



Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Кафедра физики

М.Б. Аркулис
А.А. Николаев

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Учебное пособие

Магнитогорск
ФГБОУ ВПО «МГТУ»
2011

Рецензенты

Заведующий научно-исследовательской лабораторией проблем
непрерывного образования МаГУ,
доктор педагогических наук, профессор
ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный университет»
В.П. Ушацев

Доктор технических наук, профессор кафедры
вычислительной техники и прикладной математики
ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический
университет им. Г.И. Носова»
И.М. Ячиков

Аркулис М.Б., Николаев А.А.

Волновая оптика [Электронный ресурс]: Учебное пособие /
Михаил Борисович Аркулис, Александр Александрович Николаев;
ФГБОУ ВПО «МГТУ». – Электрон. текстовые дан. (0,44 Мб). –
Магнитогорск: ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2011. – 1 электрон. опт. диск (CD-
R). – Систем. требования: IBM PC, любой, более 1 GHz; 512 Мб RAM; 10
Мб HDD; MS Windows XP и выше; Adobe Reader 7.0 и выше; CD/DVD-
ROM дисковод; мышь. – Загл. с контейнера.

Пособие разработано в соответствии с программой курса физики
для высших учебных заведений и содержит изложение материала по
разделу «Волновая оптика». Рассмотрены основные идеи при объяснении
волновых явлений с использованием метода векторных диаграмм, как
альтернативы сложному математическому аппарату. Результат усвоения
материала проверяется наличием вопросов для самоконтроля.
Содержание работы соответствует требованиям учебной программы и
квалификационной характеристики выпускника согласно ФГОС ВПО.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ИНТЕНСИВНОСТЬ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ	5
1.1. Определение интенсивности	5
2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ	7
2.1. Сложение колебаний	7
2.2. Условия возникновения максимумов и минимумов интерференционной картины	9
2.3. Оптическая разность хода	10
2.4. Условия возникновения интерференции	10
2.5. Интерференция от двух точечных монохроматических источников света	12
3. ДИФРАКЦИЯ	15
3.1. Дифракция Фраунгофера на щели	15
3.2. Дифракционная решетка	19
3.3. Распределение интенсивности при дифракции на щели	23
3.4. Распределение интенсивности при дифракции на дифракционной решетке	25
3.5. Дифракционная решетка как спектральный прибор	29
4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ	34
4.1. Закон Малюса	34
4.2. Поляризация света при отражении и преломлении	37
4.3. Вращение плоскости поляризации	37
5. ВОЛНОВАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ	39
5.1. Распространение света в веществе	39
5.2. Дисперсия света	39
5.3. Классическая электронная теория дисперсии	40
5.4. Среда, как совокупность осцилляторов	41
5.5. График зависимости $n_R(\omega)$	44
5.6. График зависимости $n(\lambda)$	44
5.7. Учет колебаний с другими собственными частотами	45
5.8. Зависимость коэффициента поглощения от частоты	48
5.9. Рассеяние света	49
5.10. Рассеяние на малых частицах ($a \ll \lambda$). Закон Релея	50
5.11. Молекулярное рассеяние	50
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	52

ВВЕДЕНИЕ

Оптика – наука о свете. С современной точки зрения свет представляет собой поток элементарных частиц – *фотонов* (квантов электромагнитного поля). Поэтому строгая трактовка оптических явлений может быть дана только в рамках последовательной квантовой теории. Однако целый ряд практически важных оптических явлений можно удовлетворительно объяснить, пользуясь приближённой теорией.

Самой грубой приближённой теорией является *геометрическая оптика*, основанная на понятии о световых лучах. Законы геометрической оптики позволяют построить теорию простейших оптических приборов, в которых изображение исследуется не слишком детально, в которых можно пренебречь *дифракцией*.

Согласно квантовой теории, фотоны, как и всякие микрочастицы, обладают, наряду с корпускулярными, также и волновыми свойствами. Существует целый ряд явлений (интерференция, дифракция, поляризация, некоторые случаи взаимодействия света с веществом и т.д.), в которых проявляются, прежде всего, *волновые свойства* света. Эти явления могут быть достаточно хорошо объяснены в рамках *волновой оптики* – приближённой оптической теории, в которой *свет* рассматривается как электромагнитные волны, подчиняющиеся классической теории электромагнетизма Максвелла.

Что касается последовательной квантовой теории света (квантовой электродинамики), то она существенно выходит за рамки курса общей физики.

В данном пособии рассмотрены *интерференция и дифракция* света в рамках **волновой оптики**.

1. ИНТЕНСИВНОСТЬ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

1.1. Определение интенсивности

С точки зрения волновой оптики свет – электромагнитная волна. Источники электромагнитных волн порождают переменные напряжённости электрического и магнитного полей – \mathbf{E} и \mathbf{H} , которые называют **возмущением**; распространение возмущения в пространстве и представляет собой волну. При этом с возмущением связана энергия, следовательно, волна переносит энергию.

Модуль среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной, называется **интенсивностью света** I в данной точке пространства:

$$I = \left\langle \vec{j} \right\rangle \quad (1.1)$$

Вектор \vec{j} является вектором плотности потока энергии, и, как было установлено **Н.А. Умовым** (1874 г.), равен

$$\vec{j} = w \cdot \vec{v}, \quad (1.2)$$

где \vec{v} - вектор скорости распространения волны, перпендикулярный к волновой поверхности;

w - плотность энергии в данной точке пространства.

Для электромагнитной волны, распространяющейся в изотропной среде, плотность энергии электромагнитного поля складывается из плотности энергии электрического и магнитного полей:

$$w = w_E + w_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \quad (1.3)$$

Модули векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H, \quad (1.4)$$

следовательно, плотность энергии электрического и магнитного полей равны между собой и тогда

$$w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = HE \sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0}.$$

Поскольку скорость распространения электромагнитной волны в среде с параметрами ε и μ

$$v_{cp} = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0}}, \quad (1.5)$$

то

$$wv_{cp} = HE. \quad (1.6)$$

Вектора \mathbf{H} и \mathbf{E} взаимно перпендикулярны и их векторное произведение есть вектор плотности потока энергии, переносимой электромагнитной волной и называемый **вектором Пойнтинга** (1884 г.)

$$\vec{\Pi} = [\vec{E}\vec{H}], \quad (1.7)$$

который совпадает в данном случае с **вектором Умова** и поэтому называется **вектором Умова – Пойнтинга**.

Поскольку интенсивность света равна

$$I = \langle \vec{j} \rangle = \langle \vec{\Pi} \rangle = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E^2, \quad (1.8)$$

то отсюда следует, что интенсивность света пропорциональна **квадрату амплитуды** колебаний вектора напряженности электрического поля в данной точке пространства

$$I \sim E^2. \quad (1.9)$$

Из формулы (1.5) следует, что скорость распространения электромагнитной волны в вакууме ($\epsilon=1, \mu=1$) равна

$$v_{\text{вак}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \equiv c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}. \quad (1.10)$$

По определению, показателем преломления называется величина, равная отношению скорости света в вакууме к скорости света в среде

$$n = \frac{c}{v_{\text{сп}}} = \frac{\sqrt{\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0}}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \sqrt{\mu\epsilon}. \quad (1.11)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется интенсивностью световой волны?
2. Что называется плотностью потока энергии?
3. Как определяется плотность потока энергии электромагнитной волны распространяющейся в изотропной среде?
4. Что называется вектором Умова, вектором Пойнтинга?
5. Как связана интенсивность света с амплитудой колебаний вектора напряженности \mathbf{E} в данной точке пространства?
6. Что такое «показатель преломления» и как он связан со свойствами среды?

2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

2.1. Сложение колебаний

Рассмотрим произвольную точку в области пространства, куда приходят возмущения от всех источников, т.е. место, где происходит наложение волн, и будем интересоваться интенсивностью света в данной точке пространства. Теория и опыт показывают, что во многих случаях имеет место суперпозиция интенсивностей: если I_1, I_2, \dots – интенсивности в точке наблюдения от каждого из источников (первого, второго, и т.д. соответственно), то полная интенсивность равна их сумме

$$I_{\Sigma} = \Sigma I_i.$$

В таком случае говорят, что интерференция отсутствует. Такая ситуация возникает в оптике при наложении волн от независимых источников.

Предположим, теперь, что источники (для простоты пусть их всего два – S_1 и S_2) испускают монохроматические волны одинаковой частоты. Тогда в каждую точку пространства (например, в точку В) будут приходить два гармонических колебания E_1 и E_2 (рис 2.1).

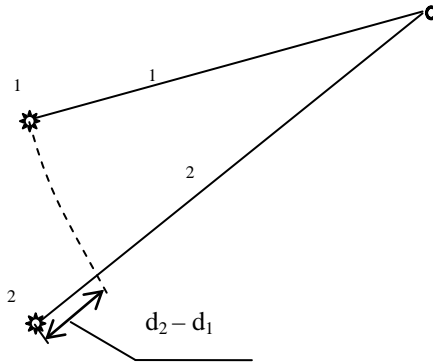


Рис. 2.1

Пусть начальные фазы источников равны нулю. Тогда в точке В под действием источника S_1 возникает переменное электрическое поле, напряжённость E_1 которого равна:

$$E_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{d_1}{V} \right) = A_1 \cos \left(\omega t - \frac{\omega d_1}{V} \right) = A_1 \cos \Phi_1, \quad (2.1)$$

а от источника S_2 :

$$E_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{d_2}{V} \right) = A_2 \cos \left(\omega t - \frac{\omega d_2}{V} \right) = A_2 \cos \Phi_2. \quad (2.2)$$

В точке В складываются два колебания с амплитудами A_1 и A_2 . Результат сложения можно изобразить на векторной диаграмме в виде суммы двух векторов, модули которых равны амплитудам, а углы между этими векторами и некоторым фиксированным направлением равны фазам Φ_1 и Φ_2 в данный момент времени (рис. 2.2).

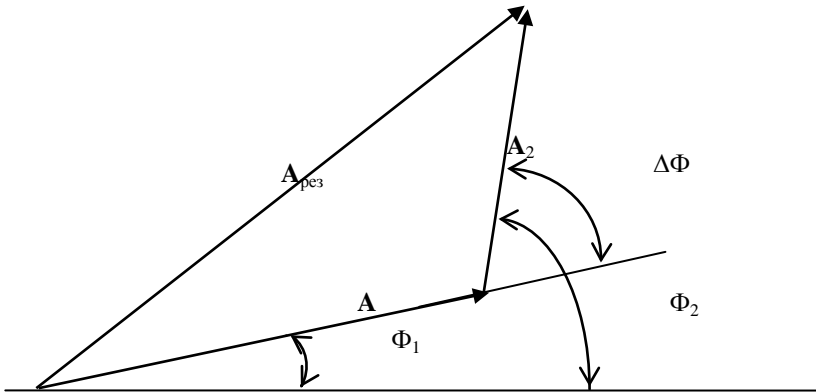


Рис.2.2

Из полученного треугольника векторов можно найти вектор результирующей амплитуды $A_{рез}$. Согласно теореме косинусов, имеем:

$$A_{рез}^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta\Phi. \quad (2.3)$$

Поскольку интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, то можно записать

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\Phi \quad (2.4)$$

Из выражения (2.4) видно, что **суперпозиция** интенсивностей **не имеет места**. Результирующая интенсивность зависит от последнего слагаемого $2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\Phi$, которое называют **интерференционным**

членом. При этом распределение интенсивности в пространстве (обычно характерное чередование максимумов и минимумов) называют **полем интерференции** или **интерференционной картиной**.

2.2. Условия возникновения максимумов и минимумов интерференционной картины

Из рис. 2.2 видно, что величина результирующей амплитуды зависит от разности фаз $\Delta\Phi$ складываемых колебаний. Максимальные значения амплитуды будут при

$$\Delta\Phi = 2k\pi \quad ; \quad (2.5)$$

минимальные – при

$$\Delta\Phi = (2k + 1)\pi, \quad (2.6)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$.

