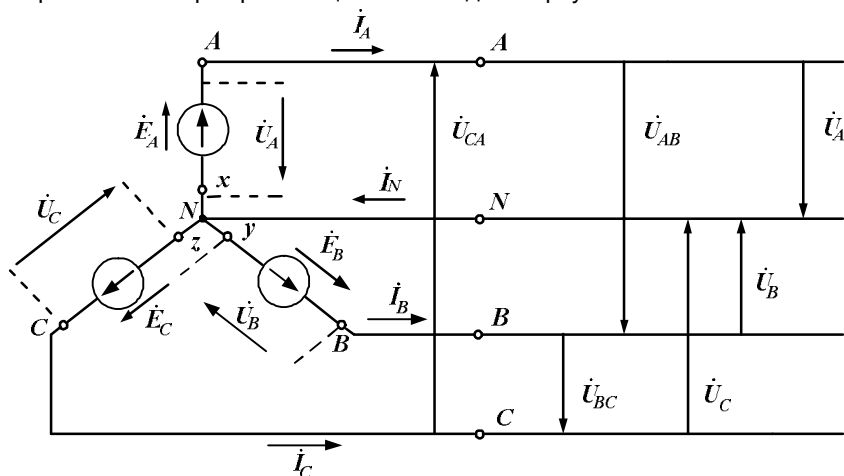


Рис.1.4. Схема соединения фаз генератора звездой с нейтральным проводом.

При соединении обмоток фаз источника звездой концы обмоток X,Y,Z объединяют в одну общую точку N (рис.1.4).

Соединение фаз генератора треугольником показано на рис.1.5.

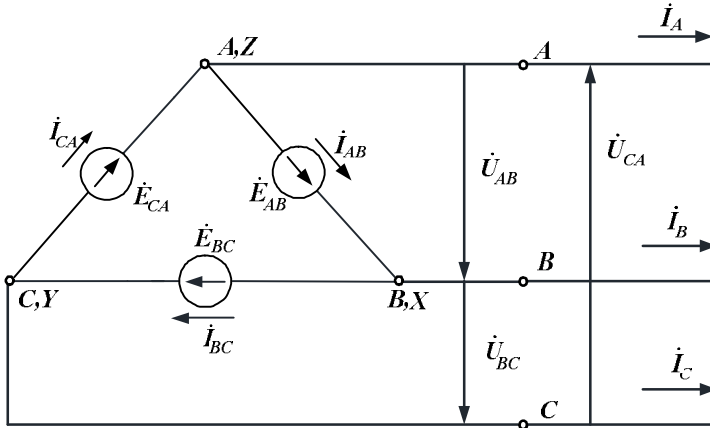


Рис.1.5. Схема соединения фаз генератора треугольником

В обоих случаях начала A,B,C трех фаз с помощью линейных проводов подключают к приемникам электрической энергии, которые также соединяются звездой или треугольником.

Следует заметить, что способы соединения фаз источника и приемника могут быть различными и одинаковыми (Y-Y, Y-Δ, Δ-Δ, Δ-Y). При соединении фаз источника и приемника Y-Y может быть применен нейтральный (нулевой) провод $N - n$, соединяющий нейтральные точки генератора и приемника.

Электрические цепи с нейтральным проводом называют четырехпроводными, без нейтрального - трехпроводными.

В трехфазных электрических цепях различают фазные и линейные напряжения и токи.

Фазными называют напряжения между началами и концами отдельных фаз источника или приемника.

Под фазными токами понимают токи в фазах источника или приемника:

для схемы соединения фаз генератора звездой с нейтральным проводом (рис.1.4.):

- фазные напряжения U_A, U_B, U_C .
- фазные токи I_A, I_B, I_C .

для схемы соединения фаз генератора треугольником (рис.1.5):

- фазные напряжения U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} .
- фазные токи I_{AB}, I_{BC}, I_{CA} .

Линейными называются напряжения между началами фаз источника или приемника, либо между линейными проводами. Линейными токами называются токи в трех линейных проводах, соединяющих источник и приемник:

для схемы соединения фаз генератора звездой с нейтральным проводом (рис.1.4.):

- линейные напряжения U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} .
- линейные токи I_A, I_B, I_C .

для схемы соединения фаз генератора треугольником (рис.1.5):

- линейные напряжения U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} .
- линейные токи I_A, I_B, I_C .

1.3. Соотношения между фазными и линейными напряжениями источника.

Построим векторную диаграмму при соединении фаз генератора звездой (рис.1.6).

Сначала строим векторы фазных напряжений

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A; \dot{E}_B = \dot{U}_B; \dot{E}_C = \dot{U}_C.$$

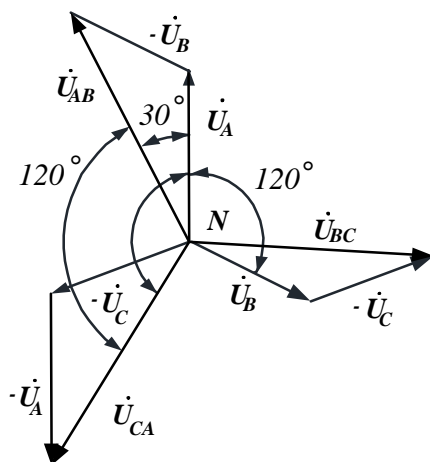


Рис.1.6. Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений источника при соединении фаз звездой.

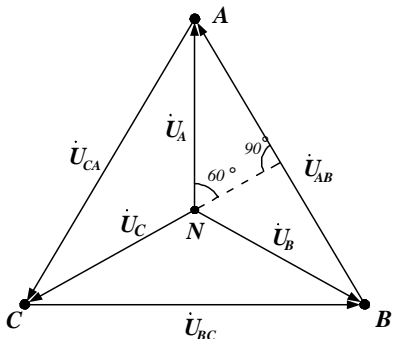
На основании уравнений по II закону Кирхгофа для контуров $NABN$, $NBCN$, $NCAN$ нетрудно получить следующие уравнения, связывающие линейные и фазные напряжения.

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B;$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C;$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

Используя полученные выражения и имея векторы фазных напряжений можно построить векторы линейных напряжений.



Векторы линейных напряжений чаще всего изображают соединяющими векторы соответствующих фазных напряжений как показано на рис.1.7.

Из векторной диаграммы следует:

$$U_{AB} = 2U_A \sin 60^\circ = \sqrt{3}U_A.$$

Рис.1.7. Векторная диаграмма

Такое же соотношение существует между двумя другими линейными и фазными напряжениями. Рассматривая векторную диаграмму (рис.1.6) можно сделать следующие выводы:

- фазные и линейные напряжения не совпадают по фазе;
- при условии симметрии фазных напряжений генератора

$$U_{Л} = \sqrt{3}U_{Ф}.$$

Анализируя схему соединения обмоток треугольником (рис.5.), можно записать:

$$U_{Л} = U_{Ф}.$$

Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений при соединении источника треугольником приведена на рис.1.8.

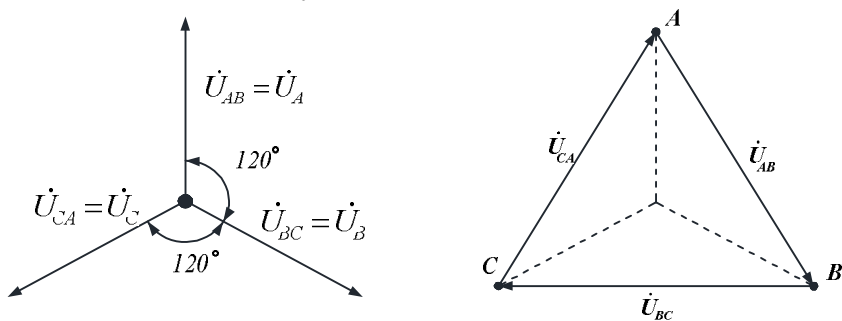


Рис.1.8. Векторная диаграмма

1.4. Соединение приемников звездой с нейтралью

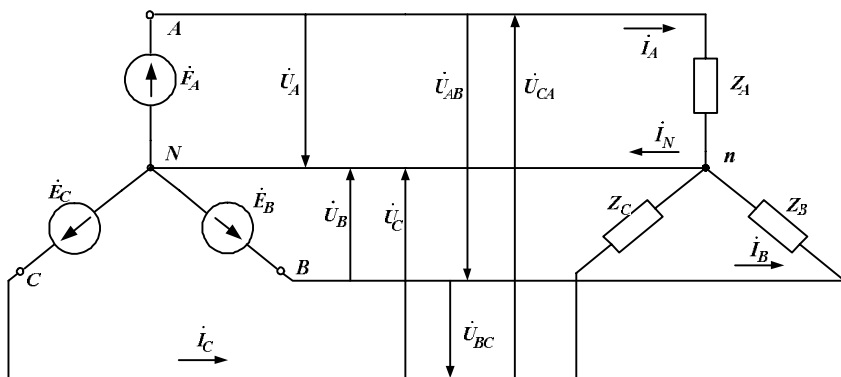


Рис.1.9.Соединение приемников звездой с нейтралью

Если не учитывать сопротивлений линейных проводов, то следует считать значения линейных и фазных напряжений приемника равными соответственно значениям линейных и фазных напряжений источника. Вследствие этого векторная диаграмма, построенная нами для источника, не отличается от векторной диаграммы для приемника. Линейные и фазные напряжения, как и у источника, образуют две симметричные системы напряжений. Очевидно, что между этими напряжениями существует соотношение:

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\phi}$$

Из схемы видно, что при соединении звездой линейные токи равны соответствующим фазным токам:

$$I_{\text{л}} = I_{\phi}$$

С помощью 1 закона Кирхгофа получим следующее соотношение между фазными токами и током нейтрального провода:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Построим векторную диаграмму (рис.1.10) в случае активно-индуктивной нагрузки в фазах приемника.

Фазные токи отстают от фазных напряжений на угол φ . Имея векторы фазных токов можно построить вектор тока нейтрального провода.

Если нейтральный провод отсутствует, то:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

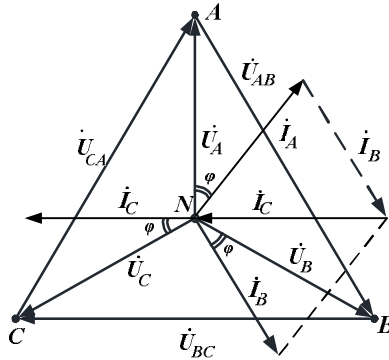


Рис.1.10. Векторная диаграмма трехфазной цепи в случае симметричной активно-индуктивной нагрузки

1.4.1. Симметричная нагрузка.

Нагрузка считается симметричной, когда равны в отдельности активные и реактивные сопротивления фаз:

$$R_\phi = R_A = R_B = R_C \text{ и } x_A = x_B = x_C = x_\phi, \text{ где}$$

$$x_A = x_{LA} - x_{CA} \text{ и т.д. или}$$

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi.$$

Рассмотрим четырехпроводную схему.

В отношении любой фазы справедливы все формулы, полученные ранее для однофазных цепей:

для фазы A:

$$I_A = \frac{U_A}{Z_A},$$

где I_A и U_A - действующие значения тока и напряжения фазы A;

$$\varphi_A = \arctg \frac{x_A}{R_A} = \arccos \frac{R_A}{z_A};$$

$$Z_A = \sqrt{R_A^2 + (x_{AL} - x_{AC})^2}.$$

В комплексном виде:

$$\underline{i}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{\underline{U}_\phi e^{j0}}{\underline{Z}_A e^{j\varphi}} = I_\phi e^{-j\varphi}.$$

Аналогично для фаз В и С:

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{\dot{U}_\phi e^{-j120^\circ}}{\underline{Z}_B e^{j\varphi}} = I_\phi e^{-j(120+\varphi)},$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{\dot{U}_\phi e^{j120^\circ}}{\underline{Z}_C e^{j\varphi}} = I_\phi e^{j(120-\varphi)}.$$

Активная мощность фазы А равна мощностям фаз В и С.

$$P_\phi = P_A = P_B = P_C = U_A I_A \cos \varphi_A = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = I_A^2 R;$$

Реактивная аналогична:

$$Q_\phi = Q_A = Q_B = Q_C = U_\phi I_\phi \sin \varphi = I_\phi^2 x_\phi;$$

Полная мощность:

$$S_\phi = S_A = S_B = S_C = \sqrt{P_\phi^2 + Q_\phi^2}.$$

Из приведенных выражений и векторной диаграммы (рис.1.10) следует, что при симметричной нагрузке образуется симметричная система токов, поэтому ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0. \text{ Очевидно, что отключение нейтрального}$$

провода при $I_N = 0$ не приведет к изменению фазных напряжений, токов, мощностей и векторной диаграммы. Даже при отсутствии

нейтрального провода фазные напряжения $U_\phi = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}}$.

Из сказанного следует, что при симметричной нагрузке в нейтральном проводе нет необходимости.

Мощности трехфазного приемника при симметричной нагрузке могут быть выражены:

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi;$$

$$Q = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi;$$

$$S = 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{P^2 + Q^2};$$

Учитывая, что $U_\phi = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}}$ и $I_{\text{Л}} = I_\phi$ получим:

$$P = \sqrt{3} U_{\text{Л}} I_{\text{Л}} \cos \varphi_\phi;$$

$$Q = \sqrt{3} U_{\text{Л}} I_{\text{Л}} \sin \varphi_\phi;$$

$$S = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}.$$

Задача 1.1 Трехфазный асинхронный двигатель мощностью 14 кВт подсоединен звездой к сети с линейным напряжением 380 В. Найти токи в линейных проводах, если двигатель работает с КПД 87% при коэффициенте мощности $\cos \varphi = 0,87$. Определить активное и индуктивное сопротивление обмоток фаз двигателя. Построить векторную диаграмму.

Решение. Трехфазный асинхронный двигатель является симметричной активно-индуктивной нагрузкой, поэтому он присоединяется к сети тремя линейными проводами.

1. Определим ток в линейном проводе.

Мощность, указанная в условии задачи – это полезная механическая мощность P_2 на валу двигателя. Она связана с мощностью P_1 , потребляемой двигателем из сети через КПД:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta}.$$

С другой стороны P_1 можно определить как

$$P_1 = \sqrt{3}I_{\text{л}}U_{\text{л}} \cos \varphi,$$

откуда получаем:

$$I_{\text{л}} = \frac{P_2}{\sqrt{3}U_{\text{л}} \cos \varphi \eta};$$

$$I_{\text{л}} = \frac{14000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,87 \cdot 0,87} = 28,14 \text{ A}.$$

Следует отметить, что в расчетную формулу P_2 необходимо подставлять в ваттах, а η - в относительных единицах, а не в процентах.

2. Полное сопротивление фазы двигателя определим как

$$z_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{I_{\phi}}.$$

Учитывая, что $U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}}$ и $I_{\phi} = I_{\text{л}}$, имеем:

$$z_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}I_{\text{л}}} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 28,14} = 7,82 \text{ Ом};$$

Активное и индуктивное сопротивления фазы двигателя определяем по формулам

$$R_\phi = z_\phi \cos \varphi;$$

$$X_\phi = z_\phi \sin \varphi,$$

где $\varphi = \arccos 0,87 = 30^\circ$.

Имеем:

$$R_\phi = 7,82 \cdot 0,87 = 6,8 \text{ Ом};$$

$$X_\phi = 7,82 \cdot 0,5 = 3,9 \text{ Ом}.$$

3. Выбираем масштабы токов и напряжений и строим векторную диаграмму (рис.1.11).

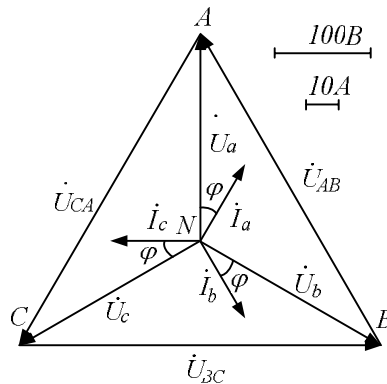


Рис.1.11

Задача 1.2. Симметричная нагрузка питается от сети, система линейных напряжений которой симметрична: $U_\Delta = 220$ В. Показание ваттметра (рис.1.12) составляет 2520 Вт; показание амперметра равно 20 А. Найти активную, реактивную и полную мощности трехфазной нагрузки. Определить фазные сопротивления, считая, что нагрузка соединена: а) звездой, б) треугольником.

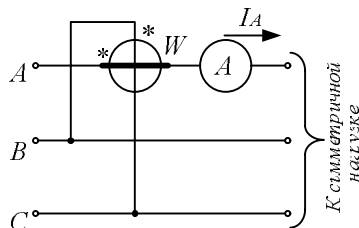


Рис.1.12

Решение. Показания ваттметра

$$P_W = U_{BC} I_A \cos \varphi_1 = U_{BC} I_A \sin \varphi_n.$$

Из векторной диаграммы (рис.1.13) найдем: $\varphi_1 = 90^\circ - \varphi_n$.

Реактивная мощность трехфазной нагрузки

$$Q = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi_n = \sqrt{3} P_W = 4360 \text{ ВАр}$$

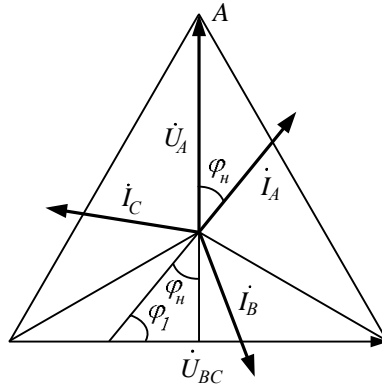


Рис.1.13

Определим аргумент нагрузки:

$$\sin \varphi_n = \frac{P_W}{U_{л} I_{л}} = 0,574; \quad \varphi_n = 35^\circ.$$

Активная и полная мощности системы

$$P = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi_n = 6240 \text{ Вт}.$$

$$S = \sqrt{3} U_{л} I_{л} = 7620 \text{ ВА}.$$

а) При соединении нагрузки звездой $U_\phi = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}}$ и $I_\phi = I_{л}$, фазное

сопротивление

$$z_{\phi Y} = \frac{U_\phi}{I_\phi} e^{j\varphi_n} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3} I_{л}} e^{j\varphi_n} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 20} e^{j35^\circ} = 6,35 e^{j35^\circ} \text{ Ом}$$

б) При соединении нагрузки треугольником $U_\phi = U_{л}$ и $I_\phi = \frac{I_{л}}{\sqrt{3}}$,

фазное сопротивление

$$z_{\phi\Delta} = \frac{U_{\phi}}{I_{\phi}} e^{j\varphi_n} = \frac{U_{\phi} \sqrt{3}}{I_{\phi}} e^{j\varphi_n} = \frac{220 \cdot \sqrt{3}}{20} e^{j35^{\circ}} = 19,05 e^{j35^{\circ}} \text{ Ом} .$$

Задача 1.3. Найти токи в приемниках и линии цепи (рис.1.14), построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений при $U_n = 380 \text{ В}$ в начале линии.

