



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Ю.П. Кочкин
И.Ю. Богачева

УЧЕБНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

Магнитогорск
2015

УДК 53(075)

Рецензенты:

Заведующий кафедрой физики и МОФ ФГБОУ ВПО «МаГУ»,
кандидат физико-математических наук

В.В. Мавринский

Доцент кафедры физики и МОФ ФГБОУ ВПО «МаГУ»,
кандидат физико-математических наук

В.В. Риве

Кочкин Ю.П.

Учебные задачи по физике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Юрий Павлович Кочкин, Ирина Юрьевна Богачева ; ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». – Изд. 2-е, подгот. по печ. изд. 2014 г. – Электрон. текстовые дан. (1,35 Мб). – Магнитогорск : ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2015. – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования : IBM PC, любой, более 1 GHz ; 512 Мб RAM ; 10 Мб HDD ; MS Windows XP и выше ; Adobe Reader 8.0 и выше ; CD/DVD-ROM дисковод ; мышь. – Загл. с титул. экрана.

Предназначено для студентов всех технических специальностей, изучающих курс общей физики при подготовке бакалавров и инженеров. Содержит задачи по основным темам разделов «Механика», «Молекулярная физика. Термодинамика», «Электричество и магнетизм», «Оптика», «Квантовая механика. Ядерная физика». По каждой теме подобрано и составлено 25 задач одинакового учебного содержания, соответствующего учебной программе.

УДК 53(075)

© Кочкин Ю.П., Богачева И.Ю., 2014
© ФГБОУ ВПО «Магнитогорский
государственный технический
университет им. Г.И. Носова», 2014

1. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Радиус-вектор точки

$$\vec{r} = r_x \cdot \vec{i} + r_y \cdot \vec{j} + r_z \cdot \vec{k},$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы для осей x, y, z;

$r_x=x, r_y=y, r_z=z$ – проекции $\vec{r}$ на координатные оси или декартовы координаты точки.

Вектор скорости точки $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

Средняя скорость движения

$$\langle V \rangle = \frac{S}{t}, \text{ где } S - \text{ путь, пройденный точкой за время } t.$$

Средняя скорость перемещения

$$\langle V_{\text{п}} \rangle = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}, \text{ где } |\Delta \vec{r}| - \text{ модуль перемещения за время } \Delta t.$$

Ускорение точки $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$

Пройденный путь $S = \int V dt$, где V – модуль скорости.

Тангенциальное ускорение $a_{\tau} = \frac{dV}{dt}$.

Нормальное ускорение $a_n = \frac{V^2}{R}$, где R – радиус кривизны траектории.

Полное ускорение $a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$.

1.1. Материальная точка движется вдоль прямой так, что ее ускорение растет линейно и за первые 10 с достигает значения 5 м/с². Определить в конце десятой секунды: 1) скорость точки, 2) пройденный точкой путь. Ответ: V=25 м/с, S=83,3 м.

1.2. Точка движется по окружности радиусом 4 м по закону $S = A + Bt^2$, где S – пройденный путь, A=8 м, B=2 м/с², t – время. Определить, в какой момент времени нормальное ускорение равно 2 м/с². Найти

скорость, тангенциальное и полное ускорения точки в этот момент времени. Ответ: $t=0,71$ с, $a_t=4$ м/с², $V=2,8$ м/с, $a=4,5$ м/с².

1.3. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $S = A - Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 6$ м, $B = 3$ м/с, $C = 2$ м/с², $D = 1$ м/с³. Определить для тела в интервале времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 4$ с: 1) среднюю скорость движения, 2) среднее ускорение. Ответ: $V = 28$ м/с, $a = 19$ м/с².

1.4. Движение точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где $A = 4$ м/с, $B = -0,05$ м/с². Построить графики зависимости пути, перемещения, скорости и ускорения точки в интервале времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 80$ с.

1.5. При движении тела в плоскости $ХОУ$ вектор скорости изменяется по закону $\vec{V} = 3t\vec{i} - 4t\vec{j}$. Найти: 1) перемещение тела за первые 4 с движения, 2) ускорение, 3) уравнение траектории. Ответ: $\Delta r = 40$ м, $a = 5$ м/с², $y = -1,33x$.