Из (2.1) и (2.2)

$$\Phi_1 = \omega t - \frac{\omega d_1}{V}, \quad \Phi_2 = \omega t - \frac{\omega d_2}{V},$$

где V – скорость волны, тогда

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{\omega}{V}(d_2 - d_1),$$

где $d_2 - d_1$ – разность расстояний от источников до точки B , называемая **разностью хода**. Именно из-за наличия разности хода возникла разность фаз $\Delta\Phi$.

Если учесть, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T – период колебаний, то

$$\Delta\Phi = (d_2 - d_1) \frac{\omega}{V} = (d_2 - d_1) \frac{2\pi}{TV} = (d_2 - d_1) \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (2.7)$$

с учетом (2.5) и (2.6), получим

$$(d_2 - d_1) \frac{2\pi}{\lambda} = 2k\pi \quad \text{и} \quad (d_2 - d_1) \frac{2\pi}{\lambda} = (2k + 1)\pi$$

$$d_2 - d_1 = k\lambda \quad - \text{условие максимума}, \quad (2.8)$$

$$d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad - \text{условие минимума}. \quad (2.9)$$

2.3. Оптическая разность хода

Кроме разности хода, на величину разности фаз влияет среда, в которой распространяются колебания. Поскольку в различных средах скорость света разная, то при прохождении одного и того же геометрического пути в разных средах, «набег» фазы будет различным. Скорость света в среде в n_{cp} раз меньше скорости света в вакууме (n_{cp} - абсолютный показатель преломления среды). Для учета такого отставания, геометрическую длину пути умножают на n_{cp} . Величину

$$\Delta = (d_2 - d_1)n_{cp} \text{ называют } \textit{оптической разностью хода}.$$

Также изменение фазы происходит и при отражении света от оптически более плотной среды. При этом фаза меняется на π , что можно учесть, добавив к оптической разности хода $\frac{\lambda}{2}$.

Это определение интерференции справедливо для наложения любого числа волн. Случай с двумя источниками был приведен исключительно из соображений простоты.

2.4. Условия возникновения интерференции

Естественно возникает вопрос, *какие условия необходимы для того, чтобы при наложении волн возникла интерференция?* В рассмотренном примере решающую роль играли три обстоятельства. Во-первых, частоты интерферирующих волн были одинаковы. Во-вторых, важно, чтобы возмущения, если они имеют векторный характер, были направлены вдоль одной прямой. Действительно, мы складывали возмущения E_1 и E_2 как скалярные величины, а в случае векторов это правомерно лишь при условии их сонаправленности (для электромагнитных волн света сонаправленность векторов E_1 и E_2 означает одинаковую поляризацию этих волн). В-третьих, не явно подразумевалось, что колебания происходят непрерывно в течении всего времени наблюдения. Волны, удовлетворяющие данным трём условиям, называются *когерентными*.

Третье условие **не выполняется** в оптике и определяет специфику оптических интерференционных схем. Причина в том, что излучение света атомами не происходит непрерывно. Простейшая модель излучения, в рамках волновой теории, такова. Атом источника света, получив энергию, например, в результате случайного соударения с другим атомом, начинает «высвечиваться», излучая в течении промежутка времени τ электромагнитную волну, после чего излучение прекращается до следующего возбуждения атома. Волна, испущенная в

результате такого отдельного акта излучения, в первом приближении, имеет вид «куска **почти** монохроматической волны», называемого **цугом волн** (другое название – **волновой пакет**), имеющего продольный и поперечный размеры.

Длина цуга, т.е. его продольный размер, равна

$$l_i = c \cdot \tau_i,$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме, τ_i – промежуток времени, в течении которого излучается данный цуг. Соударения носят нерегулярный, хаотический характер, поэтому l_i и τ_i являются случайными величинами. Среднее значение времени $\langle \tau \rangle$ называют **временем когерентности**, а среднюю длину $\langle l \rangle$ – **длиной когерентности**.

Поперечный размер цуга связан с понятием **пространственной когерентности**.

Прерывный характер излучения света существенно меняет ситуацию, возникающую при наложении волн. В каждую точку пространства приходят цуги волн от разных атомов, и, при выполнении трёх условий когерентности, дают интерференционную картину в соответствии с формулой (2.4). Через время, порядка времени когерентности τ , эти цуги пройдут точку наблюдения и им на смену придут другие цуги, которые также интерферируют, но разность фаз теперь будет иной вследствие несогласованности актов излучения. Таким образом, происходит смена сверх кратковременных интерференционных картин, причём разность фаз меняется от картины к картине случайным образом. При этом фиксируется лишь интенсивность, усредненная по времени наблюдения, в течение которого разность фаз сменится многократно, принимая всевозможные значения в интервале от 0 до 2π . Среднее значение косинуса в формуле (2.4) при этом равно нулю, интерференции нет. Наблюдается суперпозиция интенсивностей.

Следовательно, для осуществления интерференции необходимо обеспечить такое согласование фаз колебаний, чтобы при усреднении интерференционный член не обращался в нуль, т.е. чтобы разность фаз в формуле (2.4) оставалась постоянной во время наблюдения. При этом, разумеется, должны быть выполнены и первые два условия: одинаковые частоты и одинаковые направления колебаний.

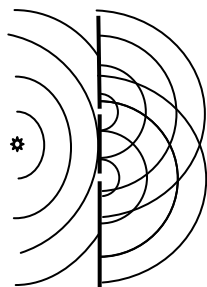
Постоянство разности фаз можно осуществить, если заставить интерферировать колебания, приходящие в точку наблюдения от одной и той же волны, но по разным путям. При этом оптическая разность хода должна быть меньше длины цуга

$$\Delta < l. \tag{2.10}$$

В этом случае часть цуга, прошедшая по более длинному пути, ещё будет заставать в точке наложения другую *его* часть, прошедшую по более короткому пути – цуг «интерферирует сам с собой». Поскольку обе части цугов уходят от точки деления одновременно, то разность фаз определяется только разностью хода и будет одинаковой для всех последующих цугов, т.е. постоянной во времени. Говорят, что в этом случае наблюдается **временная когерентность**.

В точках, для которых разность хода больше длины цуга, часть цуга, прошедшая по более длинному пути, встречается в точке наложения с частью **другого** цуга, прошедшей по более короткому пути. Так как цуги испускаются беспорядочно во времени, то разность фаз складываемых колебаний будет иметь случайное значение, и, по мере прихода новых цугов, хаотически меняться. Таким образом, в области, для точек которой условие временной когерентности (2.10) не выполняется, колебания не когерентны и интерференция отсутствует.

2.5. Интерференция от двух точечных монохроматических источников света

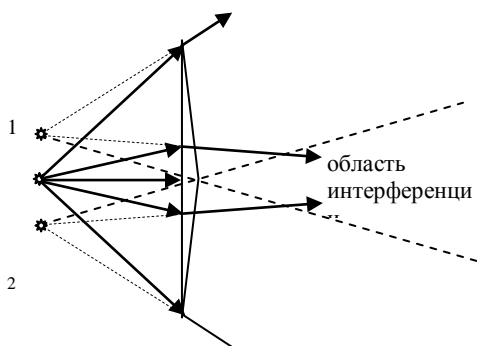


Два точечных когерентных источника света можно получить путем деления волны от одного точечного источника на две части. Существует множество интерференционных схем такого разделения. Приведем некоторые из них.

Схема Юнга состоит из одного источника света и непрозрачного экрана с двумя отверстиями.

Согласно принципу Гюйгенса, каждую точку фронта волны, дошедшего до экрана,

можно рассматривать как источник вторичных волн. Поскольку

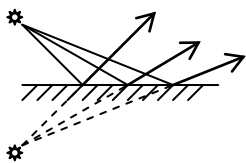


отверстия расположены на фронте волны и воспроизводят одно и то же колебание, то они являются когерентными и синфазными источниками.

Бипризма Френеля представляет собой призму, сечением которой является равнобедренный треугольник с очень

малыми углами при основании. Если на большую грань направить свет от источника S , то в результате двукратного преломления лучей, исходный пучок преобразуется в два пучка лучей, идущих от боковых граней бипризмы. Если падающий пучок достаточно узкий, то мнимые продолжения преломленных пучков пересекутся в двух точках. Эти точки два мнимых изображения S_1 и S_2 источника S . S_1 и S_2 являются источниками когерентных волн. Интерференция будет наблюдаться в области перекрытия пучков.

Зеркало Ллойда. Схема состоит из источника и зеркала. Происходит интерференция волн, одна из которых идет непосредственно от источника, а вторая от мнимого изображения источника в зеркале.



Особенность данной схемы в том, при отражении фаза волны меняется на противоположную, и к разности хода добавится $\frac{\lambda}{2}$. Кроме этого,

интерференционная картина, полученная таким способом, имеет малую контрастность, так как интенсивность отраженной волны составляет всего несколько процентов от интенсивности падающей волны.

Существует еще ряд интерференционных схем, например **бизеркала Френеля**, **билинза Бийе** и т.д.

В интерференционных картинах приведенных выше схем, максимумы располагаются в тех точках, для которых в разности хода укладывается чётное число полуволн, а минимумы – в точках, для которых в разности хода укладывается нечетное число полуволн. Получается, что геометрическое положение, например, максимумов - это множество точек пространства, для каждой из которых разность расстояний до двух источников (точек) – константа. Вышесказанное является определением **гиперболы**. В случае максимумов интерференции этими константами являются значения $0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, 5\lambda$. Т.е. в пространстве геометрическим положением максимумов является семейство гиперboloидов вращения с общими фокусами – когерентными источниками света. Если параллельно линии соединяющей источники расположить экран, то на нем будут наблюдаться чередующиеся светлые и темные полосы. Полосы – результат пересечения гиперboloида вращения и плоскости (рис. 2.3).

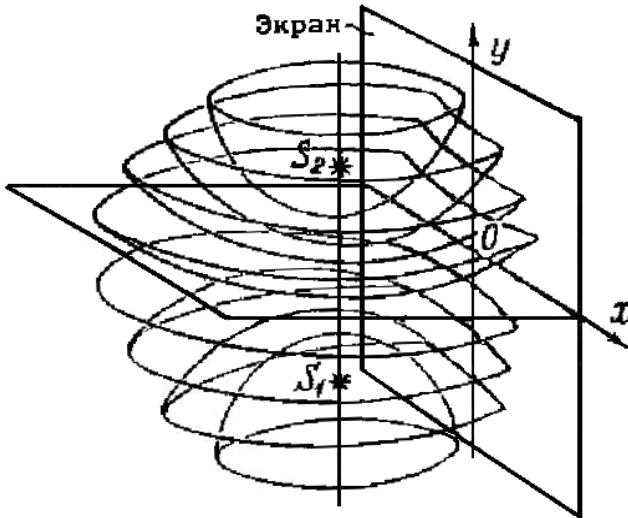


Рис.2.3.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие источники света называются когерентными?
2. Что можно определить уравнением волны в выбранном направлении?
3. В чем суть метода векторной диаграммы сложения колебаний?
4. Что называют *интерференционным членом*?
5. Что называется оптической разностью хода?
6. Как связана оптическая разность хода и разность фаз?
7. Условия возникновения интерференционных максимумов и минимумов?
8. Что такое *временная когерентность*? Как она связана с разностью хода и разностью фаз?
9. Приведите примеры интерференционных схем?

3. ДИФРАКЦИЯ

3.1. Дифракция Фраунгофера на щели

Отклонения от закона прямолинейного распространения световых лучей, проявляющиеся при наличии препятствий на пути световой волны, называются дифракцией света. Возникающее при дифракции распределение интенсивности света в пространстве, называется дифракционной картиной.

Рассмотрим образование дифракционных максимумов и минимумов на экране при прохождении монохроматического света через щель шириной a (рис.3.1).