Дано: $\omega L = 5 \text{ Ом}$; $r = 10 \text{ Ом}$; $1/\omega C = 30 \text{ Ом}$.

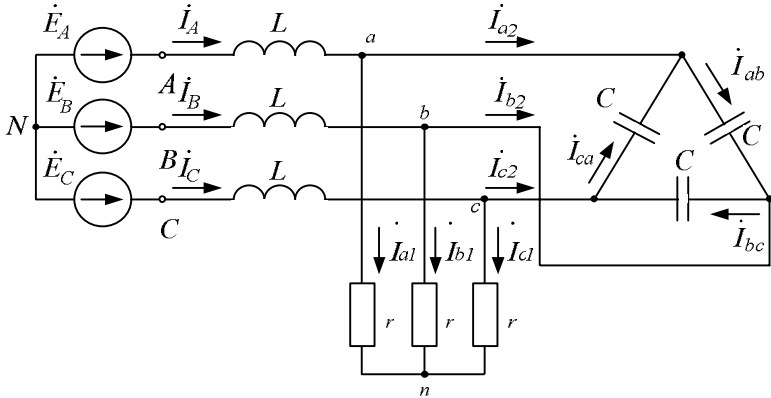


Рис.1.14

Решение. Для симметричного источника, соединенного звездой, фазные ЭДС $E_A = E_B = E_C = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$. Примем

$$\dot{E}_A = 220 e^{j0^{\circ}} \text{ В}, \text{ тогда } \dot{E}_B = 220 e^{-j120^{\circ}} \text{ В}, \dot{E}_C = 220 e^{j120^{\circ}} \text{ В}.$$

Преобразуем симметричный треугольник сопротивлений $1/\omega C$ в эквивалентную звезду с сопротивлением

$$1/\omega C' = (1/3)(1/\omega C) = 30/3 = 10 \text{ Ом}.$$

Объединив нейтральные точки приемников с нейтралью источника (можно соединить, так как цепь симметричная и потенциалы одинаковые), получим расчетную схему для одной фазы (фазы А), показанную на рис.1.15.

Для этой схемы

$$\underline{Z}_{\text{эк}} = j\omega L + \frac{r(-j/\omega C')}{r - j/\omega C'} = j5 + \frac{10(-j10)}{10 - j10} = 5 \text{ Ом};$$

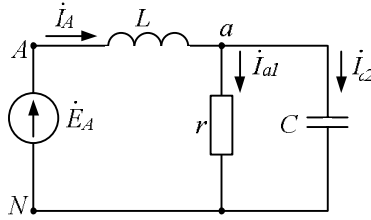


Рис.1.15

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_{\text{эк}}} = \frac{220e^{j0^\circ}}{5} = 44e^{j0^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{a1} = \dot{I}_A \frac{-j/\omega C'}{r - j/\omega C'} = 44 \frac{-j10}{10 - j10} = 31,1e^{-j45^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{a2} = \dot{I}_A \frac{r}{r - j/\omega C'} = 44 \frac{10}{10 - j10} = 31,1e^{j45^\circ} \text{ A};$$

Соответствующие токи в фазах В и С:

$$\dot{I}_B = 44e^{-j120^\circ} \text{ A}; \quad \dot{I}_C = 44e^{j120^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{b1} = 31,1e^{j(-45-120)^\circ} = 31,1e^{-j165^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{c1} = 31,1e^{j(-45+120)^\circ} = 31,1e^{j75^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{b2} = 31,1e^{j(45-120)^\circ} = 31,1e^{-j75^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{c2} = 31,1e^{j(45+120)^\circ} = 31,1e^{j165^\circ} \text{ A}.$$

Фазные токи приемника, соединенного треугольником

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{I}_{a2}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = \frac{31,1e^{j45^\circ}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = 17,95e^{j75^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{I}_{b2}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = \frac{31,1e^{-j75^\circ}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = 17,95e^{-j45^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{I}_{c2}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = \frac{31,1e^{j165^\circ}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = 17,95e^{j195^\circ} \text{ A}.$$

Для построения топографической диаграммы напряжений прием

$$\dot{\phi}_N = \dot{\phi}_n = 0;$$

$$\dot{\phi}_N = \dot{\phi}_n = 0, \text{ тогда}$$

$$\dot{\phi}_A = \dot{E}_A = 220e^{j0^\circ} B;$$

$$\dot{\phi}_B = \dot{E}_B = 220e^{-j120^\circ} B;$$

$$\dot{\phi}_C = \dot{E}_C = 220e^{j120^\circ} B;$$

$$\dot{\phi}_a = \dot{\phi}_n + r\dot{I}_{a1} = 10 \cdot 31,1e^{-j45^\circ} = 311e^{-j45^\circ} B;$$

$$\dot{\phi}_b = \dot{\phi}_n + r\dot{I}_{b1} = 10 \cdot 31,1e^{-j165^\circ} = 311e^{-j165^\circ} B;$$

$$\dot{\phi}_c = \dot{\phi}_n + r\dot{I}_{c1} = 10 \cdot 31,1e^{j75^\circ} = 311e^{j75^\circ} B.$$

Векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений показаны на рис.1.16.

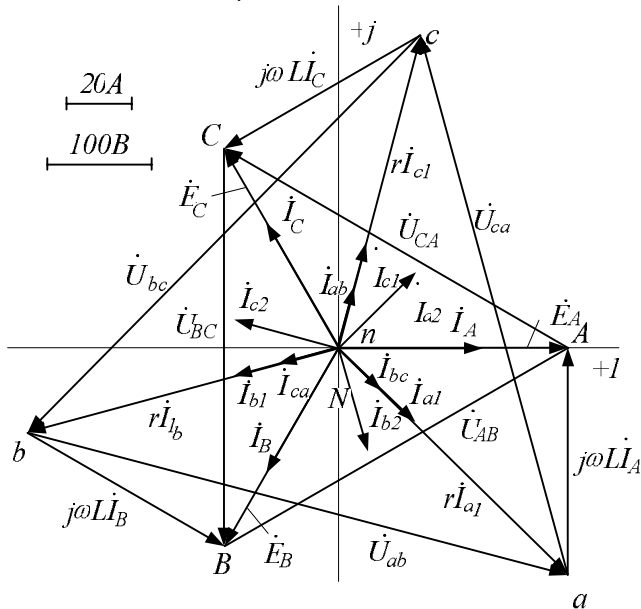


Рис.1.16

Задача 1.4.

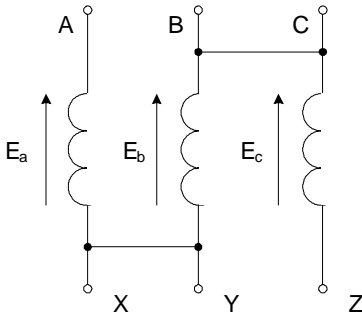


Рис.1.17

Определить напряжение между свободными концами вторичных обмоток трансформатора (рис.1.17). Фазные напряжения на обмотках равны 127 В.

Построить топографическую диаграмму и сделать вывод по схеме соединения обмоток.

Решение: Для наглядности нарисуем схему следующим образом (рис.1.18):

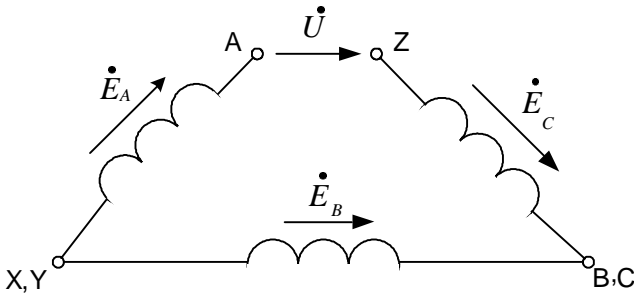


Рис.1.18

При произвольно выбранном направлении вектора напряжения \dot{U} составим уравнение по второму закону Кирхгофа и решим относительно \dot{U} :

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{E}_A + \dot{E}_C - \dot{E}_B = \\ &= 127e^{j0^\circ} + 127e^{j120^\circ} - 127e^{-j120^\circ} = \\ &= 127(1 + \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ - \cos(-120^\circ) - j \sin(-120^\circ)) = \\ &= 127(1 + 1.73j) = 127 \times 2e^{j60^\circ} = 254e^{j60^\circ} \text{ В} \end{aligned}$$

Следовательно напряжение между свободными концами обмоток равно $U = 254 \text{ В}$, что свидетельствует о неправильном соединении

обмоток трансформатора. Правильное соединение в треугольник показано на рис.1.19.

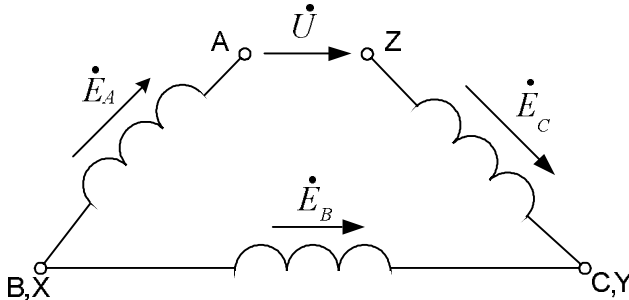


Рис 1.19

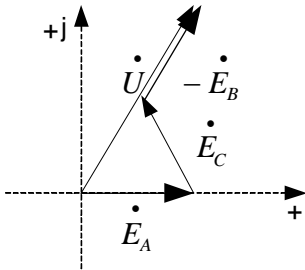


Рис 1.20.

При этом напряжение между А и Z будет равно нулю, то есть должно выполняться

$$\text{уравнение } \dot{U} = \dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0.$$

Векторная диаграмма строиться на комплексной плоскости (рис.1.20)

Задача 1.5 Приёмник с симметричной нагрузкой фаз подключён к трёхфазной цепи. На приёмнике $U_A = 34,7 \text{ kВ}$, $P = 6 \text{ МВт}$, $\cos \varphi = 0,866$. Сопротивление каждого линейного провода $Z = 20e^{j60^\circ}$. Определить напряжение в начале линии.

Решение: Пусть нагрузка соединена звездой, тогда расчётная схема имеет вид(рис.1.21):

1. Фазное напряжение приёмника равно:

$$\dot{U}'_A = \frac{U'_A}{\sqrt{3}} = \frac{34,7 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ} = 20 \cdot 10^3 \text{ В.}$$

2. Линейный ток определим из выражения для активной мощности при симметричной нагрузке:

$$P = \sqrt{3} U_{\Lambda} I_{\Lambda} \cos \varphi ;$$

$$I_{\Lambda} = \frac{P}{\sqrt{3}U_{\Lambda} \cos \varphi} = \frac{6 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 34,7 \cdot 10^3 \cos \varphi} = 115,41 A.$$

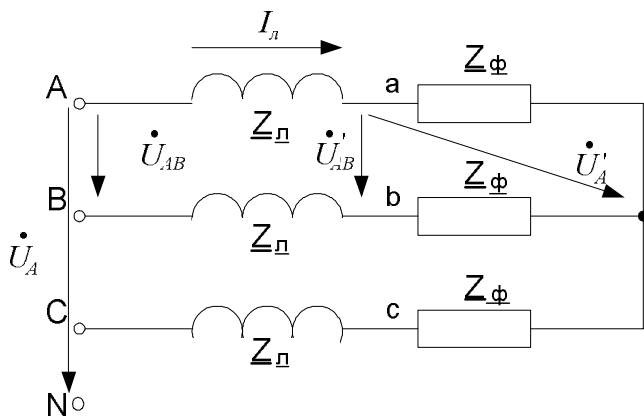


Рис.1.21

3. Фазная нагрузка:

$$\underline{Z}_{\phi} = Z e^{j\varphi},$$

где φ - угол сдвига между фазным напряжением и током:

$$\varphi = \arccos 0,866 = 30^{\circ}.$$

4. Итак, комплексы фазных напряжений и тока равны:

$$\dot{U}'_A = 20 \cdot 10^3 B;$$

$$\dot{I}_A = 115,4 e^{j-30^{\circ}} A;$$

в случае активно-индуктивной нагрузки.

5. По второму закону Кирхгоффа запишем:

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}'_A + \dot{I}_A \underline{Z}_{\Lambda} = 20 \cdot 10^3 + 115,4 e^{j-30^{\circ}} \cdot 20 e^{j60^{\circ}} = \\ &= 20 \cdot 10^3 + 2308,2 e^{j30^{\circ}} = 21999 + 1154,1 j = 22029 e^{j30^{\circ}} B. \end{aligned}$$

6. Линейное напряжение в начале линии:

$$U_{\Lambda} = U_{\phi} \sqrt{3} = 22029 \sqrt{3} = 38110 B$$

Векторная диаграмма приведена на рис.1.22

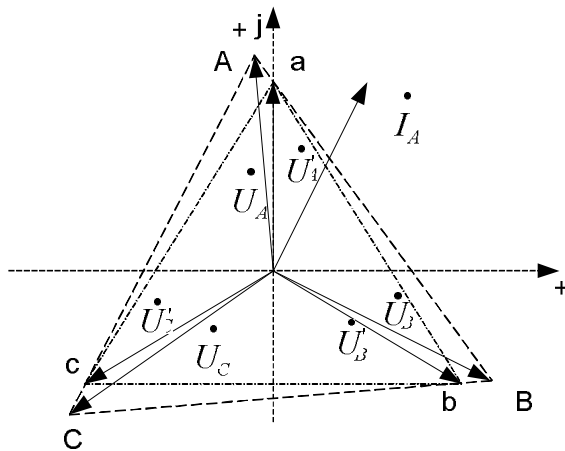


Рис.1.22.

Задача 1.6. Какую мощность можно определить по сумме и разности показаний ваттметра в положении 1 и 2 переключателя К (рис.1.23), если $\underline{Z} = 6 + 8j$, $U_{\Delta} = 173B$.

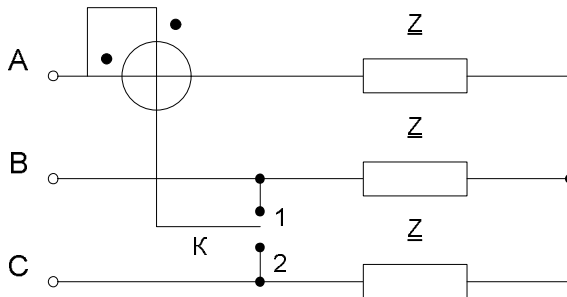


Рис.1.23

Решение:

Ваттметр, включённый в цепь переменного тока регистрирует активную мощность, которую можно рассчитать по формуле:

$$P_w = R_e [\dot{U} I^*],$$

где \dot{U} - комплекс напряжения, на которые включена обмотка ваттметра;

I^* - сопряжённый комплекс тока через токовую обмотку ваттметра.

1. Рассмотрим положение ключа 1. Ваттметр включён на линейное напряжение U_{AB} и фазный ток I_A .

$$\dot{U}_{AB} = U_{\Delta} e^{j30^\circ} = 173 e^{j30^\circ} \text{ В}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}} = \frac{U_{\Delta} e^{j0^\circ}}{\sqrt{3} \underline{Z}} = \frac{173}{\sqrt{3}(6+8j)} = \frac{100}{10 e^{j-53^\circ}} = 10 e^{j-53^\circ} \text{ А};$$

$$I_A^* = 10 e^{j53^\circ} \text{ А}.$$

2. В положении ключа 2 ваттметр включен на линейное напряжение U_{AC} и ток I_A .

$$\dot{U}_{AC} = -\dot{U}_{CA} = -U_{CA} e^{j150^\circ} = U_{\Delta} j^{-30^\circ} = 173 e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$I_A^* = 10 e^{j53^\circ} \text{ А}.$$

3. Векторы напряжений и тока показаны на векторной диаграмме. (рис.1.24).

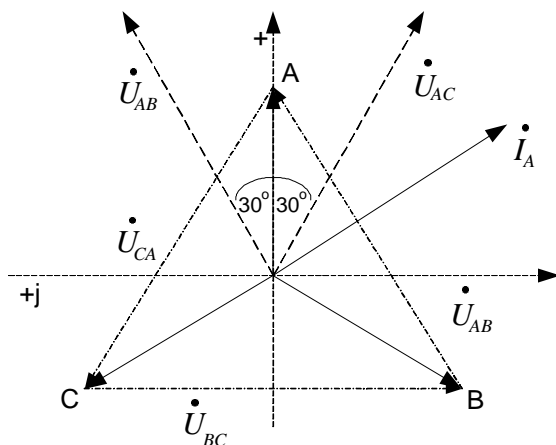


Рис.1.24

4. Сумма показаний ваттметров:

$$\begin{aligned}
P_W &= P_{W1} + P_{W2} = \operatorname{Re}[U_{AB} \dot{I}_A^*] + \operatorname{Re}[U_{AC} \dot{I}_A^*] = \\
&= \operatorname{Re}[173ej^{30^\circ} \cdot 10ej^{53^\circ}] + \operatorname{Re}[173ej^{-30^\circ} \cdot 10ej^{53^\circ}] = \\
&= 1730(\cos(30^\circ + 53^\circ) + \cos(-30^\circ + 53^\circ)) = \\
&= 1730 \cdot 2 \cos 30^\circ \cdot \cos 53^\circ = \\
&= 1730\sqrt{3} \cdot \cos 53^\circ = 1800 \text{ Bm}.
\end{aligned}$$

Полная активная мощность трёхфазной цепи при симметричной нагрузке можно определить по формуле:

$$P = \sqrt{3}U_\Delta I_\Delta \cos \varphi_\Phi = \sqrt{3} \cdot 173 \cdot 10 \cdot \cos 53^\circ = 1800 \text{ Bm}$$

Следовательно, сумма показаний ваттметров даёт полную активную мощность цепи.