1.6. Движение материальной точки задано уравнением $\vec{r}(t) = A(\cos \omega t \cdot \vec{i} + \sin \omega t \cdot \vec{j})$, где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки, $A = 0,5$ м, $\omega = 5$ рад/с. Найти уравнение и нарисовать траекторию движения точки, определить модуль скорости и модуль нормального ускорения. Ответ: $x^2 + y^2 = 0,25$, $V = 2,5$ м/с, $a_n = 12,5$ м/с².

1.7. Точка движется в плоскости $ХОУ$ по закону: $x = 0,1 \sin \omega t$, $y = 0,1(1 + \cos \omega t)$. Найти путь, пройденный точкой за 10 с, угол между векторами скорости $\vec{V}$ и ускорения $\vec{a}$, уравнение траектории движения $y = f(x)$. Ответ: $S(10) = \omega$, $\alpha = \pi/2$, $x^2 + (y - 0,1)^2 = 0,01$.

1.8. Радиус-вектор частицы определяется выражением $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 4t^2\vec{j} + 7t\vec{k}$, где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы осей X, Y, Z . Вычислить: 1) путь S , пройденный частицей за первые 10 с, 2) модуль перемещения Δr за то же время, 3) ускорение частицы. Ответ: $S = 500$ м, $\Delta r = 500$ м, $a = 10$ м/с².

1.9. Точка движется в плоскости $ХОУ$ по закону: $x = 2 \sin \omega t$; $y = 2 \cos \omega t$. Найти путь, пройденный телом за 2 с; угол между векторами скорости V и ускорения a ; траекторию движения $y = f(x)$. Ответ: $S(2) = 4\omega$, $\alpha = \pi/2$, $x^2 + y^2 = 4$.

1.10. Радиус-вектор, определяющий положение движущейся частицы, изменяется по закону $\vec{r}(t) = 2t\sqrt{t} \cdot \vec{i} + 4t\sqrt{t} \cdot \vec{j}$. Найти для этой частицы скорость, путь и перемещение спустя 2 с после начала движения. Ответ: $V = 9,5$ м/с, $12,6$ м.

1.11. Точка движется так, что вектор её скорости V меняется со временем по закону $\vec{V} = 2\vec{i} + 2t\vec{j} + 2t^2\vec{k}$ (м/с). Найти модуль перемещения $|\Delta\vec{r}|$ за первые 4 с её движения; модуль скорости в момент времени $t=4$ с. Ответ: $|\Delta\vec{r}| = 46,3$ м, $V = 33$ м/с.

1.12. Точка движется в плоскости xOy по закону: $x = -2t$; $y = 4t(1-t)$. Найти уравнение траектории $y = f(x)$ и изобразить ее графически; вектор скорости $\vec{V}$ и ускорения $\vec{a}$ в зависимости от времени; момент времени t_0 , в который вектор ускорения $\vec{a}$ составляет угол $\pi/4$ с вектором скорости $\vec{V}$. Ответ: $y = -x^2 - 2x$; $\vec{V} = -2\vec{i} + 4(1-2t)\vec{j}$, $\vec{a} = -8\vec{j}$, $t_0 = 0,75$ с.

1.13. Радиус-вектор частицы изменяется по закону $\vec{r}(t) = t^2 \cdot \vec{i} + 4t\vec{j} - 2\vec{k}$ (м). Найти вектор скорости $\vec{V}$, вектор ускорения $\vec{a}$; модуль вектора скорости V в момент времени $t = 2$ с. Ответ: $\vec{V} = 2t\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{a} = 2\vec{i}$, $V = 5,7$ м/с.

1.14. Точка начинает двигаться по плоскости xOy из начала координат с ускорением $\vec{a} = 2\vec{i} + 3t\vec{j}$. Найти векторы скорости и перемещения в зависимости от времени и уравнение траектории $y = f(x)$. Ответ: $\vec{V} = 2t\vec{i} + 1,5t^2\vec{j}$, $\Delta\vec{r}(t) = t^2 \cdot \vec{i} + 0,5t^3 \cdot \vec{j}$, $y = 0,5x \cdot \sqrt{x}$.