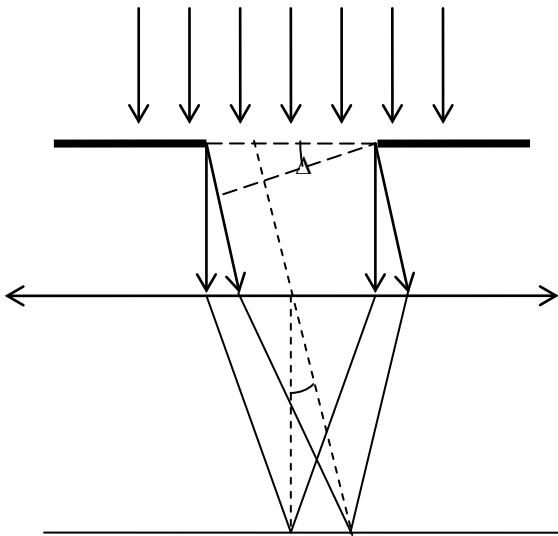


Рис. 3.1

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, любая точка фронта волны является источником вторичных волн. Следовательно, дальнейшее направление распространения волны (луча) лежит в пределах от 0 до π градусов.

Собирающая линза является таутохронной системой, т.е. не оказывает влияния на изменение разности фаз между колебаниями, распространяющимися в параллельных направлениях.

Разность хода между крайними лучами

$$\Delta = a \sin \varphi \quad (3.1)$$

где φ - угол дифракции.

В любой точке пространства происходит сложение колебаний .

Рассмотрим точку O экрана. В точке O происходит сложение колебаний с нулевой разностью фаз с образованием максимума и результирующей амплитудой A_0 . A_0 – результат сложения множества параллельных лучей с амплитудой A_i .

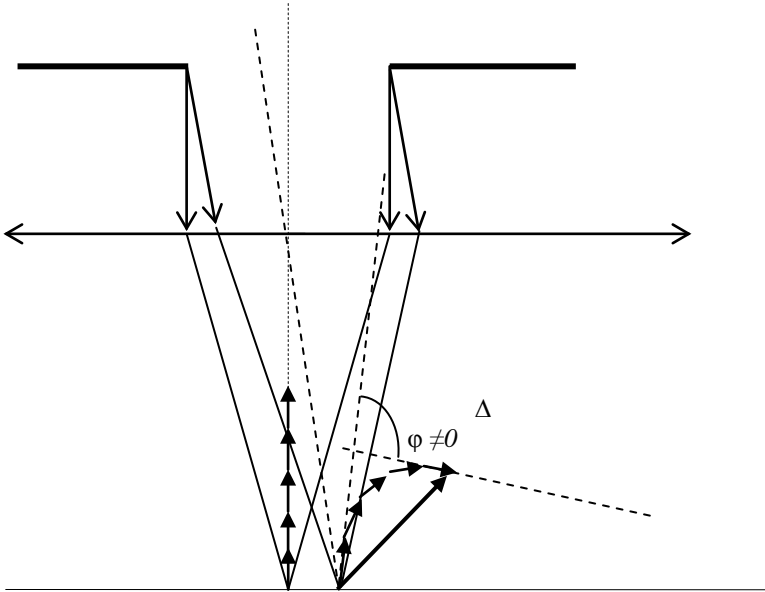


Рис. 3.2

Применим способ сложения колебаний с помощью векторной диаграммы. Пусть исходное направление вектора амплитуды A_i при значении угла дифракции φ равном 0 будет вертикально. Тогда вектор результирующей амплитуды A_0 будет представлять собой отрезок имеющий максимально возможную длину (рис.3.2).

Если рассмотреть некоторую другую точку экрана (например точку M), то каждый вектор A_i , вносящий свой вклад в образование результирующей амплитуды, будет повернут на некоторый угол по отношению к предыдущему (колебания будут отставать по фазе) и результирующий вектор будет короче. Пер вый вектор в точке M ,

разумеется, будет также повернут на некоторый угол по отношению к первому вектору в точке O , и этот угол также можно рассчитать зная OM , расстояние до экрана и длину волны. Но интенсивность в данной точке от этого не зависит и поэтому, для простоты мы будем изображать первый вектор произвольно. «Накопленная» разность фаз между первым и последним колебанием будет $\Delta\Phi \neq 0$ (рис.3.2). Разность фаз $\Delta\Phi$ связана с разностью хода Δ выражением

$$\frac{\Delta}{\lambda} 2\pi = \Delta\Phi \quad \text{или} \quad \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \quad (3.2)$$

При $\Delta\Phi = \pi$ цепочка векторов A_i закручивается в полуокружность длины A_0 (рис.3.3).

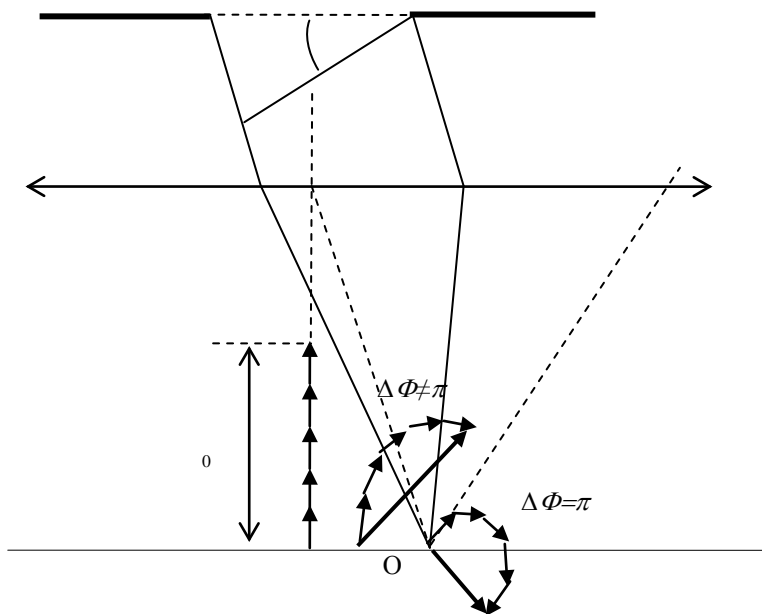


Рис. 3.3

Произошло образование первого дифракционного максимума. Однако участок экрана от т. O до M будет освещен полностью. Причем в любой точке лежащей ближе к т. O освещенность будет больше чем в т. M , поскольку при одной и той же длине цепочки, длина результирующего вектора уменьшается (более подробно этот вопрос рассмотрен далее).

Когда $\Delta\Phi$ достигнет 2π , то $A_{рез}=0$, т.е. произойдет образование первого дифракционного минимума (рис.3. 4).

При дальнейшем увеличении $\Delta\Phi=2\pi+\pi=3\pi$ цепочка закручивается в спираль и происходит образование второго максимума.

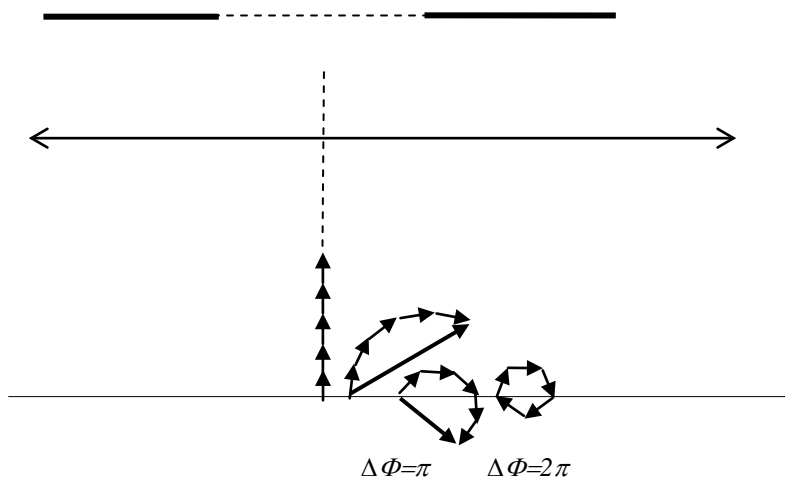


Рис. 3.4

Условия образования максимумов:

$\Delta\Phi_0 = \pi$;	$\Delta\Phi_1 = 3\pi$;	$\Delta\Phi_2 = 5\pi$;	$\Delta\Phi_3 = 7\pi$;
(первый максимум)	(первый реальный максимум)	(второй реальный максимум)	(третий реальный максимум)

В общем случае

$$\Delta\Phi = (2k + 1) \pi \quad (3.3)$$

Решая совместно (3.1), (3.2) и (3.3) получаем:

$$\Delta = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \lambda = \frac{(2k + 1)\pi\lambda}{2\pi} = \frac{2k + 1}{2} \lambda$$

$$\Delta = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\boxed{a \sin\varphi = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{2}}, \quad \kappa=0, 1, 2, 3 \quad (3.4)$$

(3.4) – условие для максимумов.

Соответственно условие минимумов:

1) $\Delta\Phi_1 = 2\pi$;

2) $\Delta\Phi_2 = 4\pi$;

3) $\Delta\Phi_3 = 6\pi$;

n) $\Delta\Phi_4 = 2\kappa\pi$; $\kappa = 1, 2, 3$

$$\Delta = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \lambda = \frac{2\kappa\pi}{2\pi} \lambda = \kappa\lambda$$

$$\boxed{a \sin\varphi = \kappa\lambda, \text{ где } \kappa=1,2,3,\dots} \quad (3.5)$$

(3.5) – условие для минимумов освещенности на экране при дифракции на щели.

3.2. Дифракционная решетка

Дифракционная решетка представляет собой совокупность большого числа щелей (просветов), отстающих друг от друга на одно и то же расстояние. Расстояние между серединами соседних щелей называется периодом решетки d .

Рассмотрим, как получается интерференционно-дифракционная картина при падении на решетку плоской монохроматической волны (дифракция Фраунгофера). Для примера, рассмотрим картину для пяти щелей.

Дифракционная картина наблюдается в фокальной плоскости объектива собирающей линзы (рис.3. 5). Напомним, что линза является таутохронной системой и не оказывает влияния на изменение разности фаз между колебаниями, распространяющимися в параллельных направлениях.

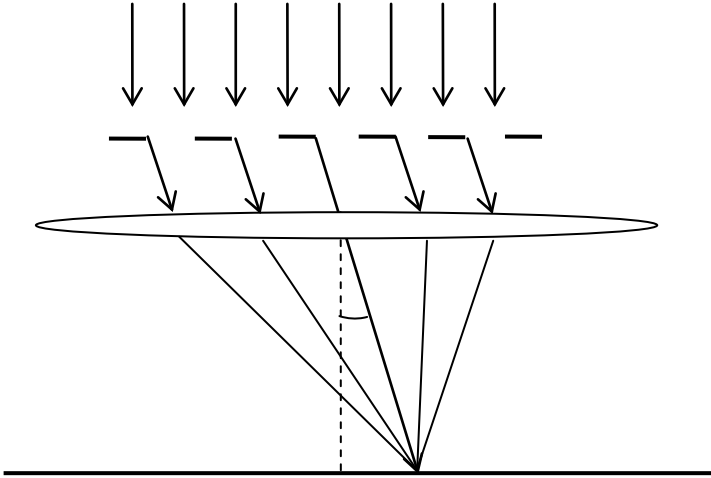


Рис. 3.5

Колебания, приходящие в некоторую точку экрана (точку М) от N щелей решётки ($N = 5$), будут иметь одинаковые амплитуды, но каждое последующее будет отставать от предыдущего (считая слева направо) по фазе на некоторый угол $\Delta\Phi$, так как оно проходит больший на величину $d \sin \varphi$ путь, как это видно из рисунка 3.6.

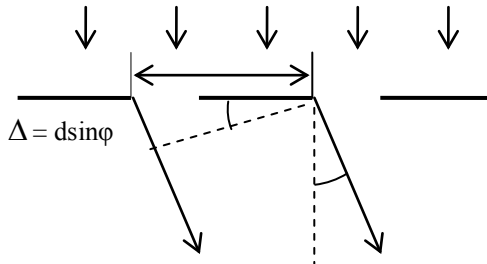


Рис. 3.6

Накопленная при этом разность фаз будет результатом сложения разности фаз колебаний от соседних щелей

$$\Delta\Phi_i = 2\pi (d \sin \varphi)/\lambda$$

Колебания, происходящие в главном фокусе (точка О), являются синфазными и результирующая амплитуда колебаний будет $A_0 = A_1 N$, где N- число щелей (рис.3.7).