5. Разница показаний:

$$\begin{aligned}
P_W &= P_{W1} - P_{W2} = \operatorname{Re}[U_{AC} \dot{I}_A^*] - \operatorname{Re}[U_{AB} \dot{I}_A^*] = \\
&= \operatorname{Re}[173ej^{-30^\circ} \cdot 10ej^{53^\circ}] - \operatorname{Re}[173ej^{30^\circ} \cdot 10ej^{53^\circ}] = \\
&= 1730[\cos(-30^\circ) \cos 53^\circ - \sin(-30^\circ) \sin 53^\circ - \\
&\quad - \cos 30^\circ \cos 53^\circ + \sin 30^\circ \sin 53^\circ] = \\
&= 1730 \cdot 2 \sin 30^\circ \sin 53^\circ = \\
&= 1730 \sin 53^\circ = 1380 \text{ Bm}.
\end{aligned}$$

Полная реактивная мощность симметричной трёхфазной цепи равна:

$$Q = \sqrt{3}U_\Delta I_\Delta \sin \varphi_\Phi = \sqrt{3} \cdot 1730 \cdot \sin 53^\circ.$$

Сравнив выражения, можно сделать вывод: если разницу показаний ваттметров умножить на $\sqrt{3}$, получим полную реактивную мощность.

Задача 1.7. Трёхфазный двигатель, схема замещения которого приведена на рис.1.25, имеет активное сопротивление $R = 0,6 \text{ Ом}$ и индуктивное сопротивление $X_L = 0,8 \text{ Ом}$, питается от сети с линейным напряжением 380 В. Параллельно двигателю подсоединена батарея конденсаторов, повышающая коэффициент мощности каждой фазы до 0,92. Определить токи I'_A, I'_B, I'_C в фазах двигателя и линейных проводах I_A, I_B, I_C .

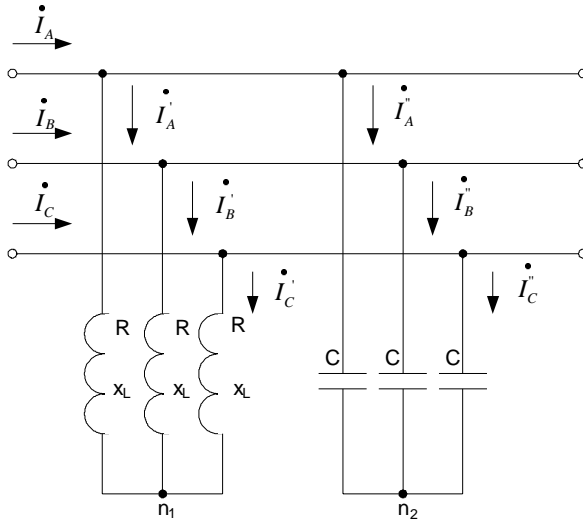


Рис.1.25

Решение:

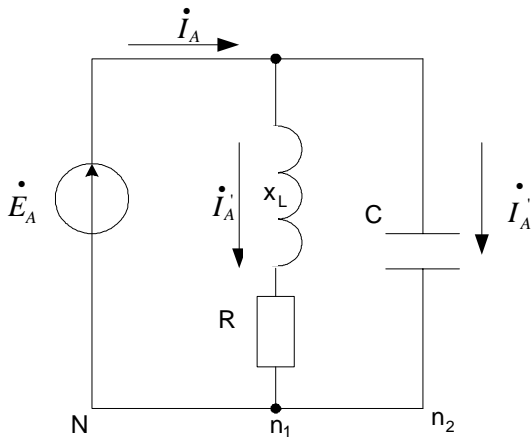


Рис.1.26

3. Сопротивление фазы двигателя:

$$\dot{Z}_\phi = R + jX_L = 0,6 + 0,8j = 1e^{j53^\circ} \text{ Ом} .$$

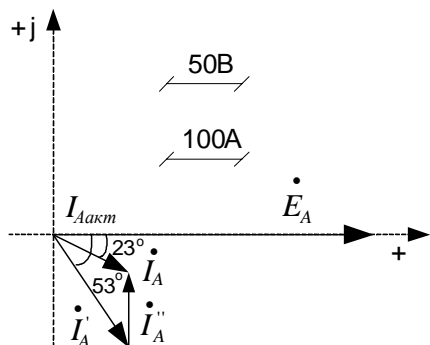
4. Комплекс тока

1. Объединив нейтральные точки n1 и n2 с нейтралью источника (можно соединить так как цепь симметричная и потенциалы одинаковые), получим расчётную схему для одной фазы A (рис.1.26).

2. Комплекс фазной ЭДС:

$$\dot{E} = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ} = 220 \text{ В} .$$

$$\dot{I}'_A = \frac{\dot{E}_A}{Z_\Phi} = \frac{220}{1e j^{53^\circ}} = 220 e j^{53^\circ} \text{ A}, \varphi = 53^\circ, \cos \varphi = 0,6.$$



5. Для повышения коэффициента мощности до $0,92(\varphi = 23^\circ)$ присоединён конденсатор. Определить ток I'_A можно из векторной диаграммы (рис.1.27). Активная составляющая токов I'_A и I_A равны:

Рис.1.27

$$I_{Aакт} = I'_A \cos 53^\circ = 220 \cdot 0,6 = 132 \text{ A}.$$

$$\text{Ток } \dot{I}_A = \frac{I_{Aакт}}{\cos 23^\circ} e j^{23^\circ} = 143,4 e j^{23^\circ} \text{ A}.$$

6. Итак, модули фазных токов

$$I'_A = I'_B = I'_C = 220 \text{ A};$$

Модули линейных токов:

$$I_A = I_B = I_C = 143,4 \text{ A}.$$

7. Так как фазы двигателя можно считать симметричной нагрузкой, то для определения мощностей воспользуемся уравнениями:

$$P = \sqrt{3} U_\Delta I_\Delta \cos \varphi_\Phi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 143,4 \cdot 0,92 = 86,7 \text{ кВт};$$

$$S = \sqrt{3} U_\Delta I_\Delta = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 143,4 = 94,3 \text{ кВА}.$$

Задача 1.8. Для включения ваттметра при отсутствии нулевого провода использованы лампы мощностью 25 Вт (рис.1.28). Определить мощность двигателя (D) при показании ваттметра 550 Вт.

Решение:

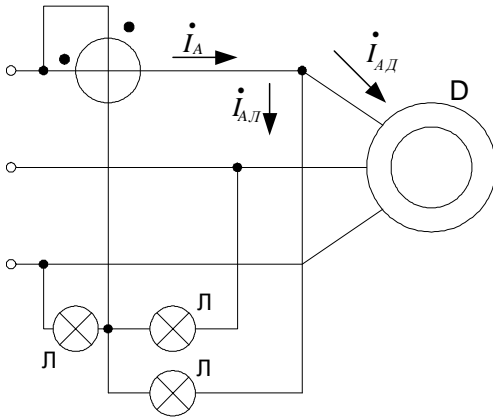


Рис.1.28

3. Показание ваттметра:

$$P_W = U_A I_A \cos \varphi,$$

где φ - угол между фазными напряжением U_A и \dot{I}_A .

$I_A \cos \varphi = I_{Акт}$ – активная составляющая тока по первому закону

Кирхгофа.

$I_{Акт} = I_{АЛ} + I_{акт.АД}$, поэтому

$$P_W = U_\Phi (I_{АЛ} + I_{акт.АД}) = U_\Phi I_{АЛ} + U_\Phi I_{акт.АД},$$

$$U_\Phi I_{акт.АД} = P_W - P_\Lambda = 560 - 25 = 525 \text{ Вт}.$$

4. Тогда мощность двигателя:

$$P_D = 3U_\Phi I_{акт.АД} = 3 \cdot 525 = 1575 \text{ Вт}.$$

Задача 1.9. В цепи двигателя (рис.1.29) с линейным напряжением 380 В включены два одинаковых ваттметра W1 и W2, показания которых равны 398 и 2670 Вт. Определить активное и реактивное сопротивление каждой фазы звезды двигателя и $\cos \varphi$

Решение:

1. Запишем комплексы фазных и линейных напряжений:

$$\dot{U}_A = \frac{380}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ} = 220 \text{ В}; \quad \dot{U}_{AB} = 380 e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_B = 220 e^{j-120^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{BC} = 380 e^{j-90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = 220 e^{j120^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{CA} = 380 e^{j150^\circ} \text{ В}.$$

1. Активная мощность двигателя равна:

$$P_D = \sqrt{3} U_\Lambda I_{AD} \cos \varphi = 3 U_\Phi I_\Lambda \cos \varphi,$$

где $I_{AD} \cos \varphi = I_{ADакт}$ – активная составляющая тока фазы А

2. Мощность лампы равна:

$$P_\Lambda = U_\Phi I_{АЛ} = 25 \text{ Вт}.$$

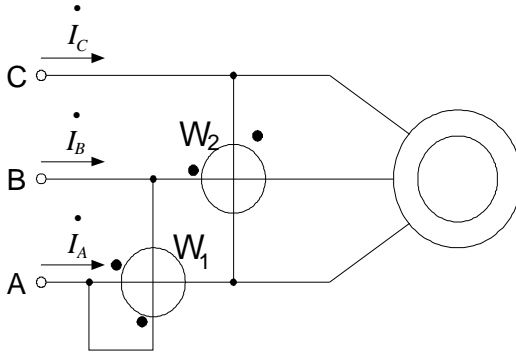


Рис.1.29

2. Построим на комплексной плоскости векторы напряжений и токов с учётом активно-индуктивного сопротивления фазы двигателя. В этом случае линейные (или фазные) токи отстают от фазных напряжений на угол φ_Φ (рис.1.30).

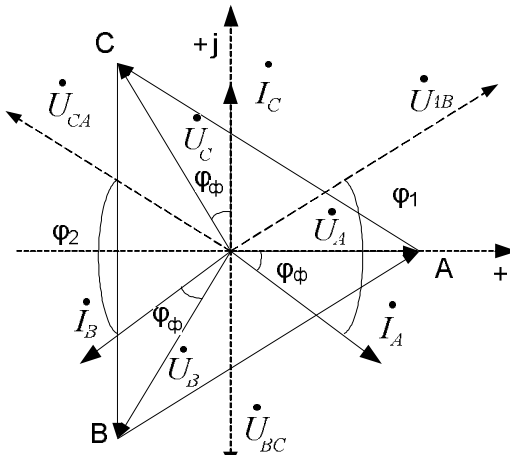


Рис.1.30

3. При заданном подключении ваттметров их показания равны:

$P_{W1} = U_{AB} I_A \cos \varphi_1$, где φ_1 – угол между напряжением U_{AB} и током I_A .

Из векторной диаграммы $\varphi_1 = 30^\circ + \varphi_\Phi$.

$P_{W2} = U_{CA} I_B \cos \varphi_2$, где φ_2 – угол между напряжением U_{CA} и током I_B .

Из векторной диаграммы $\varphi_2 = 90^\circ - \varphi_\Phi$, тогда

$$\cos \varphi_2 = \cos(90^\circ - \varphi_\Phi) = \sin \varphi_\Phi.$$

4 Линейные токи по модулю равны, т.е.

$$I_A = I_B = I_C = I_L.$$

5. Составим систему уравнений для решения

$$398 = 380 I_L \cos(30^\circ + \varphi_\Phi) \quad (1);$$

$$2670 = 380 I_L \sin \varphi_\Phi \quad (2).$$

Поделим (1) на (2) и воспользуемся тождеством $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$:

$$0,149 = \frac{\cos(30^\circ + \varphi_\Phi)}{\sin \varphi_\Phi};$$

$$0,149 \sin \varphi_\Phi = \cos 30^\circ \cdot \cos \varphi_\Phi - \sin 30^\circ \cdot \sin \varphi_\Phi;$$

$$0,649 \sin \varphi_\Phi = 0,866 \cos \varphi_\Phi;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_\Phi = \frac{0,866}{0,649} = 1,33;$$

$$\varphi_\Phi = 53^\circ, \cos \varphi_\Phi = 0,6.$$

6. Определим модуль линейного тока из (2):

$$I_L = \frac{2670}{380 \sin 53^\circ} = 8,78 \text{ A}.$$

7. Найдём полное сопротивление фазы двигателя:

$$Z_\Phi = \frac{U_\Phi}{U_L} = \frac{220}{8,78} = 25 \text{ Ом}.$$

8. Активное сопротивление фазы равно:

$$R_\Phi = Z_\Phi \cos \varphi_\Phi = 15 \text{ Ом};$$

Реактивное сопротивление:

$$X_L = Z_\Phi \sin \varphi_\Phi = 20 \text{ Ом}.$$

Задание для самостоятельной работы .

1. К трехфазной линии с симметричным линейным напряжением $U_L = 220 \text{ В}$ (рис.1.31) подключен треугольником приемник, сопротивление каждой фазы которого $\underline{Z} = (10 + j10) \text{ Ом}$.

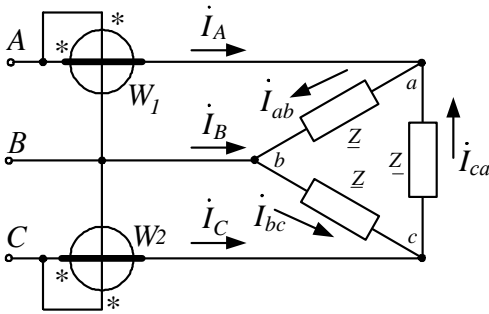


Рис.1.31

Найти токи в каждой фазе нагрузки и показания ваттметров. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

2. К симметричному трехфазному генератору с фазной ЭДС $E = 127 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $\underline{Z}_0 = (0,3 + j0,9) \text{ Ом}$ через линию с сопротивлением $\underline{Z}_л = (0,5 + j1,0) \text{ Ом}$ подключена симметричная нагрузка $\underline{Z} = (10 + j6) \text{ Ом}$, соединенная звездой (рис.1.32). Определить ток в каждой фазе, фазное и линейное напряжения на нагрузке, мощность, доставляемую генератором и расходуемую в нагрузке. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

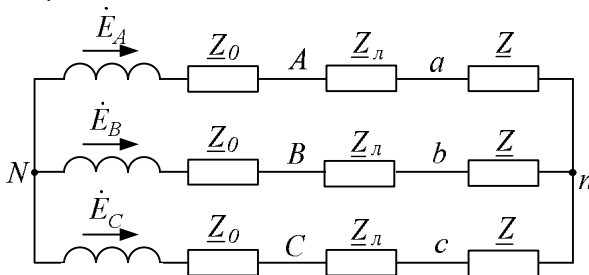


Рис.1.32

3. Фазное напряжение трехфазного генератора промышленной частоты $U_{г\phi} = 120 \text{ В}$. Сопротивление каждой фазы приемника $\underline{Z}_1 = (12 + j16) \text{ Ом}$ сопротивление проводов линии $\underline{Z} = (4 + j2) \text{ Ом}$ (рис.1.23). Определить емкость C конденсаторов каждой фазы, включенных на приемном конце линии для увеличения $\cos \phi$ приемника до единицы. Найти фазное напряжение U_{np} на зажимах приемника при отсутствии конденсаторов и напряжение U_{np}'

при их наличии.

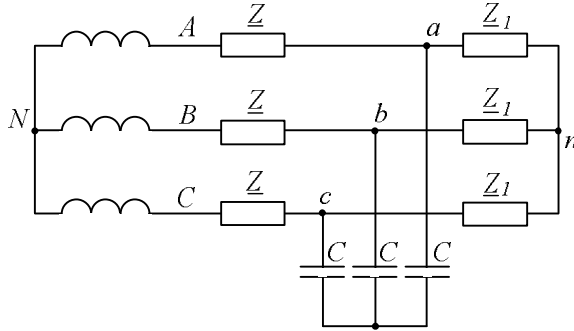


Рис.1.33

4. Фазные напряжения вторичных обмоток трансформатора, соединенных треугольником, равны 220 В (рис.1.34). Сопротивление фазы нагрузки $\underline{Z}_1 = (30 + j60) \text{ Ом}$, сопротивление проводов

$\underline{Z} = (2 + j4) \text{ Ом}$. Считая $\dot{U}_{AB} = 220e^{j30^\circ} \text{ В}$, определить токи в проводах линии, фазах нагрузки и напряжение на фазах нагрузки.

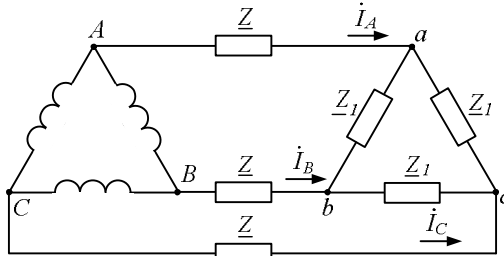


Рис.1.34

5. Приемник энергии, сопротивления фаз которого одинаковы, потребляет мощность 5,46 кВт при $\cos \varphi = 0,8 (\varphi > 0)$. Линейное напряжение на нагрузке равно 370 В. Чему равна фазная ЭДС генератора, соединенного звездой, внутреннее сопротивление каждой фазы которого $\underline{Z}_0 = (0,3 + j0,9) \text{ Ом}$, а сопротивление каждого провода линии $\underline{Z}_л = (0,4 + j0,8) \text{ Ом}$.