1.15. В течение времени τ скорость тела задается уравнением $V = A + Bt + Ct^2$ ($0 \leq t \leq \tau$). Определить среднюю скорость движения и среднее ускорение за промежуток времени от начала движения до τ . Ответ: $V_{cp} = A + B\frac{\tau}{2} + C\frac{\tau^2}{3}$, $a_{cp} = B + C\tau$.

1.16. Точка движется в плоскости xOy по закону: $x = 2t$, $y = 4t(t-1)$. Найти уравнение траектории $y = f(x)$ и изобразить ее графически; вектор скорости $\vec{V}$ и ускорения $\vec{a}$ в зависимости от времени; момент времени t_0 , в который вектор ускорения $\vec{a}$ составляет угол $\pi/6$ с вектором скорости $\vec{V}$. Ответ: $y = x(x-2)$, $\vec{V} = 2\vec{i} + (8t-4)\vec{j}$, $\vec{a} = 8\vec{j}$, $t_0 = 0,93$ с.

1.17. Точка движется в плоскости xOy по закону: $x = 10\cos\omega t$, $y = 10(1 - \sin\omega t)$. Найти путь, пройденный точкой за первые 10 с движения; угол между векторами скорости $\vec{V}$ и ускорения $\vec{a}$; уравнение траектории движения $y = f(x)$. Ответ: $S = 100\omega$, $\alpha = \pi/2$, $x^2 + (10-y)^2 = 100$.

1.18. Точка движется так, что ее вектор скорости меняется со временем по закону $\vec{V} = 2\vec{i} + 4t^2\vec{j} + 5t^2\vec{k}$ (м/с). Найти модуль перемещения точки за первые 2 с её движения и модуль скорости в момент времени $t=2$ с. Ответ: 16 м; 21,6 м/с.

1.19. Радиус-вектор $\vec{r}$ частицы меняется со временем по закону $\vec{r} = \vec{b} \cdot t(1 - \alpha t)$, где α – постоянная, $\vec{b}$ – постоянный вектор. Найти: 1) вектор скорости и ускорения частицы в зависимости от времени, 2) промежуток времени Δt , по истечении которого частица вернется в исходную точку, 3) путь, который пройдет точка за время Δt . Ответ: $\vec{V} = \vec{b}(1 - 2\alpha t)$, $\vec{a} = -2\alpha\vec{b}$, $\Delta t = \frac{1}{\alpha}$, $S = \frac{b}{2\alpha}$.

1.20. Точка движется в плоскости xOy по закону: $x = \frac{t}{2}$, $y = t(1 - t)$. Найти уравнение траектории $y = f(x)$ и изобразить ее графически; вектор скорости $\vec{V}$ и ускорения $\vec{a}$ в зависимости от времени; момент времени t_0 , в который вектор ускорения $\vec{a}$ составляет угол $\pi/3$ с вектором скорости $\vec{V}$. Ответ: $y = 2x - 4x^2$, $t_0 = 0,65$ с; $\vec{V} = 0,5\vec{i} + (1 - 2t)\vec{j}$; $\vec{a} = -2\vec{j}$.

1.21. Частица движется так, что ее радиус-вектор изменяется по закону $\vec{r}(t) = 7\vec{i} + 4t\vec{j} + 3t^2\vec{k}$ (м). По какому закону изменяются вектор скорости $\vec{V}$ и вектор ускорения $\vec{a}$ частицы? Найти модуль вектора скорости V в момент времени $t = 3$ с и перемещение тела Δr за первые 4 с движения. Ответ: $\vec{V} = 4 \cdot \vec{j} + 6t \cdot \vec{k}$, $\vec{a} = 6 \cdot \vec{k}$; $V = 18,4$ м/с; $\Delta r = 50,6$ м.

1.22. В плоскости xOy движется точка так, что скорость ее изменяется по закону $\vec{V} = 0,2t(6\vec{i} + 8\vec{j})$. Определить: 1) ускорение точки, 2) скорость через 5 с после начала движения, 3) перемещение за 5 с движения. Ответ: 2 м/с², 10 м/с, 25 м.