При дальнейшем сдвиге, с ростом угла дифракции φ , цепочка векторов будет закручиваться на все больший угол. При значении накопленной разности фаз $\Delta\Phi_1 = 2\pi$, произойдет уменьшение результирующей амплитуды до 0, при этом разность фаз колебаний от соседних щелей **равна** $\Delta\Phi_2 = 2\pi/5 = 72^\circ$ – точка В (рис.3.7). Следующий минимум возникает при $\Delta\Phi_2 = 4\pi$, т.е. разность фаз колебаний от соседних щелей **равна** $\Delta\Phi_2' = \frac{4\pi}{5} = 144^\circ$ - точка С (рис.3. 7).

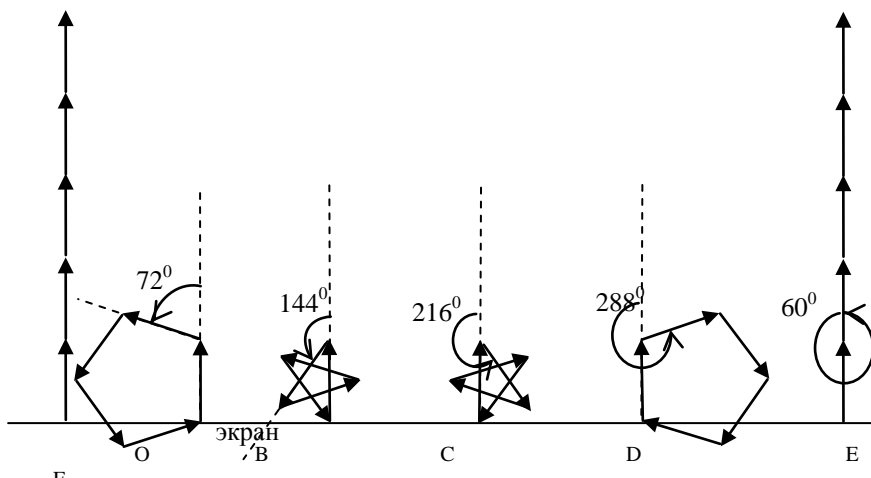


Рис. 3.7

Следующий при $\Delta\Phi_3 = 6\pi$, т.е. $\Delta\Phi_3' = 216^\circ$.

Следующий при $\Delta\Phi_4 = 8\pi$, т.е. $\Delta\Phi_4' = 288^\circ$

И следующий при $\Delta\Phi_5 = 10\pi$, т.е. $\Delta\Phi_5' = 360^\circ$, т.е. $\Delta\Phi_5 = 5 \cdot 2\pi$.

В последнем случае амплитуда

$$A = NA_{\varphi}, \quad (3.6)$$

где A_{φ} – амплитуда волны посылаемой каждой щелью в отдельности под углом φ к экрану. В рассматриваемом нами примере $N=5$.

Интенсивность при этом максимальна – точка F (рис.3.7). Полученный максимум называется первым главным. Если щелей не 5, а N то $\Delta\Phi_N = N \cdot 2\pi$. Подставив последнее выражение в выражение для разности хода

$$\Delta = \frac{\Delta\Phi_N}{2\pi} \lambda$$

и учитывая, что $\Delta = N d \sin\varphi$ - оптическая разность хода **крайних** лучей, получим

$$d \sin\varphi = \lambda$$

- условие образования **первого** главного максимума.

Далее, при увеличении разности хода еще на 1 длину волны разность фаз колебаний достигает значения $\Delta\Phi = 2 N \cdot 2\pi$, произойдет образование следующего (второго) главного максимума. Далее при $\Delta\Phi = 3N \cdot 2\pi$ - третьего и т.д.

Таким образом, условие главных максимумов

$$\boxed{d \sin\varphi = m \lambda}, \quad (3.7)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$ - номер главного максимума, или порядок главного максимума.

Вопросы для самоконтроля

1. С какой целью в интерференционной схеме использована собирающая линза?
2. Постройте векторную диаграмму сложения колебаний для одной щели.
3. Постройте векторную диаграмму сложения колебаний для трех щелей.

3.3. Распределение интенсивности при дифракции на щели

Пусть в некоторой точке экрана векторная диаграмма имеет вид (рис.3.8).

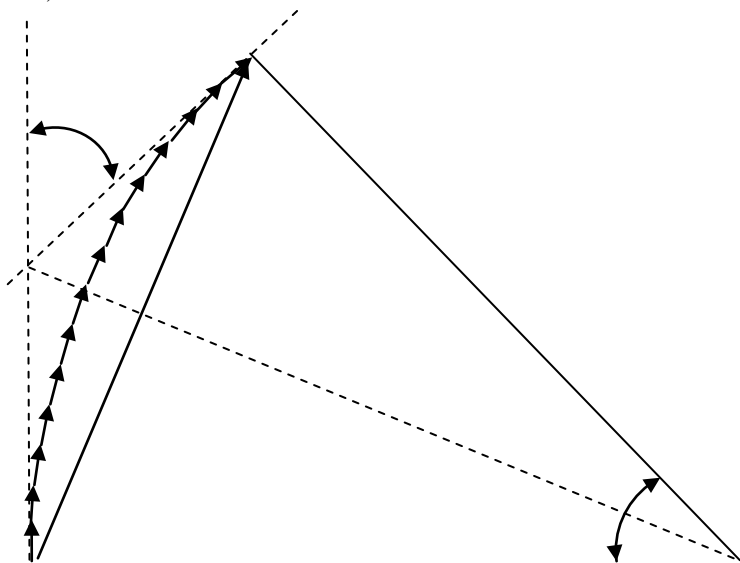


Рис. 3.8

Результирующий вектор амплитуды

$$A = 2R \sin\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right), \quad (3.8)$$

где $\Delta\Phi$ - набегавшая разность фаз.

Длина вектора амплитуды в центре дифракционной картины равна длине дуги:

$$A_0 = R \Delta\Phi \quad (\Delta\Phi - \text{в радианах}) \quad (3.9)$$

тогда

$$\frac{A}{A_0} = \frac{2 \sin\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)}{\Delta\Phi} \quad (3.10)$$

т.к.

$$I \approx A^2$$

то

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)^2} \quad (3.11)$$

Отношение $\frac{I_0}{I_1}$ показывает во сколько раз интенсивность первого максимума меньше интенсивности центрального максимума.

Для первого реального максимума $\Delta\Phi = 3\pi$

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2} = \frac{1}{22.2}$$

для второго реального максимума $\Delta\Phi = 5\pi$

$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{5\pi}{2}\right)}{\left(\frac{5\pi}{2}\right)^2} = \frac{1}{61.6}$$

$\Delta\Phi$ - набегавшая разность фаз связана с углом дифракции следующим выражением

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot a \sin \varphi}{\lambda}$$

$$\sin \varphi = \frac{\Delta}{a}$$

Интенсивность можно выразить через угол дифракции φ :

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot a \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \cdot a \sin \varphi}{\lambda}\right)^2}, \quad (3.12)$$

где I_0 – интенсивность в середине дифракционной картины, т.е. против центра линзы.

График зависимости I от $\sin \varphi$ показан на рис.3.9.

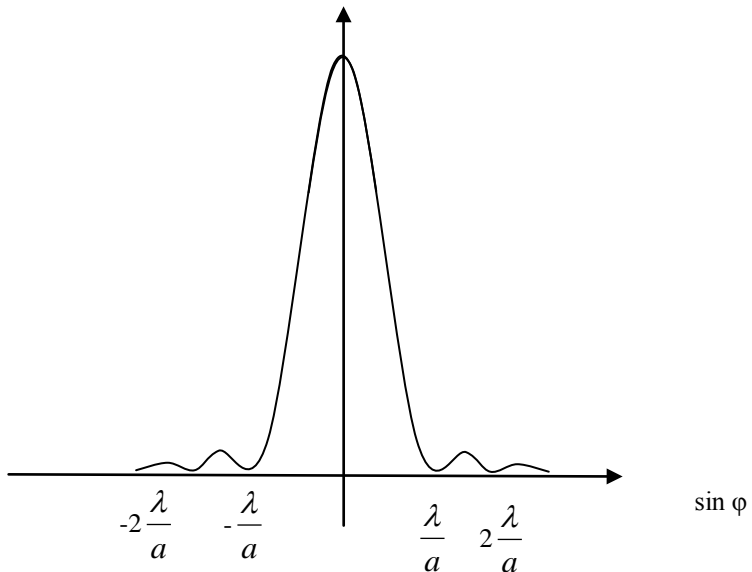


Рис. 3.9

Практически весь световой поток, проходящий через щель, сосредоточен в центральном максимуме, угловая ширина которого $\approx 2\lambda/a$.

3.4. Распределение интенсивности при дифракции на дифракционной решетке

Определим интенсивность главных максимумов. Напомним, что мы не учитывали уменьшение интенсивности вследствие изменения расстояний от линзы до различных точек экрана.

Однако интенсивность главных максимумов уменьшается. Дело в том что результирующий вектор амплитуды в каком-то главном максимуме, есть результат сложения амплитуд от каждой щели в отдельности в этом месте. А то, как меняется амплитуда от отдельной щели, мы уже выяснили (3.12).

Пусть A' - амплитуда от каждой щели в отдельности.

Результирующую амплитуду A можно показать на векторной диаграмме рис.3.10.

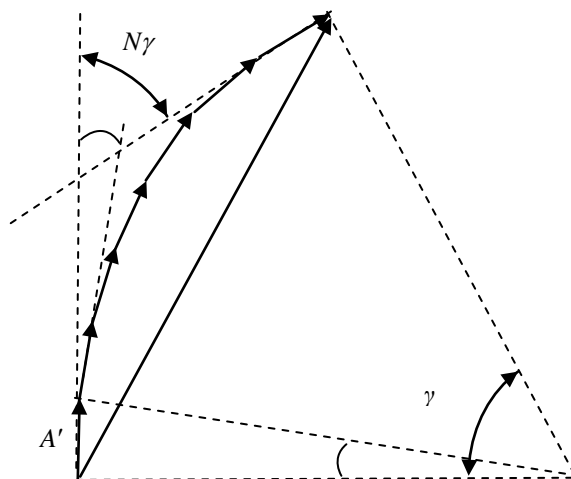


Рис. 3.10

Величина результирующей амплитуды

$$A = 2R \sin\left(\frac{N\gamma}{2}\right),$$

где γ - разность фаз колебаний от соседних щелей:

$$\gamma = \frac{2\pi \cdot d \sin \varphi}{\lambda} \quad (3.13)$$

Амплитуда от одной щели

$$A' = 2R \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

Поскольку

$$I \sim A^2$$

То

$$\frac{I}{I'} = \frac{\sin^2\left(\frac{N\gamma}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}, \quad (3.14)$$

где I' - интенсивность от одной щели.

A' связана с максимальной амплитудой от одной щели:

$$A' = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)}{\frac{\Delta\Phi}{2}},$$

где A_0 – максимальная амплитуда от одной щели.

Интенсивность, создаваемая одной щелью (3.11) равна:

$$I' = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)^2}, \quad (3.15)$$

где $\Delta\Phi$ - разность фаз колебаний крайних лучей от одной щели.

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi \cdot a \sin \varphi}{\lambda} \quad (3.16)$$

Подставив (3.16), (3.15) и (3.13) в (3.14) получим выражение для распределения интенсивности на экране в зависимости от угла дифракции.

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot a \sin \varphi}{\lambda}\right) \sin^2\left(N \frac{\pi \cdot d \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \cdot a \sin \varphi}{\lambda}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi \cdot d \sin \varphi}{\lambda}\right)} \quad (3.17)$$

Анализ полученного выражения дает результаты, которые полностью согласуются с результатами, полученными выше методом графического сложения колебаний.

На рисунке 3.11 схематически изображена зависимость интенсивности от угла дифракции для решетки состоящей из пяти щелей и $d = 4a$.