6. Симметричная активно-емкостная нагрузка соединена звездой и тремя проводами подключена к сети с линейным напряжением 380 В. $R_\phi = X_\phi = 7,77 \text{ Ом}$ (R_ϕ и X_ϕ соединены последовательно). Определить линейный ток и доказать, что нейтральный провод для такой

нагрузки не нужен. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

7. Симметричный приемник, соединен треугольником. Система линейных напряжений симметрична $U_{\Delta} = 220 В$. Ваттметры, включенные в цепь (рис.1.35), дают показания $P_1 = 3 кВт$, $P_2 = 0$. Определить комплекс фазного сопротивления.

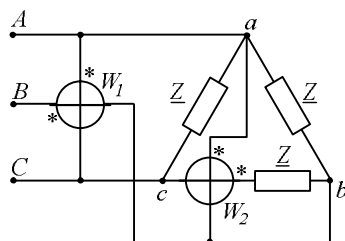


Рис.1.35

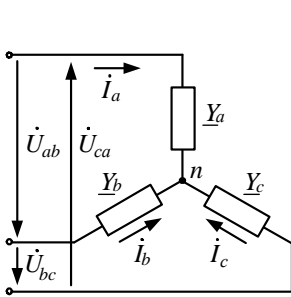
8. К зажимам симметричного генератора с фазным напряжением 127 В подключены два приемника: один соединенный треугольником, каждая фаза которого имеет активное сопротивление $R = 10 Ом$ и индуктивное $X_L = 6 Ом$, а другой соединен звездой с активным сопротивлением каждой фазы $R_1 = 25,4 Ом$. Определить ток каждой фазы генератора при соединении его фаз по схеме звезда. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

ТЕМА «РАСЧЕТ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ»

Расчеты несимметричных трехфазных цепей могут быть проведены с помощью законов Кирхгофа или любого метода расчета цепей синусоидального тока. Все многообразие трехфазных цепей, встречающихся на практике, за редким исключением, можно свести к следующим расчетным схемам.

2.1. Несимметричная звезда без нейтрального провода (рис.2.1)

Задача сводится к определению положения нулевой n точки. Фазные напряжения на нагрузке определяются по заданным линейным напряжениям генератора



$$\begin{aligned} \dot{U}_{an} &= \frac{\dot{U}_{ab} \underline{Y}_b - \dot{U}_{ca} \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}; \\ \dot{U}_{bn} &= \frac{\dot{U}_{bc} \underline{Y}_c - \dot{U}_{ab} \underline{Y}_a}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}; \\ \dot{U}_{cn} &= \frac{\dot{U}_{ca} \underline{Y}_a - \dot{U}_{bc} \underline{Y}_b}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}. \end{aligned}$$

Рис.2.1

Токи в фазах определяются через фазные напряжения на нагрузке

$$\dot{I}_a = \underline{Y}_a \dot{U}_{an}; \quad \dot{I}_b = \underline{Y}_b \dot{U}_{bn}; \quad \dot{I}_c = \underline{Y}_c \dot{U}_{cn}.$$

2.2. Несимметричная звезда с нейтральным проводом

Схема соединения неравномерной нагрузки звездой с нейтральным проводом в принятых обозначениях представлена на рис.2.2.

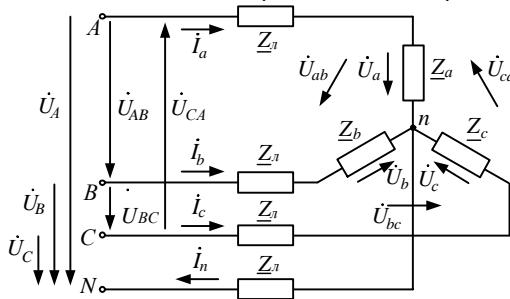


Рис.2.2

Напряжение смещения нейтрали \dot{U}_{nN} при соединении нагрузки

звездой с нейтральным проводом

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_n};$$

где $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ - фазные напряжения источника;

$\underline{Y}_a, \underline{Y}_b, \underline{Y}_c, \underline{Y}_n$ - проводимости фаз и нейтрального провода,

$$\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_l + \underline{Z}_a}; \underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_l + \underline{Z}_b}; \underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_l + \underline{Z}_c}; \underline{Y}_n = \frac{1}{\underline{Z}_n}.$$

Определение токов в нагрузке производится по заданным напряжениям генератора

$$\dot{I}_a = \underline{Y}_a (\dot{U}_A - \dot{U}_{nN}); \dot{I}_b = \underline{Y}_b (\dot{U}_B - \dot{U}_{nN});$$

$$\dot{I}_c = \underline{Y}_c (\dot{U}_C - \dot{U}_{nN}).$$

Ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_n = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \quad \text{или} \quad \dot{I}_n = \frac{\dot{U}_{nN}}{\underline{Z}_n}$$

Напряжения на нагрузке определяется смещением нейтрали:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}.$$

Этот алгоритм расчета можно использовать и для схемы звезда без нейтрального провода, считая, что проводимость нейтрального провода

$\underline{Y}_n = 0$. Если $\underline{Z}_n = 0$, то $\dot{U}_{nN} = 0$ и такая схема обеспечивает независимую работу фаз.

2.3. Соединение сопротивлений нагрузки треугольником.

Очень простой случай, так как напряжения на сопротивлениях нагрузки известны (рис.2.3).

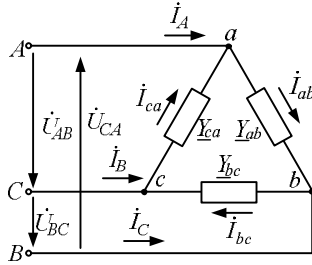


Рис.2.3

Фазные токи:

$$\dot{I}_{ab} = \underline{Y}_{ab} \dot{U}_{ab}; \quad \dot{I}_{bc} = \underline{Y}_{bc} \dot{U}_{bc}; \quad \dot{I}_{ca} = \underline{Y}_{ca} \dot{U}_{ca}.$$

Линейные токи приемника можно выразить через фазные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

2.4. Несимметричная нагрузка, соединенная треугольником, при наличии сопротивлений в линейных проводах

Решение задачи осуществляется преобразованием треугольника нагрузки abc abc (рис.2.4) в эквивалентную звезду $a'b'c'$ (рис.2.5).

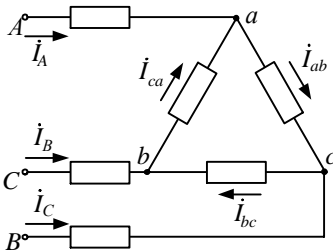


Рис.2.4

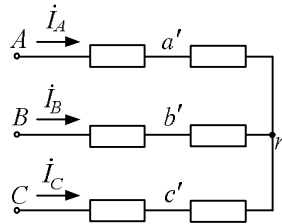


Рис.2.5.

Таким образом, решение сводится к расчету схемы рис.2.1.

Определяем линейные токи $\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$, затем – фазные напряжения на эквивалентной звезде, линейные напряжения на нагрузке и – фазные токи исходного треугольника нагрузки.

Топографические диаграммы напряжений и векторные диаграммы токов для рассмотренных случаев несимметричных систем строятся в последовательности их расчета по полученным результатам.

Задача 2.1. Цепь рис.2.6 получает питание от симметричного источника с линейным напряжением 660 В.

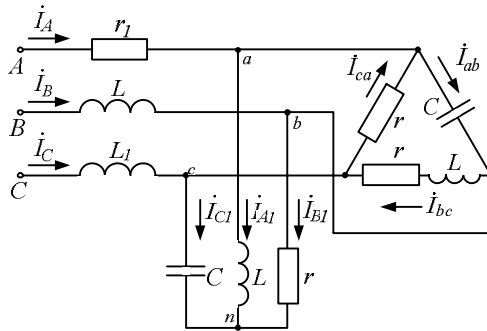


Рис.2.6.

Дано: $r = \omega L = 1/\omega C = 10 \text{ Ом}$; $r_l = \omega L_l = 5 \text{ Ом}$.

Найти токи в фазах приемников, соединенных звездой и треугольником, а также активную мощность цепи.

Решение. Предположим, что фазы источника соединены звездой с фазными напряжениями $U_A = U_B = U_C = 660 / \sqrt{3} = 380 \text{ В}$ и

$\dot{U}_A = 380e^{j0^\circ} \text{ В}$, тогда $\dot{U}_B = 380e^{-j120^\circ} \text{ В}$, $\dot{U}_C = 380e^{j120^\circ} \text{ В}$.

Преобразуем звезду сопротивлений в эквивалентный треугольник (рис.2.7а):

$$\underline{Z}_{ab} = j\omega L + r + \frac{j\omega L r}{-j(1/\omega C)} = j10 + 10 + \frac{j10 \cdot 10}{-j10} = j10 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{bc} = r - j\frac{1}{\omega C} + \frac{r[-j(1/\omega C)]}{j\omega L} = 10 - j10 + \frac{10 \cdot (-j10)}{j10} = -j10 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ca} = -j\frac{1}{\omega C} + j\omega L + \frac{[-j(1/\omega C)]j\omega L}{r} = -j10 + j10 + \frac{-j10 \cdot j10}{10} = 10 \text{ Ом}.$$

Поскольку соответствующие фазы треугольников соединены параллельно, объединим сопротивления параллельно включенных фаз и получим схему, представленную на рис.2.7б, для которой

$$\underline{Z}'_{ab} = \frac{\underline{Z}_{ab}(-j/\omega C)}{\underline{Z}_{ab} - j/\omega C} = \frac{j10 \cdot (-j10)}{j10 - j10} = \infty;$$

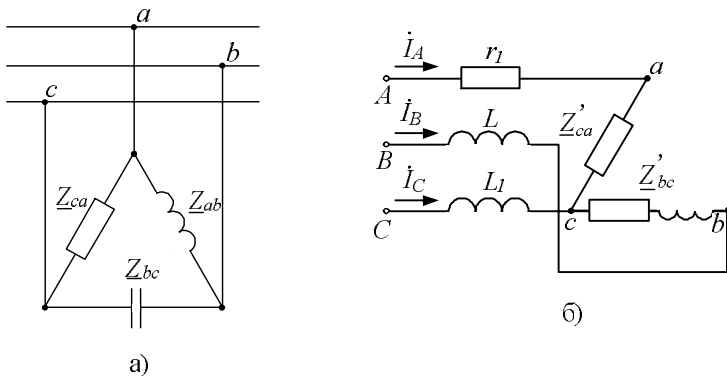


Рис.2.7.

$$\underline{Z}'_{bc} = \frac{\underline{Z}_{bc}(r + j\omega L)}{\underline{Z}_{bc} + r + j\omega L} = \frac{-j10 \cdot (10 + j10)}{-j10 + 10 + j10} = 10 - j10 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}'_{ca} = \frac{\underline{Z}_{ca}r}{\underline{Z}_{ca} + r} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом}.$$

Сопротивление $\underline{Z}'_{ab} = \infty$ вследствие резонанса токов в контуре из двух параллельных ветвей (на схеме рис.2.7б фаза ab разомкнута).

Полученную схему можно рассматривать как соединение звездой с нейтральной точкой c . Сопротивление фаз звезды

$$\underline{Z}_A = r_l + \underline{Z}'_{ca} = 5 + 5 = 10 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = j\omega L + \underline{Z}'_{bc} = j10 + 10 - j10 = 10 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = j\omega L_1 = j5 \text{ Ом}.$$

Проводимости фаз

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = 0,1 \text{ См}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = 0,1 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = -j0,2 \text{ См}$$

Напряжение смещения нейтрали:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{cN} &= \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \\ &= \frac{380e^{j0^\circ} \cdot 0,1 + 380e^{-j120^\circ} \cdot 0,1 + 380e^{j120^\circ} \cdot (-j0,2)}{0,1 + 0,1 - j0,2} = \\ &= 301e^{j48^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Линейные токи

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_{cN}}{\underline{Z}_A} = \frac{380e^{j0^\circ} - 301e^{j48^\circ}}{10} = 28,8e^{-j51^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_{cN}}{\underline{Z}_B} = \frac{380e^{-j120^\circ} - 301e^{j48^\circ}}{10} = 67,8e^{-j125^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C - \dot{U}_{cN}}{\underline{Z}_C} = \frac{380e^{j120^\circ} - 301e^{j48^\circ}}{j5} = 80,7e^{j75^\circ} \text{ А.}$$

Проверка: $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

Напряжения на фазах приемника, соединенного треугольником

$$\dot{U}_{ca} = -\underline{Z}'_{ca} \dot{I}_A = -5 \cdot 28,8e^{-j51^\circ} = 144e^{j129^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{bc} = \underline{Z}'_{bc} \dot{I}_B = (10 - j10) \cdot 67,8e^{-j125^\circ} = 959e^{-j170^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{ab} = -\dot{U}_{ca} - \dot{U}_{bc} = -144e^{j129^\circ} - 959e^{-j170^\circ} = 1036e^{j3^\circ} \text{ В.}$$

Токи в фазах приемника

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{-j/\omega C} = \frac{1036e^{j3^\circ}}{-j10} = 103,6e^{j93^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{r + j\omega L} = \frac{956e^{-j170^\circ}}{10 + j10} = 67,8e^{j145^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{r} = \frac{144e^{j129^\circ}}{10} = 14,4e^{j129^\circ} \text{ А.}$$

Напряжения \dot{U}_{ab} , \dot{U}_{bc} , \dot{U}_{ca} для приемника, соединенного звездой, - линейные. Фазные напряжения приемника

$$\dot{U}_{an} = \frac{\dot{U}_{ab} \underline{Y}_{B1} - \dot{U}_{ca} \underline{Y}_{C1}}{\underline{Y}_{A1} + \underline{Y}_{B1} + \underline{Y}_{C1}} = \frac{1036e^{j3^\circ} \cdot 0,1 - 144e^{j129^\circ} \cdot j0,1}{-j0,1 + 0,1 + j0,1} = 1048e^{j4^\circ} B,$$

и аналогично $\dot{U}_{bn} = 145e^{j39^\circ} B$, $\dot{U}_{cn} = 972e^{j11^\circ} B$,

$$\text{где } \underline{Y}_{A1} = \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{j10} = -j0,1 \text{ См}, \underline{Y}_{B1} = \frac{1}{r} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_{C1} = \frac{1}{-j/\omega C} = \frac{1}{-j10} = j0,1 \text{ См}.$$

Токи

$$\dot{I}_{A1} = \underline{Y}_{A1} \dot{U}_{an} = -j0,1 \cdot 1048e^{j4^\circ} = 104,8e^{-j86^\circ} A;$$

$$\dot{I}_{B1} = \underline{Y}_{B1} \dot{U}_{bn} = 0,1 \cdot 145e^{j39^\circ} = 14,5e^{j39^\circ} A;$$

$$\dot{I}_{C1} = \underline{Y}_{C1} \dot{U}_{cn} = j0,1 \cdot 972e^{j11^\circ} = 97,2e^{j101^\circ} A.$$

$$\text{Проверка: } \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{C1} = 0.$$

Активная мощность цепи равна суммарной мощности потерь в резисторах:

$$P = r_1 I_A^2 + r I_{B1}^2 + r I_{bc}^2 + r I_{ca}^2 = 54,3 \text{ кВт}.$$

Эту мощность можно определить и как вырабатываемую источником:

$$P = \text{Re}(\dot{U}_A \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \dot{I}_C^*).$$

Задача 2.2. Фазные напряжения приемника, соединенного звездой,

$$\dot{U}_A = 100e^{j0^\circ} B, \text{ тогда } \dot{U}_B = 100e^{-j90^\circ} B, \dot{U}_C = 150e^{j135^\circ} B.$$

Сопrotивление фазы В $\underline{Z}_B = 8 - j6 \text{ Ом}$. Какими должны быть соprotивления \underline{Z}_A и \underline{Z}_C , чтобы система токов была симметрична. Найти линейные напряжения. Построить топографическую и векторную диаграммы.

Решение. Определим ток фазы В на грузки

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{100e^{-j90^\circ}}{8 - j6} = 10e^{-j53^\circ} A.$$

При симметричной системе токов

$$\dot{I}_A = a \dot{I}_B \text{ и } \dot{I}_C = a^2 \dot{I}_B,$$

где a – оператор трехфазной системы, $a = e^{j120^\circ}$.

Найдем токи и сопротивления в фазах А и С:

$$\dot{I}_A = a \dot{I}_B = e^{j120^\circ} \cdot 10e^{-j53^\circ} = 10e^{j67^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = a^2 \dot{I}_B = e^{-j120^\circ} \cdot 10e^{-j53^\circ} = 10e^{-j173^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{Z}_A = \frac{\dot{U}_A}{\dot{I}_A} = \frac{100e^{j0^\circ}}{10e^{j67^\circ}} = 10e^{-j67^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{150e^{j135^\circ}}{10e^{-j173^\circ}} = 15e^{-j52^\circ} \text{ Ом}.$$

Определим линейные напряжения

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_B - \dot{U}_A = 100e^{-j90^\circ} - 100e^{-j90^\circ} = 141e^{j45^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = 100e^{-j90^\circ} - 100e^{j135^\circ} = 232e^{-j63^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = 100e^{j135^\circ} - 100e^{j0^\circ} = 232e^{j153^\circ} \text{ В}.$$

По результатам расчета построим топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов (рис.2.8).

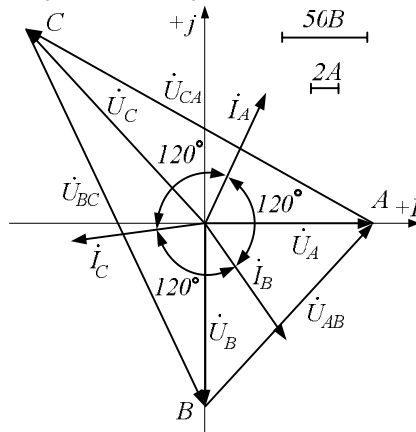


Рис.2.8

Задача 2.3. К источнику несимметричной системы линейных напряжений присоединена несимметричная нагрузка, соединенная

звездой (рис.2.9). Параметры схемы: $\dot{U}_{AB} = 80e^{j0^\circ} B$, $\dot{U}_{BC} = 60e^{-j90^\circ} B$, $\underline{Z}_a = 10e^{j30^\circ} \text{ Ом}$, $\underline{Z}_b = 5e^{-j60^\circ} \text{ Ом}$, $\underline{Z}_c = 10 \text{ Ом}$. Определить активную, реактивную и полную мощности нагрузки. Построить топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов.