1.23. Точка движется в плоскости xOy по закону: $x = 0,1 \cos \omega t$, $y = 1 - 0,1 \sin \omega t$. Найти путь, пройденный телом за 10 с; угол между векторами скорости $\vec{V}$ и ускорения $\vec{a}$; траекторию движения $y = f(x)$. Ответ: $S = \omega, \alpha = \pi/2, x^2 + (1 - y)^2 = 0,01$.

1.24. Точка движется в плоскости xOy по закону: $x = 10t$, $y = 9t(1 - 2t)$. Найти уравнение траектории $y = f(x)$ и изобразить ее графически; вектор скорости $\vec{V}$ и ускорения $\vec{a}$ в зависимости от времени; момент времени t_0 , в который вектор ускорения $\vec{a}$ составляет угол $\pi/3$ с вектором скорости $\vec{V}$. Ответ: $y = 0,9x(1 - 0,2x)$, $t_0 = 0,41$ с.

1.25. Частица движется по оси X так, что ее скорость меняется по закону $V = \beta\sqrt{x}$, где β – постоянная. Имея в виду, что в момент времени

$t=0$ частица находится в точке $X=0$, найдите: 1) зависимость от времени скорости и ускорения частицы, 2) среднюю скорость частицы за время, в течение которого она пройдет первые S метров пути. Ответ: $V = \frac{\beta t^2}{2}$,

$$a = \frac{\beta^2}{2}, V_{cp} = \frac{\beta\sqrt{S}}{2}.$$

2. КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Угловая скорость $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, где φ — угловой путь $\varphi = \int \omega dt$.

Средняя угловая скорость за время Δt $\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$.

Угловое ускорение $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$.

Среднее угловое ускорение $\langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$.

Связь между линейными и угловыми величинами: $V = \omega \cdot R$; $a_t = \varepsilon \cdot R$.

2.1. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол поворота зависит от времени по закону $\varphi = 10 + 20 \cdot t - 2 \cdot t^2$. Найти: 1) среднее значение угловой скорости $\langle \omega \rangle$ за промежуток времени от $t=0$ до остановки; 2) угловое ускорение в момент остановки колеса; 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 0,1 м от оси вращения для момента времени $t=4$ с. Ответ: 10 рад/с; -4 рад/с²; 1,65 м/с².

2.2. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону $\omega = -16 + 4 \cdot t$. Найти: 1) среднее значение угловой скорости тела за промежуток времени от $t=0$ до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени $t_1=3,5$ с; 3) линейную скорость вращения точек, лежащих на расстоянии 1 м от оси вращения в момент времени $t_2=3$ с. Ответ: -8 рад/с; 5,66 рад/с²; -4 м/с².

2.3. Диск радиусом 10 см вращается так, что зависимость угла поворота от времени задается уравнением $\varphi = A + B \cdot t^3$ (рад), где $A=2$ рад, $B=8$ рад/с. При каком значении угла поворота полное ускорение точки на

краю диска составляет с радиусом колеса угол 45° ? Какова угловая скорость диска в этот момент времени? Ответ: 3 рад; 6 рад/с.

2.4. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 2 + 4 \cdot t - 2 \cdot t^2$. Найти: 1) среднее значение угловой скорости $\langle \omega \rangle$ за промежуток времени от $t=0$ до остановки; 2) угловую скорость тела в момент времени $t=0,25$ с; 3) нормальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения в тот же момент времени. Ответ: 2 рад/с; 3 рад/с; 9 м/с².

2.5. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону $\omega = 18t - 9t^2$. Найти: 1) среднее значение угловой скорости тела $\langle \omega \rangle$ за промежуток времени от $t=0$ до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 60 см от оси вращения для момента времени $t=1$ с; 3) число оборотов, которое сделает колесо до остановки. Ответ: 6 рад/с; 48,6 рад/с²; 1,9.

2.6. Колесо автомобиля вращается равнозамедленно и за время 2 мин оно изменило частоту вращения от 240 до 60 об/мин. Определить угловое ускорение колеса и число полных оборотов, сделанных колесом за это время. Записать уравнение углового пути и угловой скорости. Ответ: 0,157 рад/с²; 300.