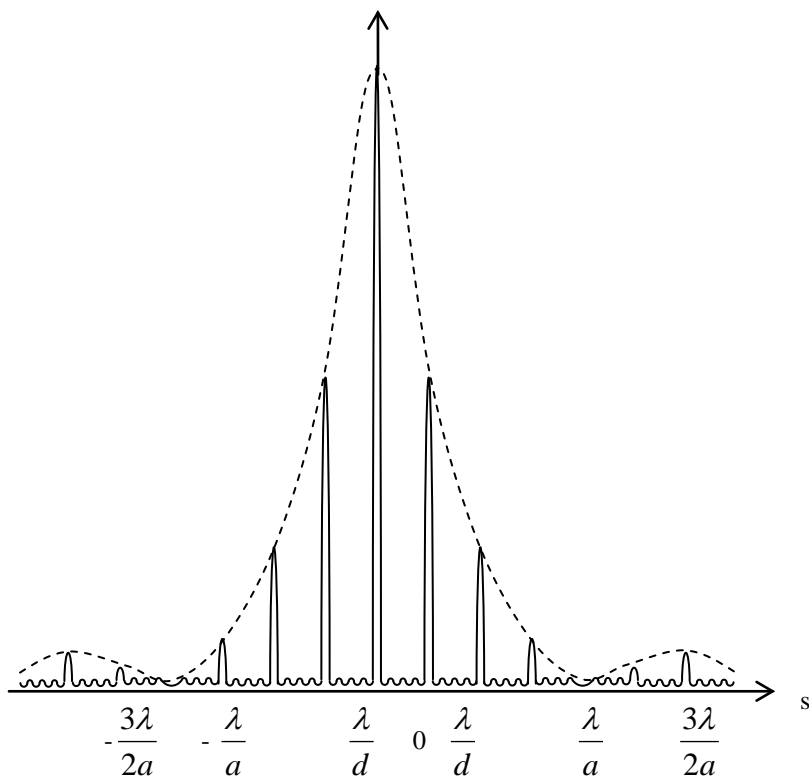


Рис.3.11

Поскольку амплитуда в главных максимумах $A = NA_\phi$, то интенсивность главных максимумов в N^2 раз больше интенсивности создаваемой одной щелью. Штриховая линия, проходящая через вершины главных максимумов, изображает интенсивность от одной щели, умноженную на N^2 .

Обратим внимание на то, что при заданном соотношении периода решетки и ширины щели ($d = 4a$), четвертый максимум интенсивности решетки приходится на первый минимум от одной щели восьмой – на второй минимум от щели и т.д. При этом происходит

«погасание» главных максимумов. Т.е. при некоторых углах дифракции одновременно выполняются условия

$$a \sin \varphi = \kappa \lambda \quad \text{и} \quad d \sin \varphi = m \lambda$$

Следовательно, равенство

$$\frac{a}{d} = \frac{\kappa}{m}$$

- условие погасания главных максимумов.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется дифракцией?
2. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
3. Дифракция Фраунгофера.
4. Как с помощью векторной диаграммы объясняется механизм образования дифракционной картины при дифракции на щели?
5. Условия образования максимумов и минимумов при дифракции на щели.
6. Что называется дифракционной решеткой?
7. Механизм образования главных минимумов.
8. Механизм образования главных максимумов.
9. Сравните распределение интенсивностей при дифракциях на решетке и щели.
10. Почему происходит погасание главных максимумов?

3.5. Дифракционная решетка как спектральный прибор

Спектральным прибором называется устройство, которое позволяет произвести спектральный анализ светового потока, например, определить длины волн, входящие в его состав. К примеру, призма в результате дисперсии, разлагает свет в спектр и является основным компонентом спектрального прибора, который называется спектроскоп.

Дифракционная решетка также может играть роль спектрального прибора. Если источник света немонохроматический, то на экране появятся дифракционные картины созданные монохроматическими волнами, входящими в состав излучения источника.

Главные максимумы этой картины будут соответствовать условиям образования максимумов при сложении монохроматических волн, входящих в состав излучения источника.

$$d \sin \varphi = m \lambda_1,$$

$$d \sin \varphi = m \lambda_2,$$

$$d \sin \varphi = m \lambda_n.$$

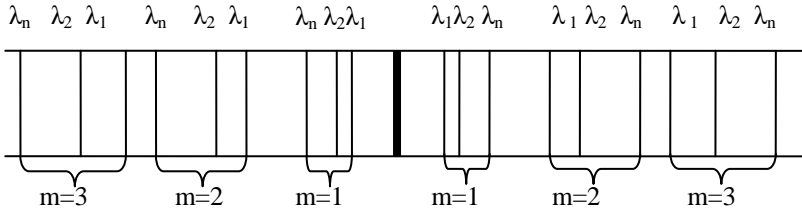


Рис.3.12

На рисунке 3.12. представлена дифракционная картина от источника, в состав излучения которого входят волны с длинами $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. Причем, $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n$. При дифракции Фраунгофера в центре экрана наблюдается яркий центральный максимум - выполняется условие максимума для всех волн. По мере удаления от центра вправо и влево, будут располагаться максимумы первого порядка, затем максимумы второго порядка и т.д. Чем меньше длина волны, тем ближе к центру располагается соответствующий максимум. Совокупность максимумов первого порядка образует **спектр** первого порядка ($m=1$), совокупность максимумов второго порядка – спектр второго порядка ($m=2$) и т.д. Спектры имеют разную ширину. Начиная с некоторого порядка, спектры начинают перекрываться. Перекрывание спектров затрудняет спектральный анализ. Максимальный интервал длин волн $\Delta \lambda$, для которого спектры наблюдаются отдельно, называется **дисперсионной областью**. При использовании дифракционной решетки спектральный анализ обычно производится в спектрах не выше третьего. Дисперсионная область при этом оказывается очень большой - порядка нескольких тысяч ангстрем.

Следующей важной характеристикой спектрального прибора, является **угловая дисперсия**. Угловая дисперсия характеризует растянутость спектра. Угловой дисперсией спектрального прибора называют угловое расстояние $\Delta \varphi$ между линиями спектра, которые

соответствуют длинам волн λ и $\lambda + \Delta\lambda$, различающимся на единицу длины. По определению угловая дисперсия D , есть

$$D = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} \quad (3.18.)$$

Максимуму m – го порядка для длины волны λ соответствует угол φ . Поскольку, согласно (3.7)

$$d \sin\varphi = m \lambda,$$

то максимуму того же порядка для близкой длины волны $\lambda + \Delta\lambda$ будет соответствовать угол $\varphi + \Delta\varphi$. Связь между $\Delta\lambda$ и $\Delta\varphi$ получим, взяв дифференциал от обеих частей (3.7) при определенном m . Получим

$$d \cos\varphi \Delta\varphi = m \Delta\lambda.$$

Отсюда используя определение (3.18.) , получаем формулу для угловой дисперсии решетки:

$$D = \frac{m}{d \cos\varphi} \quad (3.19)$$

Угловая дисперсия увеличивается с ростом порядка дифракционного спектра и обратно пропорциональна периоду решетки. Таким образом, уменьшая период решетки, можно растянуть дифракционный спектр.

Однако при одинаковой дисперсии форма спектральных линий может быть различна. Одна из основных задач спектроскопии заключается в том, чтобы различать линии, соответствующие близким значениям длин волн.

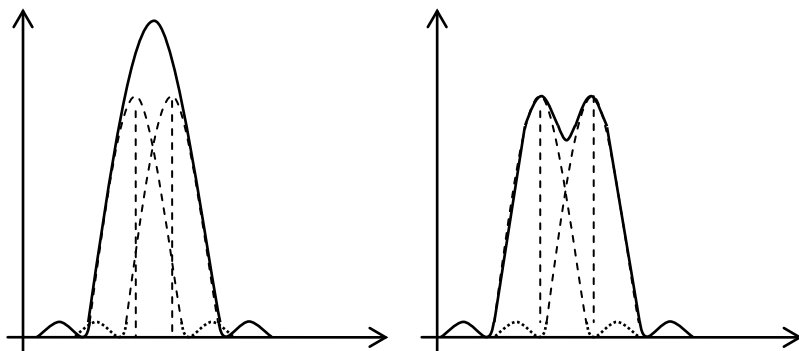


Рис. 3.13

На рисунке 3.13. изображено распределение интенсивности в двух соседних спектральных линиях различных случаях. Пунктирные линии показывают распределение в каждой линии в отдельности, а сплошная – результирующее распределение интенсивности. В первом случае линии сливаются, а во втором их можно различить или «разрешить», т.к. между максимумами есть заметный перепад интенсивности. Чем больше перепад интенсивности, тем уже линии. Чем уже линии, тем лучше разрешаются близкие длины волн, соответствующие этим линиям. Величина, характеризующая способность спектрального прибора разрешать близкие длины волн, называется **разрешающей способностью**.

Разрешающая способность R равна отношению длины волны λ , в области которой ведется исследование к $\delta\lambda$ – минимальной разности длин волн, при которой спектральные линии воспринимаются еще раздельно. Разрешимы линии или нет, определяют согласно **критерию Рэлея**. По Рэлею линии считаются разрешимыми, если максимум одной приходится на минимум соседней линии (рис.3.12. справа). При этом интенсивность в провале составляет около 80% от интенсивности в максимуме и линии воспринимаются раздельно.

Напомним, что минимум образуется каждый раз, когда разность фаз $\Delta\Phi_N$ от крайних лучей становится равной $n2\pi$ где n – номер минимума. Получается, что главный максимум в спектре m – го порядка это по сути mN - ый минимум (N - число штрихов). Тогда ближайший минимум $n=mN+1$. Если на этот минимум приходится максимум соответствующий длине волны $\lambda+\delta\lambda$, то λ и $\lambda+\delta\lambda$ можно разрешить.

Итак, условие образования минимума

$$\Delta\Phi_N = n2\pi,$$

Поскольку разность хода от соседних лучей $\Delta = N d \sin\varphi$ и связана с разностью фаз выражением

$$\Delta = \frac{\Delta\Phi_N}{2\pi} \lambda,$$

то для образования любого n -го минимума должно выполняться следующее условие:

$$Nd \sin \varphi = \frac{n2\pi}{2\pi} \lambda \quad \text{или}$$

$$\boxed{d \sin \varphi = \frac{n}{N} \lambda} \quad (3.20)$$

если $n=mN$ - то наблюдаем максимум, если $n=mN+1$ - наблюдаем ближайший минимум. Пусть под некоторым углом φ для длины волны

$\lambda + \delta\lambda$ наблюдается максимум, и под этим же углом наблюдается минимум для длины волны λ , тогда согласно критерию Рэлея соответствующие спектральные линии разрешимы и

$$d \sin \varphi = m(\lambda + \delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda$$

Следовательно, разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN \quad (3.21)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется спектральным прибором?
2. Объясните механизм образования спектров?
3. Что называется дисперсионной областью?
4. Что называется угловой дисперсией?
5. Что называется разрешающей способностью?
6. Критерий Рэлея.
7. Формула угловой дисперсии.
8. Формула разрешающей способности.

4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ

4.1. Закон Малюса

Свет – поперечная электромагнитная волна. Вектор напряженности электрического поля \mathbf{E} , магнитного поля \mathbf{B} и вектор скорости распространения волн \mathbf{v} взаимно перпендикулярны. Волна в которой колебания векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} происходят в плоскостях перпендикулярных друг другу, называется *плоскополяризованной*. Плоскость, в которой происходят колебания вектора \mathbf{E} , называется *плоскостью колебаний* (плоскостью поляризации) (рис 4.1).