Решение. Определим линейное напряжение \dot{U}_{CA} из условия

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0..$$

$$\dot{U}_{CA} = -\left(\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC}\right) = -(80 + 60e^{-j90^\circ}) = 100e^{j143^\circ} B.$$

Найдем фазные напряжения на нагрузке

$$\dot{U}_{An} = \frac{\dot{U}_{AB} \underline{Y}_b - \dot{U}_{CA} \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c};$$

$$\dot{U}_{Bn} = \frac{\dot{U}_{BC} \underline{Y}_c - \dot{U}_{AB} \underline{Y}_a}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}; \quad \dot{U}_{Cn} = \frac{\dot{U}_{CA} \underline{Y}_a - \dot{U}_{BC} \underline{Y}_b}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}$$

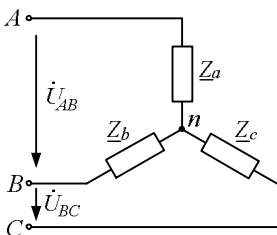


Рис.2.9

$$\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a} = 0,1e^{-j30^\circ} \text{ См}, \quad \underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b} = 0,2e^{j60^\circ} \text{ См},$$

$$\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c} = 0,1 \text{ См}.$$

Подставив численные значения, получим

$$\dot{U}_{An} = 57e^{j3^\circ} B, \quad \dot{U}_{Bn} = 23e^{j173^\circ} B, \quad \dot{U}_{Cn} = 66e^{j110^\circ} B.$$

Определим фазные токи

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{An} \underline{Y}_a = 57e^{j3^\circ} \cdot 0,1e^{-j30^\circ} = 5,7e^{-j27^\circ} A,$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}_{Bn} \underline{Y}_b = 23e^{j173^\circ} \cdot 0,2e^{j60^\circ} = 4,6e^{-j127^\circ} \text{ A},$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_{Cn} \underline{Y}_c = 66e^{j110^\circ} \cdot 0,1 = 6,6e^{j110^\circ} \text{ A}.$$

Определим мощности трехфазной системы

$$\begin{aligned} S &= \left\{ \dot{U}_{An} \cdot \dot{I}_A^* \right\} + \left\{ \dot{U}_{Bn} \cdot \dot{I}_B^* \right\} + \left\{ \dot{U}_{Cn} \cdot \dot{I}_C^* \right\} = P + jQ = \\ &= \left\{ 57e^{j3^\circ} \cdot 5,7e^{j27^\circ} \right\} + \left\{ 23e^{j173^\circ} \cdot 4,6e^{j127^\circ} \right\} + \\ &+ \left\{ 66e^{j110^\circ} \cdot 6,6e^{j-110^\circ} \right\} = 779e^{j5^\circ} = 777 + j70,5 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Тогда $P = 777 \text{ Вт}$, $Q = 70,5 \text{ ВАр}$, $S = 779 \text{ ВА}$.

Топографическая и векторная диаграммы приведены на рис.2.10

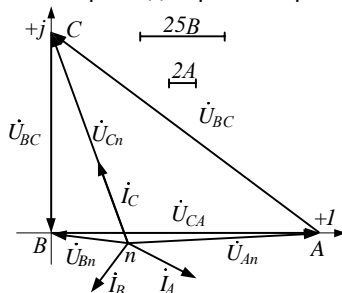


Рис.2.10

Задача 2.4. Система линейных напряжений (рис.2.11), к которой подключен приемник, соединенный треугольником, симметрична,

$\dot{U}_{AB} = 200 \text{ В}$. Активное сопротивление резистора $R = 100 \text{ Ом}$, индуктивное сопротивление катушек $X_1 = X_2 = 10 \text{ Ом}$ (активное сопротивление катушек отсутствует). Сопротивление взаимной индуктивности $X_M = 50 \text{ Ом}$. Найти фазные и линейные токи. Построить топографическую и векторную диаграммы.

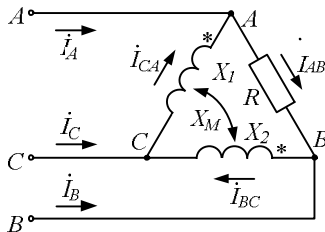


Рис.2.11

Решение. Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для заданной цепи

$$\dot{U}_{AB} = \dot{I}_{AB} R; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{I}_{BC} jX_2 - \dot{I}_{CA} jX_M;$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{I}_{CA} jX_1 - \dot{I}_{BC} jX_M.$$

Полагая, что $\dot{U}_{AB} = 200V$ и решая систему уравнений относительно фазных токов, получим:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{R} = \frac{200}{10} = 20A,$$

$$\dot{I}_{BC} = -11,5 + j20 = 23e^{j120^\circ} A,$$

$$\dot{I}_{CA} = 11,5 + j20 = 23e^{j60^\circ} A.$$

Определим линейные токи

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 21,75e^{-j67^\circ} A,$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 37,3e^{j147^\circ} A,$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 23A.$$

Топографическая и векторная диаграммы построены на рис.2.12.

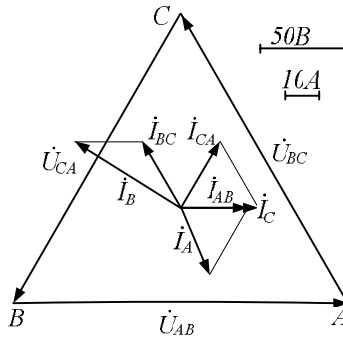


Рис.2.12

Задача 2.5. Определить показания идеальных амперметров после замыкания ключа К, если до замыкания их показания были $I_1 = 17,3 A$, $I_2 = 7,07 A$. Система линейных напряжений источника симметрична $U_{\text{л}} = 220 V$. Схема задана на рис. 2.13.

Решение.1. Рассмотрим цепь до замыкания ключа К. По первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$$

Векторная диаграмма имеет вид, показанный на рис. 2.14.

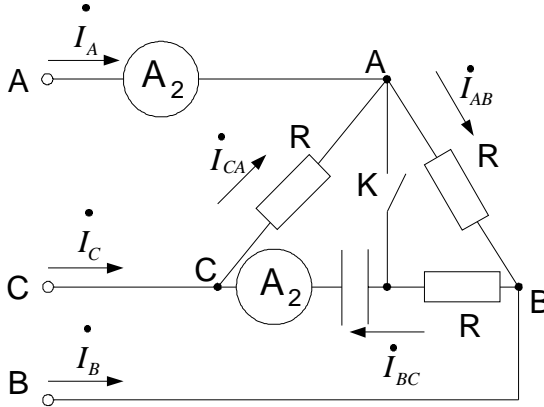


Рис.2.13

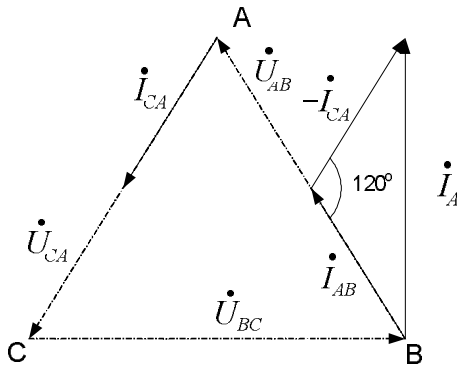


Рис.2.14

Токи \dot{I}_{CA} и \dot{I}_{AB} равны по модулю и равны: $\dot{I}_{CA} = \dot{I}_{BC} = \frac{U_{\Delta}}{R}$ и совпадают по фазе с соответствующими напряжениями. Из векторной диаграммы видно, что между векторами \bar{I}_{AB} и $(-\bar{I}_{CA})$ угол 120° . Для такого треугольника длина вектора \bar{I}_A больше \bar{I}_{CA} и \bar{I}_{AB} в $\sqrt{3}$ раз.

Следовательно, $I_{AB} = I_{CA} = \frac{17,3}{\sqrt{3}} = 10 \text{ A}$.

Тогда линейное напряжение равно:

$U_A = 10R$ В, откуда $R = \frac{220}{10} = 22 \text{ Ом}$. С другой стороны линейное напряжение равно: $U_A = I_2 \sqrt{R^2 + X_C^2}$. Решая уравнение относительно X_C , получим:

$$X_C = \sqrt{\frac{U_A^2 - I_2^2 R^2}{I_2^2}} = 22 \text{ Ом}.$$

Итак параметры цепи: $R = 22 \text{ Ом}$, $X_C = 22 \text{ Ом}$.

2. После замыкания ключа схема приобретает вид, как на рис.2.15.

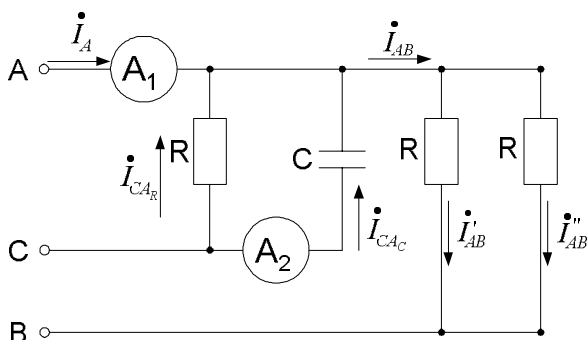


Рис.2.15

Комплексы линейных напряжений источника:

$$\dot{U}_{AB} = 220 \text{ В}; \quad \dot{U}_{BC} = 220e^{j^{-120^\circ}} \text{ В}; \quad \dot{U}_{CA} = 220e^{j^{120^\circ}} \text{ В}.$$

Тогда комплексы токов ветвей:

$$\dot{I}_{CAR} = \frac{\dot{U}_{CA}}{R} = \frac{220e^{j^{120^\circ}}}{22} = 10e^{j^{120^\circ}} = -5 + 8,6j \text{ А}.$$

$$\dot{I}_{CAC} = \frac{\dot{U}_{CA}}{X_C e^{j^{-90^\circ}}} = \frac{220e^{j^{120^\circ}}}{22e^{j^{-90^\circ}}} = 10e^{j^{210^\circ}} = -8,6 - 5j \text{ А}.$$

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{R/2} = \frac{220}{11} = 20 \text{ А}.$$

По первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CAR} - \dot{I}_{CAC} = 20 + 5 + 8,6j + 5j = 33,8 \text{ А}.$$

3. Итак, амперметры показывают:

$$A_1 = 33,8 \text{ A.}$$

$$A_2 = 10 \text{ A.}$$

Задача 2.6. В трёхфазной цепи с симметричной системой линейных напряжений $U_\Lambda = 220 \text{ В}$ подключен приёмник $X_L = R = 22 \text{ Ом}$ (рис.2.16). Определить показания амперметров и мощность потребления энергии приёмником. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

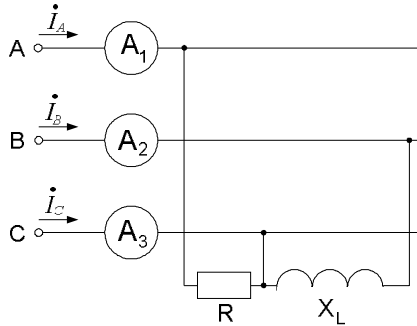


Рис.2.16

Решение: Для наглядности перерисуем схему (рис.2.17).

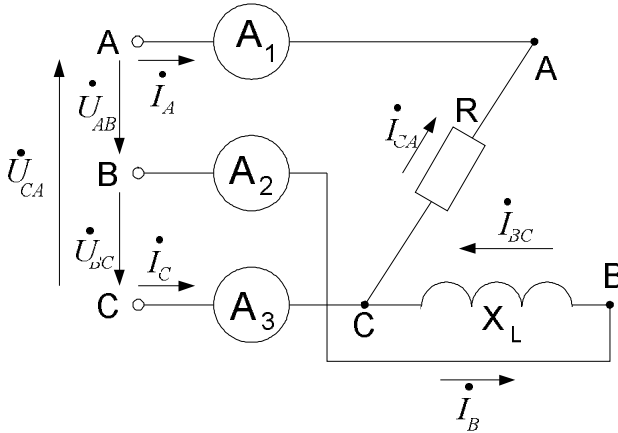


Рис.2.17.

1. Комплексы линейных напряжений:

$$\dot{U}_{AB} = 220e^{j0^\circ} = 220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{BC} = 220e^{j-120^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CA} = 220e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

2. Комплексы фазных токов:

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{R} = \frac{220ej^{120^\circ}}{22} = 10ej^{120^\circ} = -5 + 8,6j \text{ A};$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{jX_L} = \frac{220ej^{-120^\circ}}{22ej^{90^\circ}} = 10ej^{-210^\circ} = -8,66 + 5j \text{ A}.$$

3. Линейные токи определяем по I закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = -\dot{I}_{CA} = 5 - 8,66j = 10ej^{-60^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} = -8,66 + 5j = 10ej^{-210^\circ} \text{ A};$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = -5 + 8,66j + 8,66 - 5j = \\ &= 3,66 + 3,66j = 5,17ej^{45^\circ} \text{ A} \end{aligned}$$

4. Показания амперметров.:

$$A_1 - 10 \text{ A};$$

$$A_2 - 10 \text{ A};$$

$$A_3 - 5,17 \text{ A}.$$

Векторная диаграмма приведена на рис.2.18.

5. Мощность потребления энергии приёмником.

$$\text{Активная мощность: } P = I_{CA}^2 R = 10^2 \cdot 22 = 2200 \text{ Bm};$$

$$\text{реактивная мощность: } Q = I_{BC}^2 X_L = 10^2 \cdot 22 = 2200 \text{ BAP}.$$

Векторная диаграмма приведена на рис.2.18.

Задача2.7. Конденсатор и два одинаковых резистора подключены к симметричному источнику (рис. 2.19). Фазное напряжение источника 127 В , токи в фазах $I_A = 1 \text{ A}$, $I_B = I_C = 2 \text{ A}$. Определить ток в нейтральном проводе, активную, реактивную и полную мощности потребления энергии. Построить векторные диаграммы токов и напряжений.

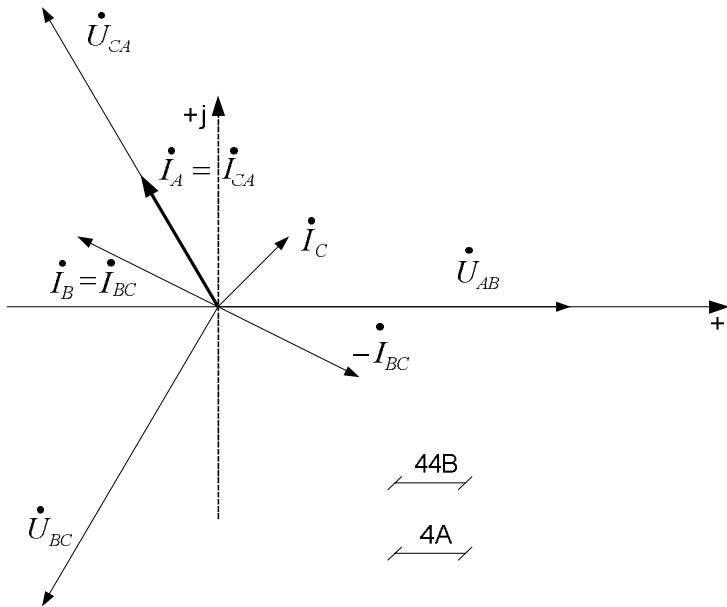


Рис.2.18.

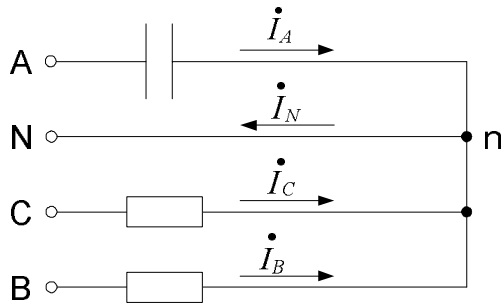


Рис.2.19.

Решение:

1. Комплексы фазных напряжений приёмника и источника равны, так как трёхфазная цепь четырёхпроводная и $U_{Nn} = 0B$:

$$\dot{U}_a = U_A = 127ej^{0^\circ} B;$$

$$\dot{U}_b = U_B = 127ej^{-120^\circ} B;$$

$$\dot{U}_C = U_C = 127ej^{120^\circ} \text{ В.}$$

2. Комплексы фазных токов:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{X_C ej^{-90^\circ}} = 1ej^{90^\circ} = 1 \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{R} = 2ej^{-120^\circ} = -1 - 1,73j \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{R} = 2ej^{120^\circ} = -1 + 1,73j \text{ А.}$$

3. Ток в нейтральном проводе по первому I закону Кирхгофа равен:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 1j - 1 - 1,73j - 1 + 1,73j = -2 + 1j = 2,23^{153^\circ} \text{ А.}$$

4. Построение векторной диаграммы показано на рис 2.20.

5. Определение мощностей потребления.

Активная:

$$P = P_B + P_C = U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C = ;$$

$$127 \cdot 2 \cos 0^\circ + 127 \cdot 2 \cos 0^\circ = 508 \text{ Вт}$$

$\varphi_C = \varphi_B = 0$, так как ток и напряжение в соответствующих фазах

совпадают по фазе.

Реактивная:

$$Q = Q_A = U_A I_A \sin \varphi_A = 127 \cdot 1 \sin(-90^\circ) = -127 \text{ ВАР};$$

$\varphi_A = 90^\circ$, так как напряжение U_A отстаёт от тока на 90° .