2.7. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 8 - 8 \cdot t + t^2$. Найти: 1) среднее значение угловой скорости за промежуток времени от $t=0$ до остановки; 2) угловое ускорение в момент остановки тела; 3) нормальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени $t=2$ с. Ответ: -4 рад/с; 2 рад/с²; 16 м/с².

2.8. Диск радиуса $R=1$ м вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону $\omega = 4 - 9t^2$. Найти: 1) среднее значение угловой скорости диска $\langle \omega \rangle$ за промежуток времени от $t=0$ до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на ободе диска в момент времени $t=0,1$ с; 3) угловое ускорение в момент остановки диска. Ответ: 2,67 рад/с; 15,4 рад/с²; -12 рад/с².

2.9. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения 50 об/с, после выключения тока, сделав 628 оборотов, остановился. Определить угловое ускорение якоря, написать уравнения углового пути и угловой скорости якоря. Ответ: 12,5 рад/с; $\varphi = 314t - 6,25t^2$; $\omega = 314 - 12,5t$.

2.10. Диск вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = -4 \cdot t + 10 \cdot t^2$. Найти: 1) среднее значение угловой скорости за промежуток времени от $t=0$ до остановки; 2) угловое ускорение в момент остановки; 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 80 см от

оси вращения для момента времени $t=0,1$ с. Ответ: -2 рад/с; 20 рад/с²; $16,3$ м/с².

2.11. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону $\omega = 9 - 9t^2$. Найти: 1) среднее значение угловой скорости тела за промежуток времени от $t=0$ до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени $t=0,5$ с; 3) угловое ускорение в момент остановки. Ответ: 6 рад/с; $45,6$ рад/с²; -18 м/с².

2.12. Точка движется по окружности радиусом 1 м и при этом ее нормальное ускорение меняется по закону $a_n = A + Bt + Ct^2$, где $A = 1$ м/с², $B = 2$ м/с³, $C = 1$ м/с⁴. Найти уравнение углового пути точки. Сколько оборотов сделает точка за первые 4 с движения? Ответ: $\varphi = t + 0,5 \cdot t^2$; $1,9$.

2.13. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 4 - 16 \cdot t + t^2$. Найти: 1) среднее значение угловой скорости за промежуток времени от момента до остановки; 2) угловую скорость тела в момент времени $t_1 = 4$ с; 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $1,2$ м от оси вращения для момента времени $t_2 = 7$ с. Ответ: -8 рад/с; -8 рад/с; $5,4$ м/с².

2.14. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону $\omega = 25 - 9t^2$. Найти: 1) среднее значение углового ускорения тела за промежуток времени от $t=0$ до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $0,5$ м от оси вращения для момента времени $t=1,5$ с; 3) зависимость угла поворота тела φ от времени. Ответ: 15 рад/с²; $17,6$ м/с²; $\varphi = 25 \cdot t - 3 \cdot t^3$.

2.15. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота от времени определяется уравнением $\varphi = At^2$, где $A = 0,5$ рад/с². Определить к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска, 2) угловое ускорение, 3) тангенциальное, нормальное и полное ускорения точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения. Ответ: 2 рад/с; 1 рад/с²; $0,8$ м/с²; $3,2$ м/с²; $3,3$ м/с².

2.16. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 14 - 4t + 2t^2$. Найти: 1) число оборотов, которое совершит тело до остановки; 2) угловую скорость тела в момент времени $t = 0,5$ с; 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени $t = 0,5$ с. Ответ: $1,9$ об; -2 рад/с; $5,7$ м/с².

2.17. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону $\omega = -16 + 9t^2$. Найти: 1) зависимость угла поворота тела φ от времени; 2) средние значения угловой скорости и углового ускорения тела за промежуток времени от $t=0$ до остановки. Ответ: $\varphi = 3t^3 - 16t$; $-10,6$ рад/с; 12 рад/с².