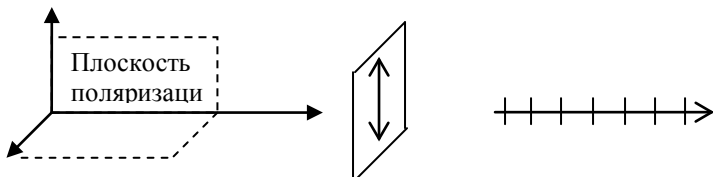


Рис 4.1 Поляризованный свет

Излучение происходит цугами. Каждый волновой цуг поляризован. Но плоскость поляризации каждого цуга излучаемого атомами имеет случайную ориентацию. В любой точке пространства, колебания вектора напряженности электрического поля имеют различные направления, перпендикулярные к направлению распространения волны. Если все эти направления равноправны, то такой свет называется естественным. Если имеются преимущественные направления, то свет называется частично поляризованным (рис. 4.2).

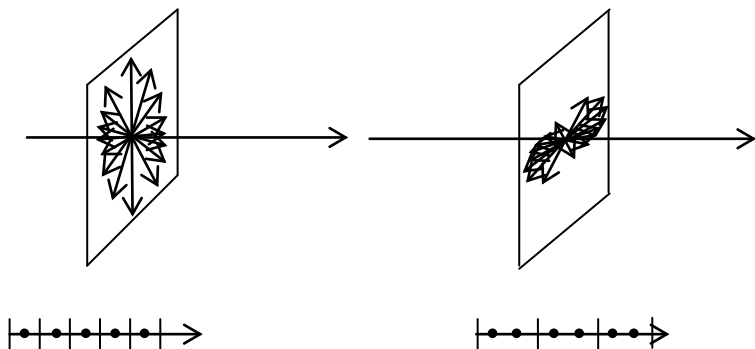


Рис 4.2

Вектор напряженности каждого цуга можно разложить на две перпендикулярные составляющие. Следовательно, естественный свет можно представить в виде двух поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях волн. На каждую из них приходится по половине полной интенсивности волны. Схематически это изображают в виде черточек и точек. У естественного света равное количество черточек и точек, у частично поляризованного количество точек больше (или наоборот) (рис.4.2).

Для получения поляризованного света используются поляризационные приспособления (поляризаторы). Поляризаторы пропускают цуги только с определенным направлением колебаний вектора напряженности. Электрического поля. Это направление называется **направлением пропускания** (рис. 4.3). Естественный свет после прохождения через поляризатор, становится плоскополяризованным. От каждого цуга пройдут составляющие с одинаковой плоскостью колебаний \vec{E} , проходящей через плоскость пропускания. Поляризационные приспособления можно также использовать в качестве анализатора, т.е. выяснять характер поляризации. Исследуемый свет направляют на анализатор, который вращают вокруг направления распространения света и следят за изменением интенсивности прошедшего света. Амплитуды \vec{E} падающего и \vec{E}_1 прошедшего света связаны соотношением (рис.4.3).

$$\vec{E} = \vec{E} \cos \alpha ,$$

где α - угол между плоскостью колебаний \vec{E} подающей волны (цуга) и направлением пропускания. Поскольку, интенсивность света пропорциональна **квадрату амплитуды** колебаний вектора напряженности электрического поля в данной точке пространства, то для интенсивности каждого отдельного цуга

$$I_i = I_{0i} \cos^2 \alpha_i ,$$

где I_i - интенсивность до анализатора, I_{0i} - после анализатора.

Если падающий свет полностью поляризован, то для всех цугов угол α один и тот же. В этом случае выполняется **закон Малюса**:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha , \quad (4.1)$$

где I - интенсивность света вышедшего из анализатора, I_0 – интенсивность падающего поляризованного света, α - угол между плоскостью колебаний \vec{E} подающей поляризованной волны и направлением пропускания анализатора. В случае, если свет поляризован с помощью поляризатора, то α - угол между плоскостью пропускания поляризатора и анализатора. Причем из поляризатора выходит

плоскополяризованный свет, интенсивность которого равна половине интенсивности естественного света, т.е. $I_0 = 1/2 I_{ест}$.

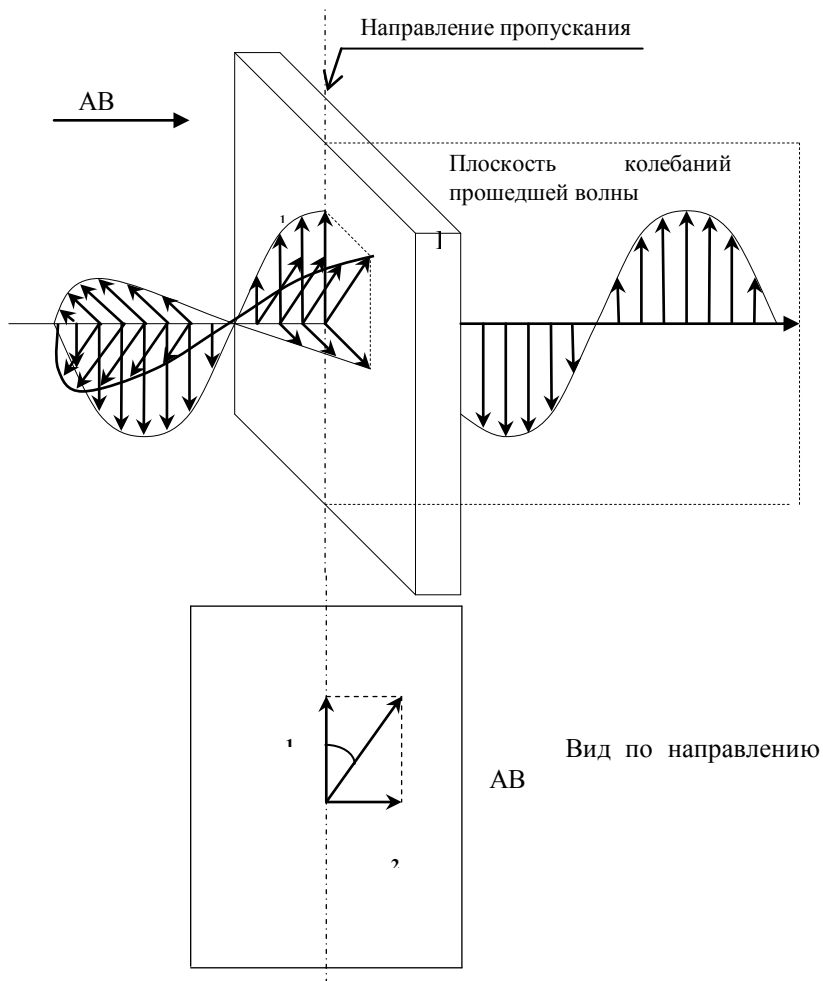


Рис.4.3

В этом случае выражение (4.1) примет вид

$$I = \frac{1}{2} I_{ест} \cos^2 \alpha$$

4.2. Поляризация света при отражении и преломлении

При отражении и преломлении естественного света на границе двух изотропных диэлектрических сред с разными показателями преломления, отраженный и преломленный свет становится частично поляризованным. Степень поляризации зависит от угла падения. Если угол падения удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21}, \quad (4.2)$$

то отраженный луч является полностью плоскополяризованным. Данное выражение носит название *закона Брюстера*, а величина α_B – *угла Брюстера*. Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны. Причем, плоскость колебаний вектора \mathbf{E} в отраженной волне, перпендикулярна плоскости падения (рис.4.4).

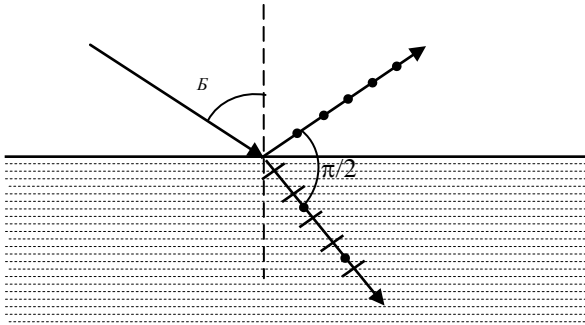


Рис.4.4

4.3. Вращение плоскости поляризации

Существуют оптически активные вещества, которые способны поворачивать плоскость поляризации света. Если между двумя скрещенными поляризаторами поместить оптически активное вещество, то произойдет просветление, однако, если повернуть анализатор или поляризатор на некоторый угол φ , то снова наступит полное затемнение. Этот факт говорит о том что после прохождения через оптически активное вещество, свет остался поляризованным, но плоскость колебаний электрического вектора повернулась на некоторый угол. Угол поворота плоскости поляризации пропорционален пройденному пути l в оптически активном веществе (рис. 4.5):

$$\varphi = \alpha l, \quad (4.3)$$

где α - постоянная вращения, зависящая от свойств вещества и длины световой волны.

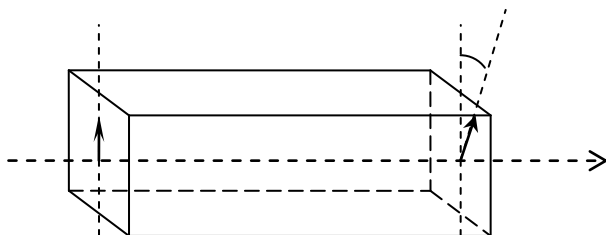


Рис.4.5

К оптически активным относятся некоторые кристаллические вещества, жидкости, растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (например водный раствор сахара, спиртовые растворы хинина, камфоры и др.), а также пары оптически активных веществ. Для растворов и паров угол поворота плоскости поляризации пропорционален концентрации c

$$\varphi = [\alpha]cl \quad (4.4)$$

где $[\alpha]$ - величина называемая *удельной постоянной вращения*.

Все оптически активные вещества существуют в двух разновидностях – правовращающей и левовращающей.

Если между двумя скрещенными поляризаторами поместить оптически активное вещество, то, как уже говорилось выше, поле зрения просветляется. В случае раствора, зная удельную постоянную вращения данного вещества и длину l , можно, измерив угол поворота φ , определить по формуле (4.4) концентрацию раствора c . Такой способ определения концентрации применяется в производстве различных веществ. Например, такой способ определения концентрации сахара называется сахарометрией.

Вопросы для самоконтроля

1. Какая волна называется плоскополяризованной?
2. Что такое направление пропускания?
3. Сформулируйте закон Маллюса.
4. Сформулируйте закон Брюстера.
5. В чем суть явления вращения плоскости поляризации?

5. ВОЛНОВАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

5.1. Распространение света в веществе

Световая волна, проходя через вещество, возбуждает колебания электронов. Ускоренно движущиеся электроны излучают электромагнитные волны. Эти вторичные волны имеют ту же частоту, что и частота падающей волны. В однородной среде результат интерференции всех вторичных волн между собой и с падающей на вещество волной отличен от нуля только в одном направлении - в направлении распространения преломленной волны. Скорость распространения результирующей волны в среде становится меньше скорости света в вакууме, так объясняется возникновение показателя

преломления $n = \frac{c}{v_{cp}}$, где c - скорость света в вакууме, v_{cp} – скорость

света в среде.

Причина поглощения света, т.е. перехода энергии световой волны в тепловую энергию, следующая. Атомы вещества, внутри которых происходят вызванные световой волной колебания электронов, участвуют в хаотическом тепловом движении и сталкиваются друг с другом. При каждом столкновении энергия колебательного движения электронов переходит в энергию теплового движения атомов – происходит *поглощение* света.

Таким образом, при распространении света в веществе возникают следующие явления. Во-первых, изменяется скорость распространения волны, причем, скорость распространения зависит от длины световой волны. Это явление называется *дисперсией*.

Во-вторых, часть энергии световой волны теряется. Это явление называется *поглощением* или *абсорбцией* света.

Наконец, при распространении света в оптически неоднородной среде возникает *рассеяние* света на пространственных неоднородностях среды.

5.2. Дисперсия света

Дисперсией света называют зависимость показателя преломления n от длины волны (или от частоты), т.е. $n = n(\lambda)$.

Примерный вид зависимости $n = n(\lambda)$ у некоторых прозрачных веществ изображен на следующем рисунке 5.1.