Полная:

$$S = P + jQ = 508 - 127j ,$$

$$S = \sqrt{508^2 + 124^2} = 523,6 \text{ ВА.}$$

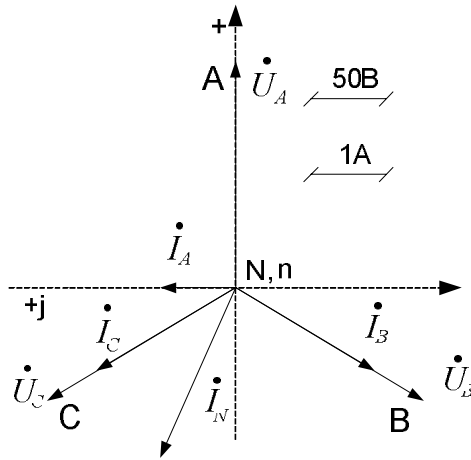


Рис.2.20.

Задача 2.8. К трехфазной линии с линейным напряжением 380В присоединены звездой два приёмника (рис.2.21). Их сопротивления известны $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 20 \text{ Ом}$. Нейтрали приемников соединены через амперметр, сопротивлением которого можно пренебречь. Найти ток в цепи амперметра.

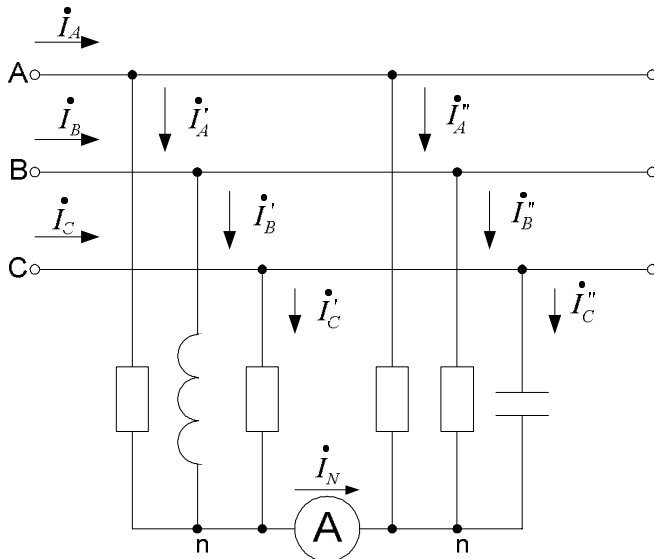


Рис.2.21.

Решение:

1. Так как амперметр идеальный, то его временно можно исключить из цепи, объединив нейтральные точки n в одну точку. Тогда схема может быть преобразована следующим образом. (рис. 2.22).

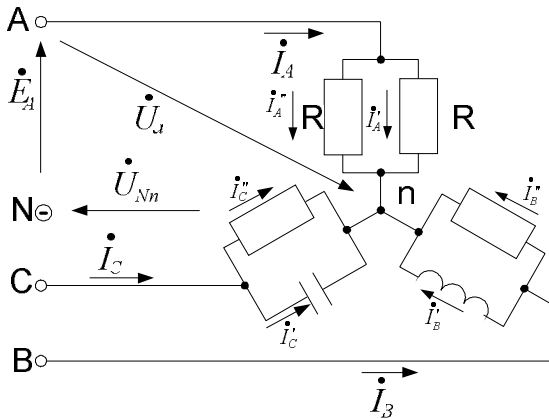


Рис.2.22.

2. Определим комплексные сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_A = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 10 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L} = \frac{20 \cdot 20j}{20 + 20j} = \frac{400j}{20\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = 14,14e^{j-45^\circ} = 10 + 10j \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_C = \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = \frac{20(-20j)}{20 - 20j} = \frac{400e^{j-90^\circ}}{20\sqrt{2}e^{j-45^\circ}} = 14,14e^{j-90^\circ} = 10 - 10j \text{ Ом}.$$

Получим трёхфазную цепь с несимметричной нагрузкой без нейтрального провода (рис. 2.23).

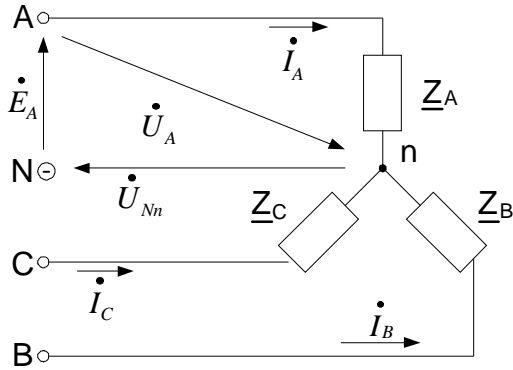


Рис.2.23

3. По формуле двух узлов определим напряжение смещения:

$$\dot{U}_{Nn} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}, \text{ где}$$

$$\dot{E}_A = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В};$$

$$\dot{E}_B = 220 e^{j-120^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_C = 220 e^{j120^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{14,14 e^{j45^\circ}} = 0,07 e^{j-45^\circ} = 0,05 - 0,05 j \text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{14,14 e^{j-45^\circ}} = 0,07 e^{j45^\circ} = 0,05 + 0,05 j \text{ См};$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_B + \underline{Y}_B + \underline{Y}_B = 0,02 \text{ См};$$

$$\dot{U}_{Nn} = \frac{220 \cdot 0,1 + 220ej^{-120^\circ} \cdot 0,07ej^{-45^\circ} + 220ej^{120^\circ} \cdot 0,07ej^{45^\circ}}{0,2} =$$

$$= -38,7V.$$

Определим фазные напряжения приемников по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_a = \dot{E}_A - \dot{U}_{Nn} = 220 + 38,7 = 258,7V;$$

$$\dot{U}_b = \dot{E}_B - \dot{U}_{Nn} = 220ej^{-120^\circ} + 38,7 = 209ej^{250^\circ} V;$$

$$\dot{U}_c = \dot{E}_C - \dot{U}_{Nn} = 220ej^{120^\circ} + 38,7 = 209ej^{110^\circ} V.$$

5. Для определения тока через амперметр (см рис 2.23) необходимо найти токи $\dot{I}'_A, \dot{I}'_B, \dot{I}'_C$:

$$\dot{I}'_A = \frac{\dot{U}_a}{R} = \frac{258,7}{20} = 13 A;$$

$$\dot{I}'_B = \frac{\dot{U}_B}{X_L ej^{90^\circ}} = \frac{209ej^{250^\circ}}{20ej^{90^\circ}} = 10,45ej^{160^\circ} = -9,72 + 3,28j A;$$

$$\dot{I}'_C = \frac{\dot{U}_C}{R} = \frac{209ej^{250^\circ}}{20ej^{90^\circ}} = 10,45ej^{110^\circ} = -3,28 + 9,72j A.$$

6. Возвращаясь к исходной схеме (рис.2.21) по первому закону Кирхгофа можно записать:

$$\dot{I} = \dot{I}'_A + \dot{I}'_B + \dot{I}'_C = 13 - 9,72 + 3,28j - 3,28 + 9,72j =$$

$$= 13j = 13ej^{90^\circ} A.$$

Амперметр покажет 13 А.

Задача2.9. Конденсатор и два одинаковых активных сопротивления подключены к симметричному источнику (рис 2.23). При работе с нулевым проводом токи в приёмниках были равны $I_A=1A$; $I_B=I_C=2A$. Каковы будут эти токи, если отключить нулевой провод? Построить векторные диаграммы до и после размыкания ключа.

Решение.

1. Пусть $R = 10 \text{ Ом}$, тогда $X_C = 2ej^{-90^\circ}$, так как ток в фазе А в 2 раза меньше тока в фазах В и С.

2. Фазные напряжения генератора:

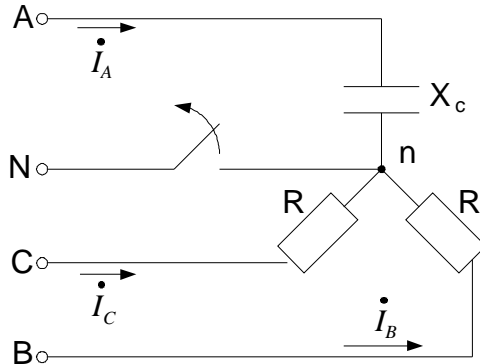


Рис.2.23

$$\dot{U}_A = \dot{I}_A (-jX_C) = 1ej^{90^\circ} \cdot 2ej^{-90^\circ} = 2B;$$

$$\dot{U}_B = \dot{I}_B R = 2ej^{-120^\circ} \cdot 1 = 2ej^{-120^\circ} B;$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}_C R = 2ej^{120^\circ} B.$$

3. После отключения нейтрального провода появляется напряжение смещения \dot{U}_{Nn} , которое можно рассчитать методом двух узлов:

$$\dot{U}_{Nn} = \frac{\frac{\dot{U}_A}{Z_A} + \frac{\dot{U}_B}{Z_B} + \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{\frac{2}{2ej^{-90^\circ}} + 2ej^{-120^\circ} + 2ej^{120^\circ}}{\frac{1}{2ej^{-90^\circ}} + 0,1 + 0,1} =$$

$$= 1,08ej^{140^\circ} = -0,82 + 0,64jB.$$

4. Фазные напряжения приёмника:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{Nn} = 2 + 0,82 - 0,64j = 2,87ej^{-13^\circ} B;$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{Nn} = -1 - 1,73j + 0,82 - 0,64j = 2,38ej^{265^\circ} B;$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{Nn} = -1 + 1,73j + 0,82 - 0,64j = 1,11ej^{120^\circ} B.$$

5. Фазные токи равны:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}'_A}{\underline{Z}_A} = \frac{2,87ej^{-13^\circ}}{2ej^{-90^\circ}} = 1,43ej^{77^\circ} = 0,34 + 1,37j A;$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}'_B}{\underline{Z}_B} = 2,38ej^{265^\circ} = -0,17 - 2,37j A;$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}'_C}{\underline{Z}_C} = 1,11ej^{120^\circ} = -0,17 + 1,02j A.$$

6. Проверка по первому закону Кирхгофа: $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$
 $0,34 + 1,37j - 0,17 - 2,37j - 0,17 + 1,02j \approx 0.$

7. Итак, токи в фазах после отключения нейтрального провода:

$$I_A = 1,43 A;$$

$$I_B = 2,38 A;$$

$$I_C = 1,11 A.$$

8. Векторные диаграммы:

8.1. Цепь с нулевым проводом (рис. 2.24).

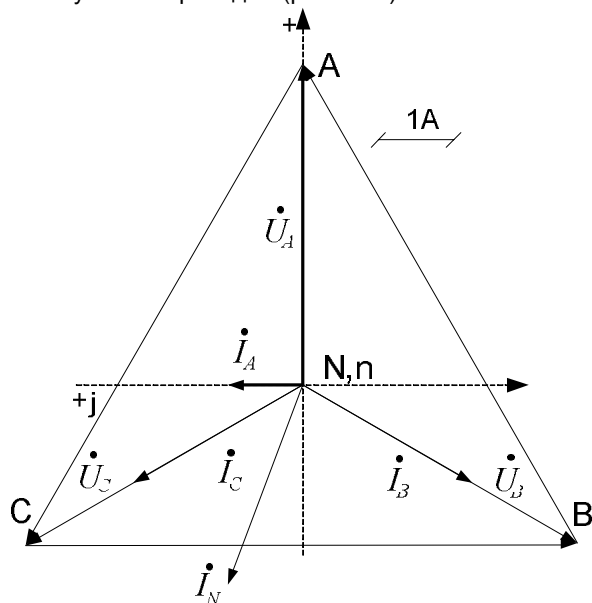


Рис.2.24

8.2. Цепь без нулевого провода (рис. 2.25).

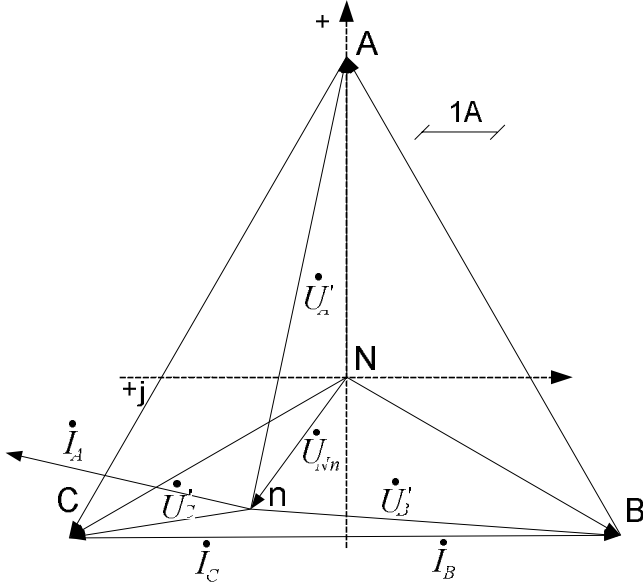


Рис.2.25

Задача 2.10. Определить показания амперметров A_1, A_2, A_3 , если $X_L = X_C$, а показания амперметра $A_4 = 10A$ (рис.2.26).

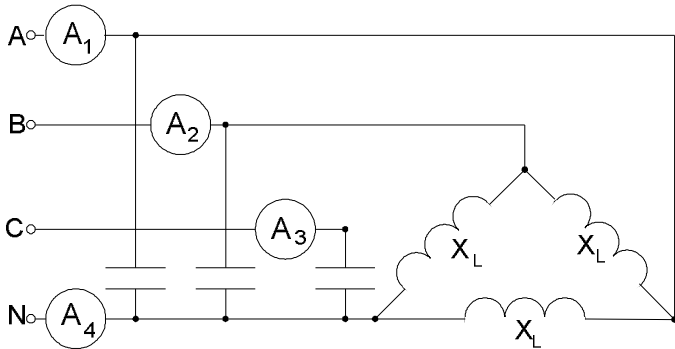


Рис.2.26

Решение:

1. Преобразуем схему для наглядности, соединив между собой точки с равными потенциалами (рис 2.27)

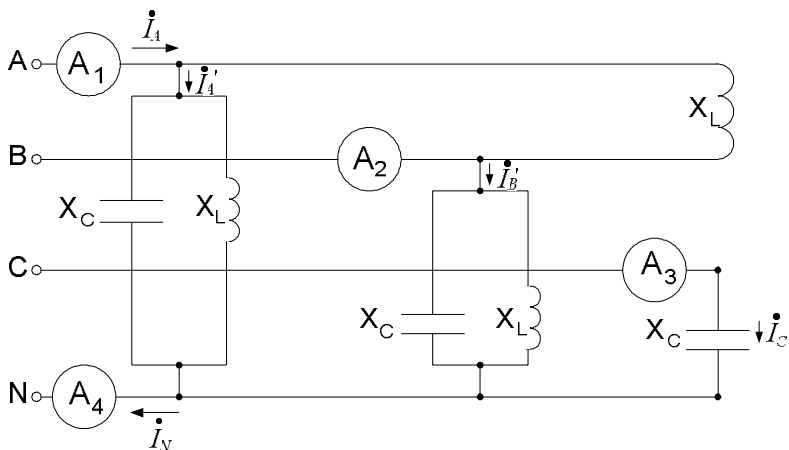


Рис.

2.27

2. Между точками А и N, В и N включены идеальные параллельные контуры, содержащие реактивные сопротивления одинаковые по модулю. В них возникает резонанс токов, поэтому

$$\dot{I}'_A = \dot{I}'_B = 0$$

3. Ток в нейтрали по первому закону Кирхгофа:

$\dot{I}_N = \dot{I}'_A + \dot{I}'_B + \dot{I}_C = \dot{I}_C$, следовательно показания амперметров A_3 и A_4 равны.

4. Сопротивление X_C включено на фазное напряжение U_C , а индуктивное X_L включено на линейное U_{AB} . По модулю эти сопротивления равны, а $U_A = \sqrt{3}U_\phi$, следовательно показания амперметров A_1 и A_2 будут в $\sqrt{3}$ раз больше, чем показания амперметра A_4 .

5. Итак, показания амперметров:

$$A_1 \text{ и } A_2 - 10\sqrt{3} \text{ A.}$$

$$A_3 \text{ и } A_4 - 10 \text{ A.}$$

Задание для самостоятельной работы .

1. К зажимам трехфазного симметричного источника энергии с линейным напряжением $U_{Л} = 380\text{В}$ подключена соединенная звездой несимметричная нагрузка (рис.2.28) сопротивления фаз которой

$\underline{Z}_A = (6 + j8) \text{ Ом}$, $\underline{Z}_B = (24 + j7) \text{ Ом}$ и $\underline{Z}_C = 20 \text{ Ом}$.
 Определить токи и напряжения на каждой фазе, показания каждого ваттметра, мощность, расходуемую в нагрузке.

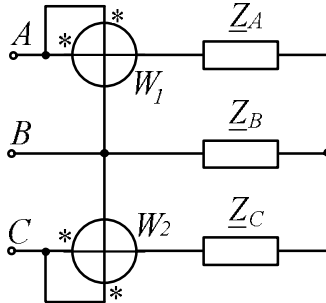


Рис.2.28

2. Система фазных напряжений источника, соединенного треугольником, симметрична, $\dot{U}_{AB} = 200e^{j30^\circ} \text{ В}$. Симметричная нагрузка соединена звездой $\underline{Z} = (3 + j4) \text{ Ом}$ (рис. 2.29). Несимметричная активная нагрузка соединена треугольником: $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 200 \text{ Ом}$, $R_3 = 50 \text{ Ом}$. Сопротивление проводов линии $\underline{Z}_л = (3 + j3) \text{ Ом}$. Определить токи в проводах линии.

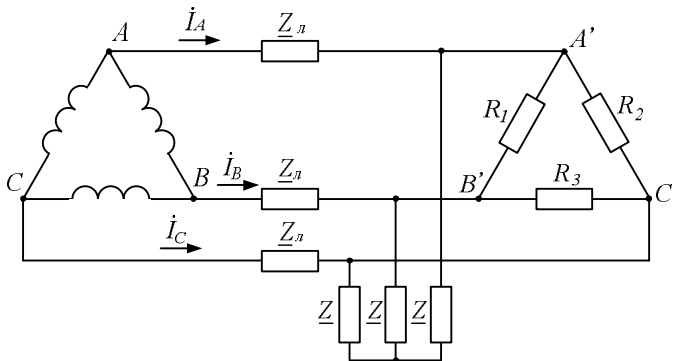


Рис.2.29

3. К симметричному трехфазному генератору, соединенному звездой ($U_A = 380 \text{ В}$), подключены два потребителя, также соединенные звездой (рис.2.30). Параметры схемы: $\underline{Z}_1 = 10 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_2 = -j10 \text{ Ом}$,

$$\underline{Z}_3 = j10 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_4 = 10 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_5 = -j10 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_6 = j10 \text{ Ом}.$$

Рассчитать токи и напряжение \dot{U}_{n1} при разомкнутом выключателе. Определить ток в перемычке при замкнутом выключателе, если $\underline{Z}_N = 0$.