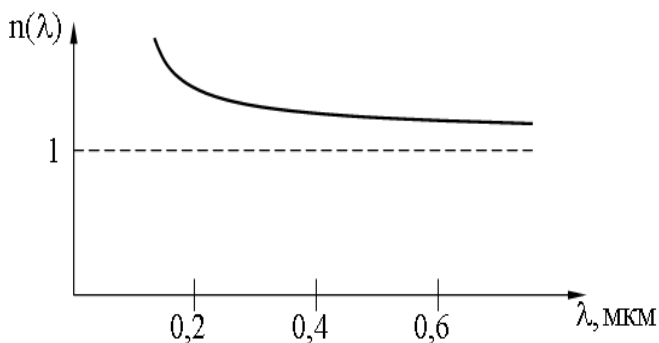


Рис. 5.1

Такая зависимость показателя преломления, когда n уменьшается с ростом λ , называется **нормальной дисперсией**. При прохождении белого света через призму свет разлагается в дисперсионный (призматический) спектр. Это явление впервые наблюдал И. Ньютон (1672 г.). Схема его опыта изображена на рисунке 5.2.

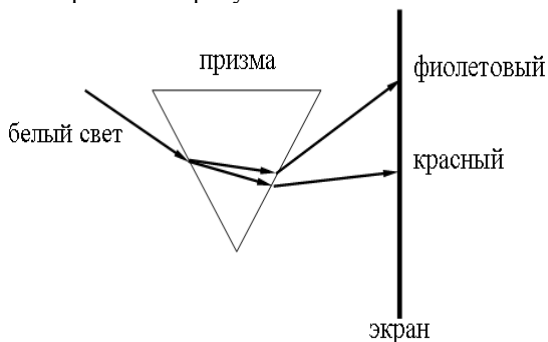


Рис. 5.2

5.3. Классическая электронная теория дисперсии

Последовательное описание взаимодействия света с веществом возможно только в рамках квантовой теории. Однако, во многих случаях можно ограничиться описанием в рамках волновой (электромагнитной) теории излучения и классической электронной теории, согласно которой каждую молекулу среды можно рассматривать как систему зарядов, имеющих возможность совершать гармонические колебания - как систему осцилляторов с различными собственными частотами и

коэффициентами затухания. Движение этих осцилляторов можно рассматривать на основе законов Ньютона.

5.4. Среда, как совокупность осцилляторов

Все среды, за исключением абсолютного вакуума, обладают *дисперсией*, т.е. зависимостью показателя преломления (либо фазовой скорости) электромагнитных волн от их частоты.

Дисперсия света возникает в результате *вынужденных колебаний* заряженных частиц - электронов и ионов – под действием переменного поля электромагнитной волны.

Все электроны, входящие в атом, можно разделить на *периферийные*, или *оптические*, и *электроны внутренних оболочек*. На излучение и поглощение света в оптической части спектра оказывают влияние практически *одни только оптические электроны*. Собственные частоты электронов внутренних оболочек слишком велики, их колебания в поле световой волны практически не возбуждаются. Поэтому в теории дисперсии ограничиваются рассмотрением одних только оптических электронов.

Для простоты предположим сначала, что в атоме есть *всего один оптический электрон*, и он рассматривается как *затухающий гармонический осциллятор*, колебания которого в поле световой волны описываются уравнением

$$\vec{F} = e\vec{E} = m(\ddot{\vec{r}} + \dot{\gamma}\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r}),$$

где m – масса электрона, e – заряд электрона, $-m\omega_0^2\vec{r}$ – *квазиупругая возвращающая сила*, \vec{r} – радиус-вектор колеблющегося электрона, $-m\dot{\gamma}\dot{\vec{r}}$ – сила, соответствующая *силе сопротивления при движении*, пропорциональная скорости электрона и введённая для учёта поглощения света, E – напряжённость электрического поля, *действующего* на электрон. Магнитной силой $e[vB]$ можно пренебречь, так как скорость v электрона пренебрежимо мала по сравнению со

скоростью света. Показатель преломления $n = \frac{c}{v_{cp}} = \sqrt{\mu\varepsilon}$, где μ – величина магнитной проницаемости равная единице, ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Если действующее на атом электрическое поле изменяется по гармоническому закону

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$$

то и электрон в атоме будет осциллировать с той же самой частотой, поэтому можно считать

$$\vec{r} = \vec{r}_0 e^{i\omega t}.$$

Подставляя $\dot{\vec{r}} = i\omega\vec{r}$ и $\ddot{\vec{r}} = -\omega^2\vec{r}$, можно выразить \vec{r} через \vec{E} :

$$\vec{r} = \frac{e/m}{-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2} \vec{E}.$$

Индукцированный дипольный момент атома равен

$$\vec{p} = e\vec{r} = \frac{e^2/m}{-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2} \vec{E} = \varepsilon_0 \alpha(\omega) \vec{E}.$$

где $\alpha(\omega)$ – атомная поляризуемость:

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2/m\varepsilon_0}{-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2}.$$

Если число атомов в единице объёма вещества равно N , то вектор поляризации \vec{P} будет пропорционален \vec{E} :

$$\vec{P} = N\vec{p} = N\varepsilon_0\alpha(\omega)\vec{E},$$

а индукция

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0\varepsilon(\omega)\vec{E},$$

где диэлектрическая проницаемость ε зависит от частоты ω :

$$\varepsilon(\omega) = n^2 = 1 + N\alpha(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}.$$

Функция $\varepsilon(\omega)$ получилась *комплексной*, так что показатель преломления $n = \sqrt{\varepsilon}$ тоже оказывается *комплексным*. Этому и следовало ожидать, так как в данной модели учтено *поглощение света*.

В газах, где N достаточно мало, так что показатель преломления n близок к единице, данное выражение для n^2 можно представить в виде $n^2 = 1 + \delta$, где δ – некоторое число, много меньшее единицы (оценка величины δ для газа при нормальных условиях и ω_0 – оптического диапазона даёт значение $\delta \approx 10^{-2}$). При этом условии можно написать

$$n(\omega) = \sqrt{1 + \delta} \approx 1 + \frac{1}{2}\delta = 1 + \frac{1}{2} \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}.$$

Введём комплексный показатель преломления в виде

$$n(\omega) = n_R - in_I,$$

где n_R и n_I – вещественные функции ω

$$n_R(\omega) \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2},$$

$$n_I(\omega) \approx + \frac{1}{2} \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}.$$

Электрическое поле монохроматической волны с частотой ω , распространяющейся в направлении оси z , можно представить в виде

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)} = \vec{E}_0 \exp\{i\omega(t - \frac{k}{\omega} z)\},$$

где отношение k/ω связано с фазовой скоростью $v_{\text{фаз}}$ и показателем преломления n следующим образом:

фазовая скорость волны равна с одной стороны $v_{\text{фаз}} = \omega/k$, с другой $-v_{\text{фаз}} = c/n$. Отсюда $k/\omega = n/c$ и уравнение волны приобретает вид

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)} = \vec{E}_0 \exp\{i\omega(t - \frac{n}{c} z)\} = \vec{E}_0 \exp\{-\omega \frac{n_I}{c} z\} \exp\{i\omega(t - \frac{n_R}{c} z)\}$$

Множитель $\exp\{i\omega(t - \frac{n_R}{c} z)\}$ представляет волну, бегущую со скоростью c/n_R , т.е. n_R будет как раз то, что обычно считается показателем преломления. Но амплитуда этой волны $\vec{E}_0 \exp\{-\omega \frac{n_I}{c} z\}$ с увеличением z экспоненциально убывает. Мнимая часть показателя преломления из-за потерь энергии в атомных осцилляторах приводит к ослаблению волны. *Интенсивность* волны пропорциональна квадрату амплитуды, так что

$$\text{Интенсивность} \sim \exp\{-2\omega \frac{n_I}{c} z\}.$$

Часто это записывается как

$$I(z) = I_0 \exp\{-\beta z\},$$

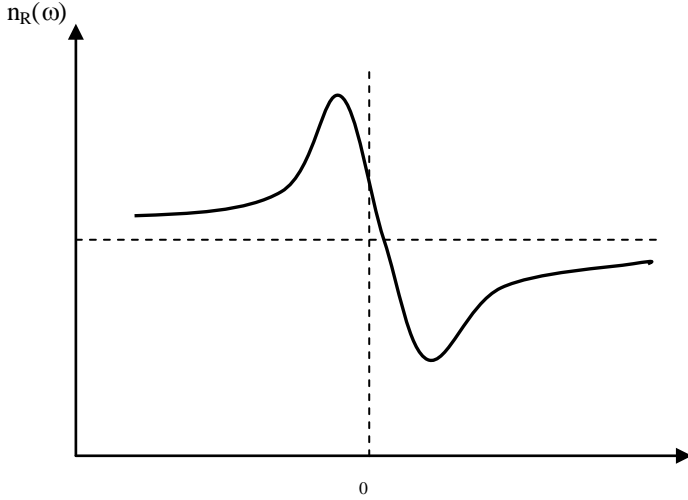
где $\beta = 2\omega n_I/c$ – коэффициент поглощения (закон Бугера).

Таким образом, в данной теории содержится не только теория показателя преломления (дисперсии) вещества, но и теория поглощения света этим веществом.

В тех материалах, которые обычно считаются прозрачными, величина $c/\omega n_I$, имеющая размерность длины, оказывается гораздо больше толщины материала.

5.5. График зависимости $n_R(\omega)$

Проведенный анализ позволяет изобразить примерный вид графика зависимости показателя преломления $n_R(\omega)$ от циклической



частоты ω :

Рис. 5.3

На участках **AB** и **DE** показатель преломления $n_R(\omega)$ растет с ростом ω – *дисперсия нормальная*. На участке **BСD** показатель преломления $n_R(\omega)$ падает с ростом ω – *дисперсия аномальная*. Её трудно наблюдать из-за сильного поглощения.

5.6. График зависимости $n(\lambda)$

Так как длина волны и циклическая частота ω величины, связанные обратно пропорциональной зависимостью $\omega \sim 1/\lambda$, то график $n(\lambda)$, соответствующий приведенному выше графику, будет иметь примерно следующий вид (рис 5.4.), где собственной частоте ω_0 соответствует длина волны

$$\lambda_0 = (2\pi v_{\text{фаз}})/\omega_0$$

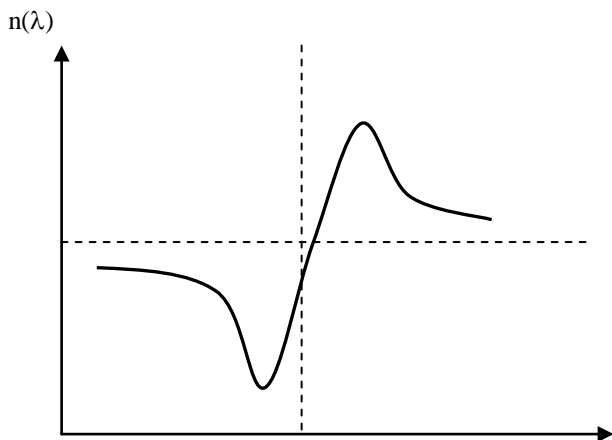


Рис. 5.4

5.7. Учет колебаний с другими собственными частотами

Теоретические соображения, изложенные выше, справедливы не только для электронов, но и для *ионов*. Причём, для ионов классические представления более обоснованы, так как их массы значительно больше масс электронов. Во всех телах наблюдается не одна, а несколько полос поглощения, соответствующих *различным затухающим гармоническим осцилляторам с их собственными частотами ω_k* . В газах, где можно пренебречь их взаимодействием, для квадрата показателя преломления получим

$$n^2 = 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_k \frac{N_k q_k^2}{m_k} \frac{1}{-\omega^2 + i\gamma_k \omega + \omega_{0k}^2},$$

где N_k , q_k , m_k , γ_k , ω_{0k} – концентрация, заряд, масса, коэффициент затухания и собственная частота осциллятора k -го типа.

Каждой собственной частоте соответствует своя полоса поглощения, вблизи которой показатель преломления меняется *аномально*. Общий ход показателя преломления $n_R(\omega)$ в зависимости от частоты представлен схематически на рисунке 5.5.