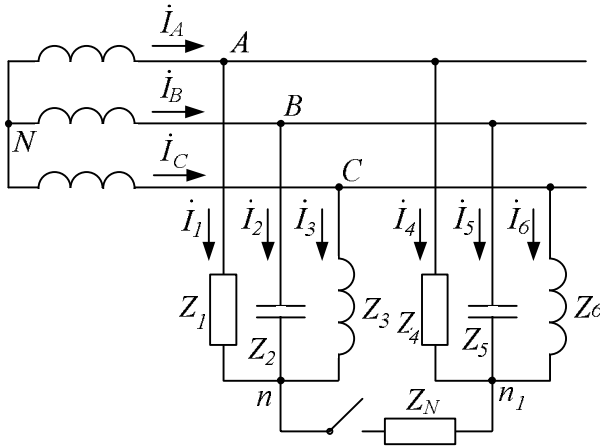


Рис.2.30

4. Решить задачу №3 при условии, что $\underline{Z}_N = 14,6 \text{ Ом}$.

5. По данным задачи №3 определить токи и напряжения смещения

нейтрали \dot{U}_{nN} , \dot{U}_{n1N} при замкнутом выключателе.

6. При соединении звездой вторичных обмоток трансформатора, фазные напряжения которого симметричны ($U_A = 220 \text{ В}$), допущена ошибка: конец X первой фазы соединен не с концами Y и Z последующих фаз, а с началом фазы B (рис.2.31.).

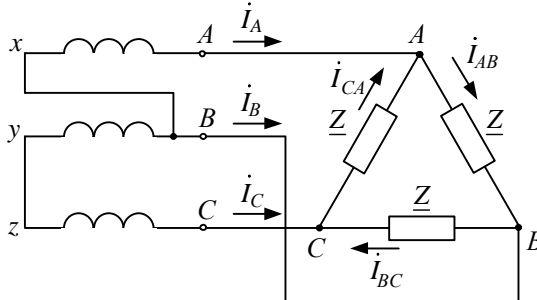


Рис.2.31

Трансформатор нагружен на симметричную нагрузку, соединенную треугольником, $\underline{Z} = 10e^{j30^\circ} \text{ Ом}$. Определить фазные, линейные

напряжения и токи. Построить топографическую и векторную диаграмму токов.

7. Система фазных напряжений генератора симметрична, $U_A = 100B$ (рис.2.32). Сопротивления фаз приемника, соединенного звездой, $R = 50 \text{ Ом}$, $X_1 = X_2 = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 200 \text{ Ом}$.

Сопротивление взаимной индуктивности $X_M = 80 \text{ Ом}$. Определить токи в ветвях цепи и показания вольтметра, включенного между нулевыми точками генератора и приемника. Построить топографическую и векторную диаграммы.

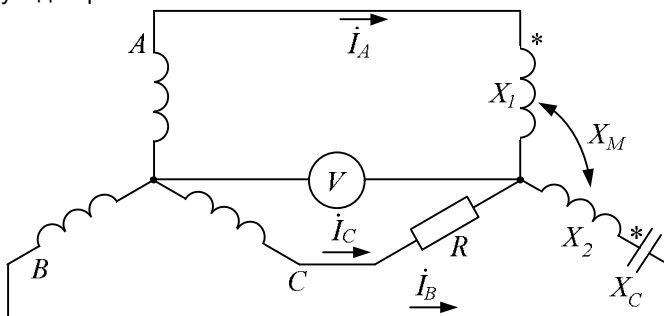


Рис.2.32

8. К выводам трехфазного генератора с линейным напряжением 380 В присоединены звездой два приемника (рис. 2.33.), у каждого из которых $r = \omega L = 1/\omega C = 11 \text{ Ом}$. Определить токи на участках нейтрального провода.

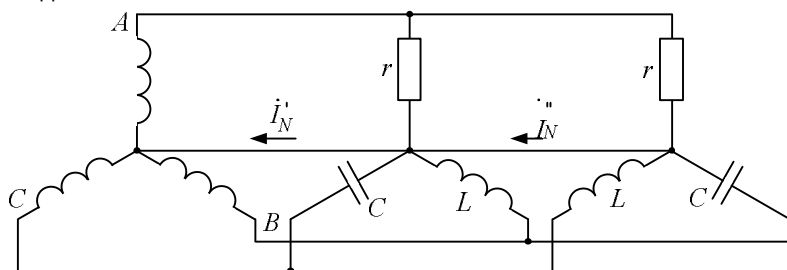


Рис.2.33

ТЕМА «МЕТОД СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ»

Любая несимметричная трехфазная система синусоидальных величин (токов, напряжений, ЭДС, магнитных потоков) может быть представлена в виде суммы трех симметричных систем прямой, обратной и нулевой последовательностей соответствующих величин

$$\begin{cases} \dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \dot{A}_0; \\ \dot{B} = \dot{B}_1 + \dot{B}_2 + \dot{B}_0; \\ \dot{C} = \dot{C}_1 + \dot{C}_2 + \dot{C}_0. \end{cases}$$

Симметричная трехфазная система синусоидальных величин прямой последовательности – это симметричная трехфазная система, порядок следования фаз которой принят в качестве основного (АВС)

$$\dot{A}_1 = \frac{\left(\dot{A} + \underline{a} \dot{B} + \underline{a}^2 \dot{C} \right)}{3};$$

$$\dot{B}_1 = \dot{A}_1 e^{-j120^\circ} = \underline{a}^2 \dot{A}_1;$$

$$\dot{C}_1 = \dot{A}_1 e^{j120^\circ} = \underline{a} \dot{A}_1.$$

Симметричная трехфазная система синусоидальных величин обратной последовательности – это симметричная трехфазная система, порядок следования фаз которой противоположен основному (АСВ)

$$\dot{A}_2 = \frac{\left(\dot{A} + \underline{a}^2 \dot{B} + \underline{a} \dot{C} \right)}{3};$$

$$\dot{B}_2 = \dot{A}_2 e^{j120^\circ} = \underline{a} \dot{A}_2;$$

$$\dot{C}_2 = \dot{A}_2 e^{-j120^\circ} = \underline{a}^2 \dot{A}_2.$$

Симметричная трехфазная система синусоидальных величин нулевой последовательности – это симметричная трехфазная система, векторы которой совпадают по фазе

$$\dot{A}_0 = \dot{B}_0 = \dot{C}_0 = \frac{(\dot{A} + \dot{B} + \dot{C})}{3};$$

Например, для фазных напряжений

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0; \\ \dot{U}_B = \underline{a}^2 \dot{U}_1 + \underline{a} \dot{U}_2 + \dot{U}_0; \\ \dot{U}_C = \underline{a} \dot{U}_1 + \underline{a}^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0, \end{cases}$$

где \dot{U}_1 , \dot{U}_2 , \dot{U}_0 - векторы соответственно прямой, обратной и нулевой последовательностей, причем

$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0.$$

Комплексное сопротивление цепи токам различной последовательности равно отношению симметричных фазных напряжений рассматриваемой последовательности к токам этой последовательности, т.о. комплексное сопротивление прямой последовательности:

$$\underline{z}_1 = \frac{\dot{U}_{A1}}{\dot{I}_{A1}} = \frac{\dot{U}_{B1}}{\dot{I}_{B1}} = \frac{\dot{U}_{C1}}{\dot{I}_{C1}}.$$

Комплексное сопротивление обратной последовательности

$$\underline{z}_2 = \frac{\dot{U}_{A2}}{\dot{I}_{A2}} = \frac{\dot{U}_{B2}}{\dot{I}_{B2}} = \frac{\dot{U}_{C2}}{\dot{I}_{C2}}.$$

Комплексное сопротивление нулевой последовательности

$$\underline{z}_0 = \frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0} = \underline{z}_\phi + 3\underline{z}_N.$$

В симметричных трехфазных цепях без вращающихся машин и трансформаторов

$$\underline{z}_1 = \underline{z}_2 = \underline{z}_\phi.$$

В трехфазной цепи различают продольную и поперечную несимметрию. Продольная несимметрия возникает при обрыве одного или двух линейных проводов, или когда в рассечку фаз линии включают неодинаковые сопротивления. Поперечная несимметрия обусловлена подключением к симметричному трехфазному источнику несимметричной

нагрузки. В обоих случаях при расчете цепи применяют метод симметричных составляющих.

Алгоритм расчета несимметричной трехфазной цепи методом симметричных составляющих:

1. Несимметричный участок цепи заменяют тремя неизвестными

несимметричными источниками ЭДС с напряжениями $\dot{U}_{A'}$, $\dot{U}_{B'}$, $\dot{U}_{C'}$.

2. Неизвестные ЭДС раскладывают на симметричные составляющие

\dot{U}_1 , \dot{U}_2 , \dot{U}_0 , приняв за основную фазу, например фазу А:

$$\begin{cases} \dot{U}_{A'} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0; \\ \dot{U}_{B'} = \underline{a}^2 \dot{U}_1 + \underline{a} \dot{U}_2 + \dot{U}_0; \\ \dot{U}_{C'} = \underline{a} \dot{U}_1 + \underline{a}^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0. \end{cases}$$

3. Для каждой последовательности несимметричного источника ЭДС составляют эквивалентные схемы, по которым записывают три уравнения в соответствии со вторым законом Кирхгофа. В этих уравнениях шесть неизвестных симметричных составляющих напряжений и токов

несимметричного источника ($\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0, \dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$).

4. Дополнительные три уравнения составляют исходя из схемы и параметров несимметричных участков цепи. Напряжения и токи в этих уравнениях заменяют их симметричными составляющими.

5. Действительные токи находят путем совместного решения полученных шести уравнений.

Задача 3.1. При соединении вторичных обмоток трансформатора звездой была допущена ошибка – начало и конец третьей фазы были перепутаны. В результате схема соединений приобрела вид, изображенный на рис. 3.1. Пользуясь методом симметричных составляющих, найти фазные напряжения прямой, обратной и нулевой последовательности вторичной обмотки трансформатора, если $U_{2\phi} = 240 \text{ В}$. Найти токи прямой, обратной и нулевой последовательности, если приемник соединен звездой с нейтральным проводом и без него. Сопротивления фаз приемника одинаковые и равны $Z_a = Z_b = Z_c = 20 \text{ Ом}$.

Решение. Система из трех несимметричных векторов вторичных напряжений трансформатора \dot{U}_A, \dot{U}_B и \dot{U}_C может быть заменена тремя

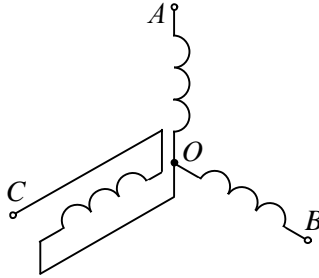


Рис.3.1.

системами векторов: системой из трех симметричных векторов \dot{U}_{A1} , \dot{U}_{B1} и \dot{U}_{C1} прямой последовательности; системой из трех векторов \dot{U}_{A2} , \dot{U}_{B2} и \dot{U}_{C2} обратной последовательности и системой из трех совпадающих векторов \dot{U}_{A0} , \dot{U}_{B0} и \dot{U}_{C0} нулевой последовательности.

Направив \dot{U}_A по оси вещественных значений, запишем:

$$\dot{U}_A = 240 B; \quad \dot{U}_B = 240e^{-j120^\circ} B; \quad \dot{U}_C = 240e^{-j60^\circ} B.$$

Составляющие прямой последовательности:

$$\dot{U}_{A1} = \frac{1}{3} \left(\dot{U}_A + \underline{a} \dot{U}_B + \underline{a}^2 \dot{U}_C \right),$$

где

$$\underline{a} = e^{j120^\circ} = -0,5 + j0,866,$$

$$\underline{a}^2 = e^{-j120^\circ} = -0,5 - j0,866,$$

$$\text{Следовательно, } \dot{U}_{A1} = \frac{1}{3} (240 + 240 - 240) = 80 B,$$

$$\dot{U}_{B1} = \underline{a}^2 \dot{U}_{A1} = 80e^{-j120^\circ} = -40 - j69 B,$$

$$\dot{U}_{C1} = \underline{a} \dot{U}_{A1} = 80e^{j120^\circ} = -40 + j69 B.$$

Составляющие обратной последовательности:

$$\dot{U}_{A2} = \frac{1}{3} \left(\dot{U}_A + \underline{a}^2 \dot{U}_B + \underline{a} \dot{U}_C \right) = 80 + j138 B,$$

$$\dot{U}_{B2} = \underline{a} \dot{U}_{A2} = -160 B, \quad \dot{U}_{C2} = \underline{a}^2 \dot{U}_{A2} = 80 - j138 B.$$

Составляющие нулевой последовательности вторичных напряжений трансформатора

$$\dot{U}_{A0} = \dot{U}_{B0} = \dot{U}_{C0} = \frac{1}{3} \left(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C \right) = 80 - j138 \text{ В}.$$

При отсутствии нулевого провода токи прямой последовательности в линейных проводах:

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{A1}}{Z_a} = 4 \text{ А}, \quad \dot{I}_{B1} = \underline{a}^2 \dot{I}_{A1} = -2 - j2\sqrt{3} \text{ А},$$

$$\dot{I}_{C1} = \underline{a} \dot{I}_{A1} = -2 + j2\sqrt{3} \text{ А}.$$

Токи обратной последовательности:

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_{A2}}{Z_a} = 4 + j4\sqrt{3} \text{ А}, \quad \dot{I}_{B2} = \underline{a} \dot{I}_{A2} = -8 \text{ А},$$

$$\dot{I}_{C2} = \underline{a}^2 \dot{I}_{A2} = 4 - j4\sqrt{3} \text{ А}.$$

Токи нулевой последовательности:

$$\dot{I}_{A0} = \dot{I}_{B0} = \dot{I}_{C0} = 0, \text{ т.к. нулевой провод отсутствует.}$$

При включении нейтрального провода токи прямой и обратной последовательностей в линейных проводах сохраняются прежними, и к ним добавятся токи нулевой последовательности:

$$\dot{I}_{A0} = \dot{I}_{B0} = \dot{I}_{C0} = 4 - j4\sqrt{3} \text{ А}.$$

В нейтральном проводе:

$$\dot{I}_{A1} + \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{C1} = 0, \quad \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{B2} + \dot{I}_{C2} = 0,$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_{A0} + \dot{I}_{B0} + \dot{I}_{C0} = 12 - j12\sqrt{3} \text{ А}.$$

Задача 3.2. Для схемы рис. 3.2 определить сопротивления токам прямой \underline{Z}_1 , обратной \underline{Z}_2 и нулевой \underline{Z}_0 последовательностей, если известно: $\omega L = 10 \text{ Ом}$, $\omega M = 2 \text{ Ом}$, $r = 1 \text{ Ом}$.

Решение. Пусть к рассматриваемой цепи приложены симметричные фазные напряжения \dot{U}_{A1} , \dot{U}_{B1} , \dot{U}_{C1} прямой последовательности, которые вызовут в фазах токи \dot{I}_{A1} , \dot{I}_{B1} , \dot{I}_{C1} . Вследствие симметрии цепи ток в нейтральном проводе равен нулю. Составим по второму закону Кирхгофа уравнение для контура фаза А – нейтральный провод:

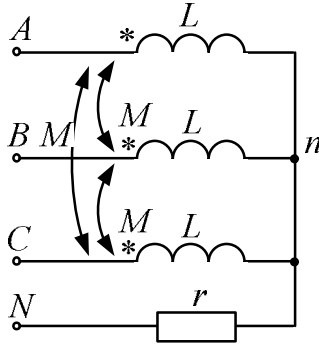


Рис.3.2.

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A1} &= j\omega L \dot{I}_{A1} + j\omega M \dot{I}_{B1} + j\omega M \dot{I}_{C1} = \\ &= j\omega L \dot{I}_{A1} + j\omega M (\dot{I}_{B1} + \dot{I}_{C1}) = j\omega L \dot{I}_{A1} - j\omega M \dot{I}_{A1}. \end{aligned}$$

Сопротивление токам прямой последовательности:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\dot{U}_{A1}}{\dot{I}_{A1}} = j\omega L - j\omega M = j8 \text{ Ом}.$$

Аналогично напряжения \dot{U}_{A2} , \dot{U}_{B2} , \dot{U}_{C2} обратной последовательности вызовут в фазах токи \dot{I}_{A2} , \dot{I}_{B2} , \dot{I}_{C2} . Уравнение для того же контура:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A2} &= j\omega L \dot{I}_{A2} + j\omega M \dot{I}_{B2} + j\omega M \dot{I}_{C2} = \\ &= j\omega L \dot{I}_{A2} + j\omega M (\dot{I}_{B2} + \dot{I}_{C2}) = j\omega L \dot{I}_{A2} - j\omega M \dot{I}_{A2} \end{aligned}$$

$$\text{и } \underline{Z}_2 = \frac{\dot{U}_{A2}}{\dot{I}_{A2}} = j\omega L - j\omega M = j8 \text{ Ом}.$$

Если к цепи приложить напряжения нулевой последовательности $\dot{U}_{A0} = \dot{U}_{B0} = \dot{U}_{C0} = \dot{U}_0$, то они вызовут в фазах токи $\dot{I}_{A0} = \dot{I}_{B0} = \dot{I}_{C0} = \dot{I}_0$. В нейтральном проводе ток будет равен $3\dot{I}_0$.