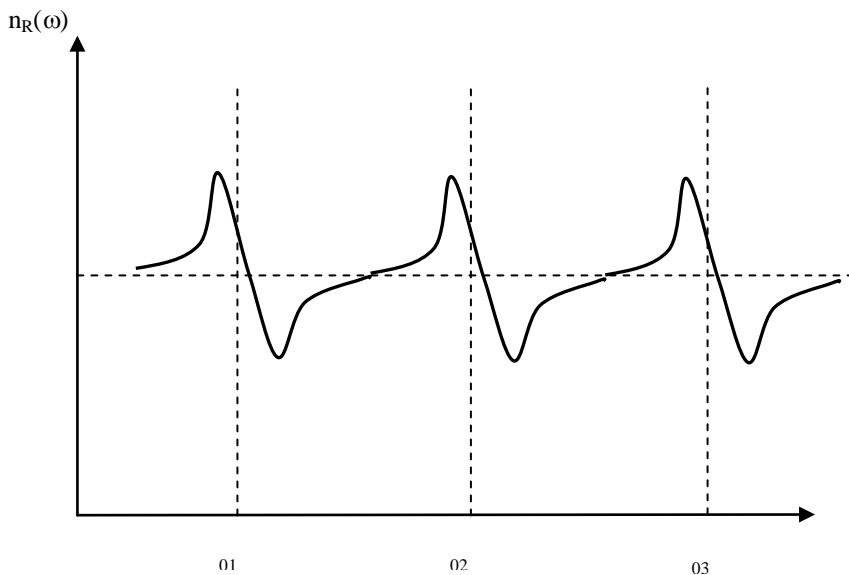


Рис. 5.5

Из экспериментов по изучению полос поглощения исследуемого вещества можно найти коэффициенты $C_k = N_k q_k^2 / m_k$, откуда можно оценить удельные заряды q_k / m_k и природу осцилляторов. Так, в согласии с теорией, было найдено, что все осцилляторы чётко разделяются на две группы: у одной удельные заряды по порядку величины такие же, как у электронов, у другой – как у ионов. Первым соответствуют полосы

поглощения, лежащие в *ультрафиолетовой* (реже – в *видимой*), вторым – в *инфракрасной области спектра*.

Подобный же ответ для движения электронов в атоме даёт и квантовая механика, но с учётом следующих особенностей. У атомов есть несколько собственных частот, каждая из которых имеет свою диссипативную постоянную γ . Кроме того, каждая гармоника имеет ещё свою эффективную «силу», выражаемую в виде произведения поляризуемости при данной частоте на постоянную связи f , равную по порядку величины единице. Таким образом, для атомной поляризуемости в квантовой механике получим

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{\epsilon_0 m} \sum_k \frac{f_k}{-\omega^2 + i\gamma_k \omega + \omega_{0k}^2},$$

где суммирование производится по всем гармоникам.

В теории для показателя преломления плотных материалов необходимо учесть, что на *каждый* атом вещества кроме поля волны действуют и другие поля, создаваемые соседними атомами, поляризованными той же волной. При условии, что длина волны много больше размера атома, для изотропного материала, а также в случае кубического кристалла, локальное поле возрастает на величину $P/3\epsilon_0$ по сравнению с полем волны E . В этом случае вектор поляризации P становится равным

$$\bar{P} = \frac{N\alpha}{1 - (N\alpha/3)} \epsilon_0 \bar{E}$$

Таким образом, для квадрата показателя преломления получится

$$n^2 = 1 + \frac{N\alpha}{1 - (N\alpha/3)}$$

Более удобно это выражение представить в виде

$$3 \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = N\alpha,$$

известном как формула Клаузиуса – Моссотти.

В плотном материале возникает и другое усложнение. Поскольку атомы расположены слишком тесно, они сильно взаимодействуют друг с другом. При этом все собственные частоты ω_0 и коэффициенты затухания γ в атомной поляризуемости $\alpha(\omega)$ атомов твёрдого вещества будут другими, чем для свободных атомов. С этой оговоркой, по крайней мере, приближённо, формулу Клаузиуса – Моссотти можно представить следующим образом:

$$3 \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_k \frac{f_k}{-\omega^2 + i\gamma_k \omega + \omega_{0k}^2}.$$

И, наконец, последнее усложнение. Если плотный материал представляет собой смесь нескольких компонент, то каждая из них даёт свой вклад в поляризацию. Полная $\alpha(\omega)$ будет суммой вкладов различных компонент смеси. Тогда формула Клаузиуса – Моссотти примет вид

$$3 \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \sum_j N_j \alpha_j,$$

где суммирование производится по всем компонентам смеси.

Показатель преломления n в этом выражении является комплексной функцией частоты ω , поскольку таковой является средняя атомная поляризуемость $\alpha(\omega)$.

5.8. Зависимость коэффициента поглощения от частоты

Для веществ, у которых атомы не взаимодействуют друг с другом, таких как газы, пары металлов при невысоком давлении, коэффициент поглощения

$$\beta(\omega) = \frac{2\omega}{c} n_i(\omega) \approx \frac{1}{c} \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \frac{\gamma\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

для большинства частот (длин волн) близок к нулю. Резкие максимумы обнаруживаются лишь для очень узких областей частот вблизи резонансных частот ω_{0k} колебаний электронов в атомах. Качественно вид зависимости $\beta(\omega) = 2\omega n_i/c$ для этого случая изображен на следующем рисунке:

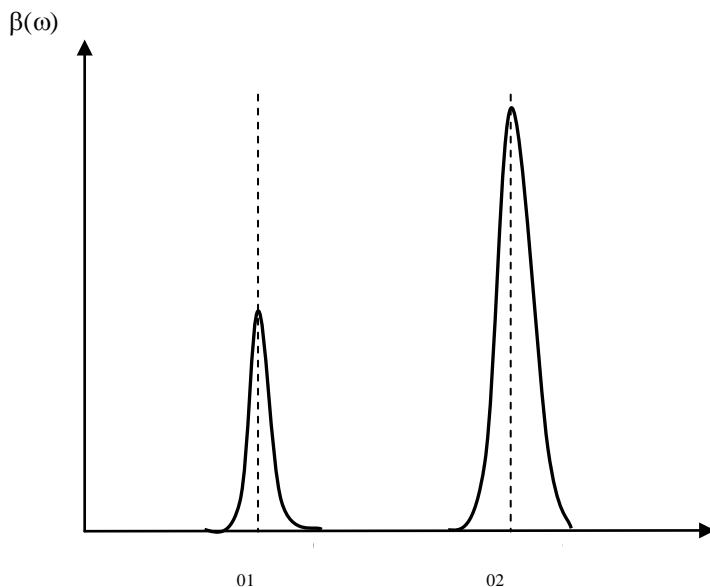


Рис. 5.6

При увеличении взаимодействия между атомами, по мере повышения давления газов, максимумы поглощения уширяются. В

твердых телах и жидкостях, где взаимодействие между атомами велико, наблюдаются широкие полосы поглощения. Качественный вид зависимости $\beta(\omega)$ для этого случая дает рисунок 5.7.

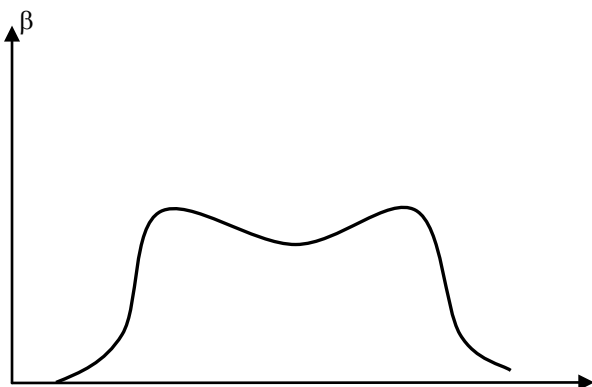


Рис. 5.7

Для металлов коэффициент поглощения имеет порядок 10^8 м^{-1} . Это означает, что на расстоянии 10^{-8} м свет ослабляется в $e = 2,73\dots$ раз, т.е. металлы практически непрозрачны для света. Объясняется это наличием в металлах свободных электронов, которые под действием электрического поля световой волны начинают совершать колебательное движение. Если сопротивление металла мало, то электроны почти полностью переизлучают полученную от световой волны энергию (у серебра отражение достигает 99%). В металлах с худшей проводимостью доля отраженной энергии меньше, значительная часть энергии световой волны при этом переходит в джоулево тепло (у железа отражается 30-40% энергии падающей световой волны). При увеличении частоты света ситуация изменяется: тонкие слои металлов, совершенно непрозрачные для видимого света становятся прозрачными для ультрафиолета.

5.9. Рассеяние света

Как было отмечено ранее, в оптически однородной среде результат интерференции всех вторичных волн с первичной падающей на вещество волной отличен от нуля только для одного направления - направления распространения световой волны в среде. Таким образом, в оптически однородной среде рассеяние света, т.е. перераспределение энергии световой волны по различным направлениям, происходить не может.

Необходимым условием рассеяния света является наличие оптической неоднородности среды.

Неоднородность эта может быть вызвана наличием в рассеивающей среде мельчайших частичек другой среды, например, взвесь в газах мельчайших частичек жидкостей (туманы) и т.д. Такие среды с явно выраженной оптической неоднородностью, называют *мутными* средами. Характер рассеяния в этом случае зависит от соотношения между размером неоднородностей r и длиной волны света λ .

5.10. Рассеяние на малых частицах ($a \ll \lambda$). Закон Релея

Если размер рассеивающих частиц $a \ll \lambda$, то вынужденные колебания всех электронов, одной такой частички, возбуждаемые световой волной, происходят в одной фазе. Такую частичку можно рассматривать как один колеблющийся диполь. Интенсивность излучения диполя, колеблющегося по гармоническому закону пропорциональна четвертой степени частоты, т.е.

$$I \sim \omega^4 \sim 1/\lambda^4.$$

Такая зависимость интенсивности рассеянного света от длины волны для рассеяния на частицах с размерами $a \ll \lambda$ впервые была получена Релеем и носит название закона Релея.

Даже при рассеянии естественного света рассеянное малыми частицами излучение поляризовано. Если наблюдение вести в направлении, перпендикулярном первичному пучку, то будет наблюдаться полная линейная поляризация рассеянного света.

Если наблюдение рассеянного света ведется в произвольном направлении, не перпендикулярном первоначальному лучу света, то поляризация рассеянного света будет частичной.

5.11. Молекулярное рассеяние

Рассеяние наблюдается даже в тщательно очищенных от посторонних примесей жидкостях и газах. В этом случае нарушение оптической однородности среды возникают из-за отклонений плотности вещества в пределах малых объемов от ее среднего значения (флуктуации плотности). Возникают эти флуктуации из-за беспорядочного теплового движения молекул вещества. Интенсивность молекулярного рассеяния подчиняется закону Релея. Именно этим объясняется голубой цвет неба и красный цвет зари.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается причина поглощения света веществом?
2. Что называется дисперсией света?
3. Какие электроны оказывают влияние на излучение и поглощение света в оптической части спектра?
4. Запишите уравнение, которое описывает колебания электрона, как гармонического осциллятора в поле световой волны.
5. Почему $n(\omega)$ является комплексной величиной?
6. Сформулируйте закон Бугера.
7. Какая дисперсия называется аномальной?
8. Поясните ход показателя преломления на рис 5.5.
9. Почему металлы практически непрозрачны для света?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бело в Д. В., Пустовалов Г.Е. Кр акий курс общей физики. Часть IV. Оптика. Курс лекций. – М.: Издательство Московского университета, 1982.-176 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М.: 1980. – 752 с.
3. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы: Учеб. Пособие для вузов. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 264 с.

Авторы: Аркулис Михаил Борисович,
Николаев Александр Александрович

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Учебное пособие

Издается полностью в авторской редакции

г. Магнитогорск, 2011 год
ФГБОУ ВПО «МГТУ»
Адрес: 455000 Челябинская область, г. Магнитогорск,
пр. Ленина 38

ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
Кафедра физики
Центр электронных образовательных ресурсов и
дистанционных образовательных технологий
e-mail: ceor_dot@mail.ru