Уравнение для того же контура:

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= j\omega L \dot{I}_0 + j\omega M \dot{I}_0 + j\omega M \dot{I}_0 + r \cdot 3 \dot{I}_0 = \\ &= (3r + j\omega L + j2\omega M) \dot{I}_0. \end{aligned}$$

$$\text{и } \underline{Z}_0 = \frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0} = 3r + j\omega L + j2\omega M = 3 + j14 \text{ Ом.}$$

Задача 3.3. Трехфазный двигатель, фазы которого соединены звездой, подключен к сети с линейными напряжениями, показанными на рис. 3.3. Сопротивления фаз двигателя в рассматриваемом режиме для токов прямой последовательности $\underline{Z}_1 = 2,82 + j2,82 \text{ Ом}$, для токов обратной последовательности $\underline{Z}_2 = 1 + j1,73 \text{ Ом}$. Найти токи в фазах двигателя.

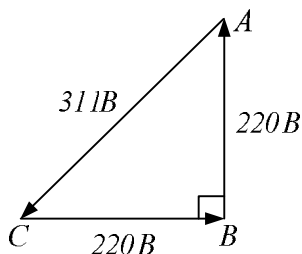


Рис.3.3.

Решение. Для определения токов разложим фазные напряжения источника на симметричные составляющие. В данном случае фазные напряжения можно взять любыми при условии, что их разности равны заданным линейным напряжениям. Например, приняв нейтраль источника совпадающей с точкой В на рис. 2.32 и $\dot{U}_{AB} = 220 e^{j0^\circ} \text{ В}$, получим

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{AB}, \dot{U}_B = 0, \dot{U}_C = -\dot{U}_{BC} = 220 e^{j90^\circ} \text{ В.}$$

Симметричные составляющие прямой и обратной последовательностей этих напряжений

$$\dot{U}_1 = \frac{1}{3} \left(\dot{U}_A + \underline{a} \dot{U}_B + \underline{a}^2 \dot{U}_C \right) = 141,5 e^{-j15^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{3} \left(\dot{U}_A + \underline{a}^2 \dot{U}_B + \underline{a} \dot{U}_C \right) = 38 e^{-j75^\circ} \text{ В.}$$

Напряжение \dot{U}_0 можно не находить, так как при любом его значении ток $\dot{I}_0 = 0$ из-за отсутствия нейтрального провода.

Находим составляющие токов:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1} = 35,4e^{-j60^\circ} \text{ A}, \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2} = 19e^{-j135^\circ} \text{ A}.$$

По найденным симметричным составляющим определим фазные токи двигателя:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 44,3e^{-j84^\circ} \text{ A},$$

$$\dot{I}_B = \underline{a}^2 \dot{I}_1 + \underline{a} \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 17,7e^{-j163^\circ} \text{ A},$$

$$\dot{I}_C = \underline{a} \dot{I}_1 + \underline{a}^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 50,7e^{j75^\circ} \text{ A}.$$

Задача 3.4. В конце трехфазной линии (рис. 3.4) произошло замыкание фазы A на землю через сопротивление $\underline{Z} = j0,5 \text{ Ом}$. Определить напряжения и токи фаз генератора, ток в сопротивлении заземления нейтрали \underline{Z}_N и напряжения между точками a, b, c линии и землей. Дано: фазная ЭДС генератора 220 В, сопротивления различных последовательностей: генератора $\underline{Z}_{\sigma 1} = j12 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{\sigma 2} = j2 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{\sigma 0} = j1 \text{ Ом}$, линии $\underline{Z}_{\lambda 1} = \underline{Z}_{\lambda 2} = j1 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{\lambda 0} = j2 \text{ Ом}$ и $\underline{Z}_N = j0,50$.

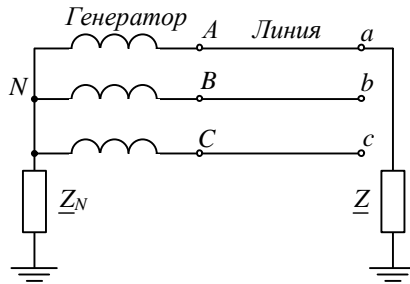


Рис.3.4.

Решение. Заменяем сопротивление несимметричного приемника в конце линии (рис. 3.5, а) источниками ЭДС (рис. 3.5, б), которые можно представить состоящими из источников ЭДС прямой, обратной и нулевой последовательностей (рис. 3.5, в).

Рассматривая каждую из последовательностей, получаем расчетные схемы для фазы A (рис. 3.5, г-е). Так как генератор симметричный,

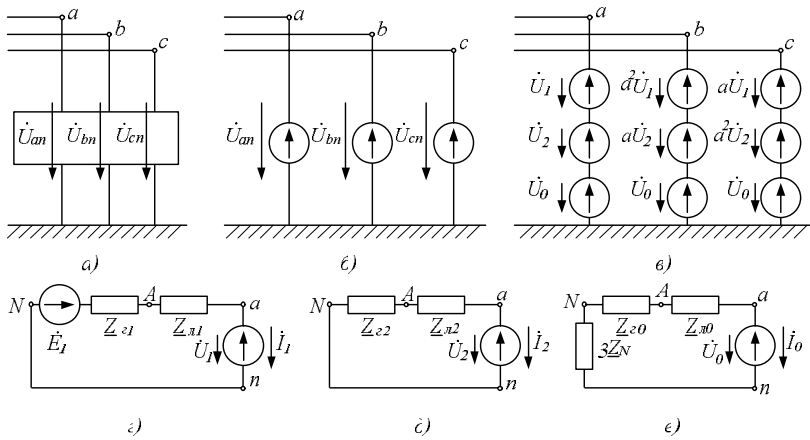


Рис.3.5.

то $\dot{E}_1 = \dot{E}_A = 220e^{j0^\circ}$ В, $\dot{E}_2 = \dot{E}_0 = 0$. Если бы ЭДС генератора были не симметричными, то их необходимо было бы предварительно разложить на симметричные составляющие ЭДС в схеме.

Основные уравнения для схем прямой, обратной и нулевой последовательностей составляем по второму закону Кирхгофа:

$$(\underline{Z}_{e1} + \underline{Z}_{n1})\dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}_1;$$

$$(\underline{Z}_{e2} + \underline{Z}_{n2})\dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0;$$

$$(\underline{Z}_{e0} + \underline{Z}_{n0} + 3\underline{Z}_N)\dot{I}_0 + \dot{U}_0 = 0.$$

Дополнительные уравнения:

$$\underline{Z}\dot{I}_A = \dot{U}_{an}; \quad \dot{I}_B = 0; \quad \dot{I}_C = 0;$$

т.е.

$$\underline{Z}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0) = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0;$$

$$\underline{a}^2 \dot{I}_1 + \underline{a} \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0;$$

$$\underline{a} \dot{I}_1 + \underline{a}^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0.$$

Из последних двух уравнений следует, что $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0$. Складывая соответственно левые и правые части уравнений для схем прямой, обратной и нулевой последовательностей и учитывая полученное равенство токов, получим:

$$(\underline{Z}_{\varepsilon 1} + \underline{Z}_{\varepsilon 1} + \underline{Z}_{\varepsilon 2} + \underline{Z}_{\varepsilon 2} + \underline{Z}_{\varepsilon 0} + \underline{Z}_{\varepsilon 0} + 3\underline{Z}_N + 3\underline{Z})\dot{I}_1 = \dot{E}_1.$$

откуда $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0 = -j10 \text{ A}$.

По основным уравнениям определяем составляющие:

$$\dot{U}_1 = 90 \text{ B}; \dot{U}_2 = -30 \text{ B}; \dot{U}_0 = -45 \text{ B}.$$

Симметричные составляющие напряжений на фазах генератора:

$$\dot{U}_{\varepsilon 1} = \dot{E}_1 - \underline{Z}_{\varepsilon 1} \dot{I}_1 = 100 \text{ B}; \dot{U}_{\varepsilon 2} = -\underline{Z}_{\varepsilon 2} \dot{I}_2 = -20 \text{ B};$$

$$\dot{U}_{\varepsilon 0} = -\underline{Z}_{\varepsilon 0} \dot{I}_0 = -10 \text{ B}.$$

Напряжения на фазах генератора:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{\varepsilon 1} + \dot{U}_{\varepsilon 2} + \dot{U}_{\varepsilon 0} = 70 \text{ B};$$

$$\dot{U}_B = \underline{a}^2 \dot{U}_{\varepsilon 1} + \underline{a} \dot{U}_{\varepsilon 2} + \dot{U}_{\varepsilon 0} = -115,3e^{j64^\circ} \text{ B};$$

$$\dot{U}_C = \underline{a} \dot{U}_{\varepsilon 1} + \underline{a}^2 \dot{U}_{\varepsilon 2} + \dot{U}_{\varepsilon 0} = -115,3e^{-j64^\circ} \text{ B}.$$

Ток фазы А генератора:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 30e^{-j90^\circ} \text{ A}.$$

Для проверки найдем токи других фаз:

$$\dot{I}_B = \underline{a}^2 \dot{I}_1 + \underline{a} \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = -j10(\underline{a}^2 + \underline{a} + 1) = 0;$$

$$\dot{I}_C = \underline{a} \dot{I}_1 + \underline{a}^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = -j10(\underline{a} + \underline{a}^2 + 1) = 0.$$

В сопротивлении \underline{Z}_N ток $\dot{I}_N = 3\dot{I}_0 = 30e^{-j90^\circ} \text{ A}$.

Напряжения между точками a, b, c и землей:

$$\dot{U}_{an} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 15 \text{ B};$$

$$\dot{U}_{bn} = \underline{a}^2 \dot{U}_1 + \underline{a} \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = -128,1e^{j54^\circ} \text{ B};$$

$$\dot{U}_{cn} = \underline{a} \dot{U}_1 + \underline{a}^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = -128,1e^{-j54^\circ} \text{ B}.$$

Проверка: $\dot{U}_{an} = \underline{Z} \dot{I}_A = j0,5(-j30) = 15 \text{ B}$.

Задача 3.5. Трёхфазный двигатель, обмотки которого соединены звездой, подключён к сети в линейными напряжениями, показанными на рисунке (рис 3.6). В рассматриваемом режиме сопротивление каждой фазы двигателя для токов прямой последовательности равно $5j$ и для

токов обратной последовательности равно $3j$. Определить токи в фазах двигателя.

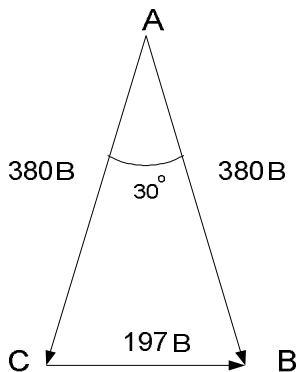


Рис.3.6

Решение. 1. Для определения токов разложим фазные напряжения источника на симметричные составляющие. В данном случае фазные напряжения можно взять любыми при условии, что их разности равны заданным линейным напряжениям. Можно принять нейтраль источника совпадающий с точкой В. Векторная диаграмма напряжений будет иметь вид, показанный на рис 3.7.

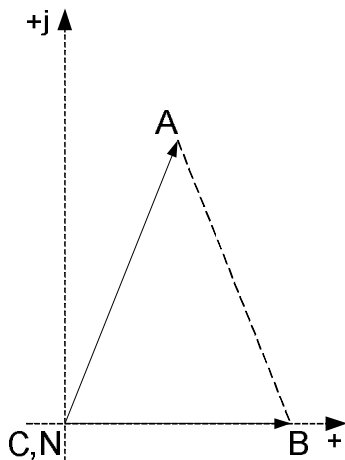


Рис.3.7.

2. Комплексы фазных и линейных напряжений.

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B = 197e^{j0^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = 0 \text{ В};$$

$$\dot{U}_A = -\dot{U}_{CA} = 380ej^{75^\circ} \text{ В.}$$

Условия: $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$; $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$; $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$ выполняются.

3. Симметричные составляющие прямой последовательности этих напряжений:

$$\dot{U}_1 = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \underline{a}\dot{U}_B + \underline{a}^2\dot{U}_C), \text{ где}$$

$$\underline{a} = ej^{120^\circ} = 0,5 + j0,866;$$

$$\underline{a}^2 = ej^{240^\circ} = -0,5 - j0,866;$$

$$\dot{U}_1 = \frac{1}{3}(380ej^{75^\circ} + 197ej^{0^\circ} \cdot ej^{120^\circ}) =$$

$$= \frac{1}{3}(98,5 + 367,05j - 98,5 + 170,6j) = 197,21ej^{90^\circ} \text{ В.}$$

4. Симметричные составляющие обратной последовательности этих фазных напряжений:

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \underline{a}^2\dot{U}_B + \underline{a}\dot{U}_C) =$$

$$= \frac{1}{3}(98,5 + 367,05j - 98,5 - 170,6j) = 65,48ej^{90^\circ} \text{ В.}$$

5. Напряжение \dot{U}_0 (нулевой последовательности) можно не находить, так как при любом его значении ток $\dot{I}_0 = 0$ из-за отсутствия нейтрально провода.

6. Определяем составляющие токов:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{197,21ej^{90^\circ}}{5ej^{90^\circ}} = 39,44 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{65,48ej^{90^\circ}}{3ej^{90^\circ}} = 21,82 \text{ А.}$$

7. По найденным симметричным составляющим определим фазные токи двигателя:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 39,44 + 21,82 = 61,26 \text{ А;}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_B &= \underline{a}^2 I_1 + a \dot{I}_2 = -19,72 - 34,15j - 10,91 + 18,9j = -19,72 - \\ &= -30,63 - 15,25j = 34,21e^{j^{207^\circ}} \text{ A.} \end{aligned}$$

Задание для самостоятельной работы .

1. Линейные напряжения в конце трехфазной трехпроводной линии вследствие неравномерной нагрузки образуют треугольник, показанный на рис. 3.8. Определить коэффициент несимметрии напряжений \dot{U}_2/\dot{U}_1 .

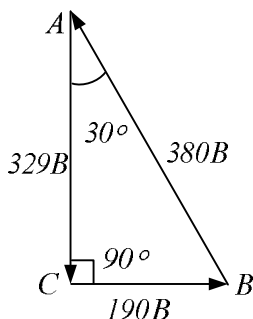


Рис.3.8.

2. На рис. 3.9 показаны векторы токов в несимметричной трехфазной системе. Найти их симметричные составляющие $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$.

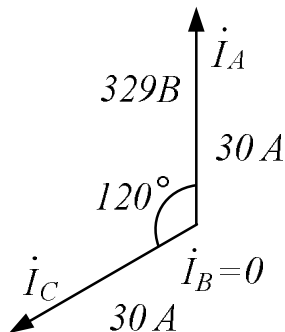


Рис.3.9.

3. Определить ток фазы A и показания вольтметров в цепи рис. 3.10 (при однофазном коротком замыкании генератора), если сопротивления генератора прямой, обратной и нулевой последовательностей соответственно равны: $j12 \text{ Ом}, j3 \text{ Ом}, j1 \text{ Ом}$; фазная ЭДС равна 120 В.

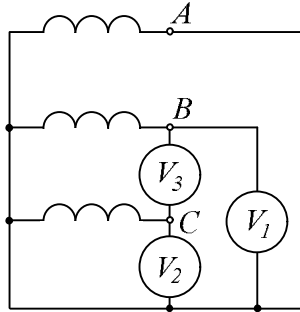


Рис.3.10.

6. Трехфазный двигатель получает питание по линии передачи от источника с линейным напряжением 380 В. Сопротивления различных последовательностей: линии $\underline{Z}_{n1} = \underline{Z}_{n2} = j0,5 \text{ Ом}$ и двигателя $\underline{Z}_{n1} = j4 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_{n2} = j0,5 \text{ Ом}$. На линии произошел обрыв фазы А. Определить напряжение и токи фаз А и С двигателя и напряжение между точками обрыва, если сопротивления различных последовательностей остаются неизменными.

7. Определить показания вольтметров и ток в фазе В при двухфазном коротком замыкании генератора (рис. 3.11). Сопротивления генератора прямой и обратной последовательностей: $j8 \text{ Ом}$, $j2 \text{ Ом}$; фазная ЭДС равна 100 В.

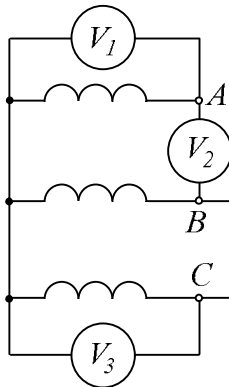


Рис.3.11.

8. К генератору с фазной ЭДС 220 В подключен приемник, фазы которого соединены звездой. На шинах генератора произошло однофазное замыкание фазы А на землю через сопротивление $\underline{Z} = 4,65 \text{ Ом}$. Сопротивления различных последовательностей

генератора: $\underline{Z}_{\varepsilon 1} = j10 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{\varepsilon 2} = j1 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{\varepsilon 0} = j10 \text{ Ом};$
сопротивления фаз приемника $\underline{Z}_H = j100 \text{ Ом};$ сопротивление
заземления нейтрали генератора $\underline{Z}_N = 2 \text{ Ом}.$ Определить токи во всех
фазах генератора и приемника.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: Гардарики, 2002. – 638 с.
2. Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа, 2001. – 495 с.
3. Прянишников В.А. Теоретические основы электротехники. Курс лекций: учеб. пособие. СПб.: Корона принт, 2000. – 366 с.
4. Башарин С.А., Федоров В.В. Теоретические основы электротехники. Теория электрических цепей и электромагнитного поля: учеб. пособие. М.: Academia, 2004. – 304 с.

Учебное текстовое электронное издание

**Петухова Ольга Игоревна
Шурыгина Галина Владимировна
Храмшин Вадим Рифкатович
Мамлеева Юлия Игоревна**

АНАЛИЗ И РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

Учебное пособие

Издается полностью в авторской редакции
0,74 Мб
1 электрон. опт. диск

г. Магнитогорск, 2013 год
ФГБОУ ВПО «МГТУ»
Адрес: 455000, Россия, Челябинская область, г. Магнитогорск,
пр. Ленина 38

ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
Кафедра электротехники и электротехнических систем
Центр электронных образовательных ресурсов и
дистанционных образовательных технологий
e-mail: ceor_dot@mail.ru