2.18. Колесо, вращаясь равноускоренно, увеличивает частоту вращения от 3 до 4 об/с, совершая при этом 10 полных оборотов. Найти и записать законы изменения угловой скорости и углового пути в зависимости от времени. Ответ: $\omega = 18,8 + 2,2 \cdot t$; $\varphi = 18,8 \cdot t + 1,1 \cdot t^2$.

2.19. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол поворота зависит от времени по закону $\varphi = 2 - 6 \cdot t + 2 \cdot t^3$. Найти: 1) среднее значение углового ускорения в промежутке времени от 0 до остановки; 2) угловое ускорение в момент остановки колеса; 3) тангенциальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 0,4 м от оси вращения в момент времени $t = 0,5$ с. Ответ: 6 рад/с²; 12 рад/с²; 2,4 м/с².

2.20. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 6t - 2t^3$. Найти: 1) число оборотов, совершенных телом до остановки, 2) среднее угловое ускорение в этом промежутке времени, 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 20 см от оси вращения в момент времени $t = 0,8$ с. Ответ: 0,64 об; -6 рад/с²; 2,13 м/с².

2.21. Маховик диаметром 18 см вращается на оси электродвигателя с частотой 20 об/с. После отключения электрического тока маховик вместе с ротором электродвигателя совершил 120 оборотов и остановился. Найти и написать закон изменения угловой скорости маховика, и законы изменения нормального и тангенциального ускорения (для точек, лежащих на ободе маховика) от времени. Ответ: $\omega = 125,6 - 10,5t$; $a_\tau = \text{const} = 0,94 \text{ м/с}^2$; $a_n = (37,7 - 3,14t)^2$.

2.22. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону $\omega = -20t^2 + 4t$. Найти: 1) среднее значение углового ускорения тела $\langle \varepsilon \rangle$ за промежуток времени от $t = 0$ до остановки; 2) нормальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1,5 м от оси вращения для момента времени $t = 0,1$ с; 3) зависимость угла поворота тела φ от времени. Ответ: 0; 0,06 м/с²; $\varphi = 2t^2 - 6,67t^3$.

2.23. Диск вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = -6t + 2t^3$. Найти: 1) угловое ускорение в начальный момент времени и в момент остановки; 2) среднее значение углового ускорения за этот промежуток времени, 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени $t = 0,5$ с. Ответ: 0; 12 рад/с²; 6 рад/с²; 21,1 м/с².

3. ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЙ

Основное уравнение динамики материальной точки (второй закон Ньютона)

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}.$$

Основной закон динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$M_z = J_z \varepsilon$, где ε – угловое ускорение; J_z – момент инерции тела относительно оси z .

Момент инерции тел массой m относительно оси, проходящей через центр масс:

кольца радиуса R $J = mR^2$;

сплошного диска (цилиндра) $J = \frac{1}{2} mR^2$;

тонкого стержня $J = \frac{1}{12} mR^2$.

3.1. На обод маховика диаметром 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз с массой 2 кг. Определить момент инерции маховика, если он вращаясь равноускоренно под действием груза, за время $t=3$ с приобрел угловую скорость 9 рад/с. Ответ: 1,78 кг·м².

3.2. Вал в виде сплошного цилиндра массой $m_1=10$ кг насажен на горизонтальную ось. На цилиндр намотан шнур, к свободному концу которого подвешена гиря массой $m_2=2$ кг. С каким ускорением будет опускаться гиря, если ее предоставить самой себе? Ответ: 2,8 м/с².

3.3. С какими ускорениями будут двигаться тела в предыдущей задаче и какой будет сила натяжения нити, если в оси цилиндра действует сила трения, создающая тормозящий момент 1,2 Н·м, а радиус цилиндра равен 0,1 м? Ответ: 1,14 м/с²; 22,3 Н.

3.4. Массы грузов, показанных на рис.3.1, $m_1=1,5$ кг, $m_2=2$ кг, масса блока $m_3=1$ кг. Коэффициент трения между грузом m_1 и горизонтальной поверхностью стола, по которому этот груз движется, равен $\mu=0,2$. С каким ускорением движутся грузы? Ответ: 8 м/с².

3.5. На горизонтальной поверхности стола находится тележка с массой

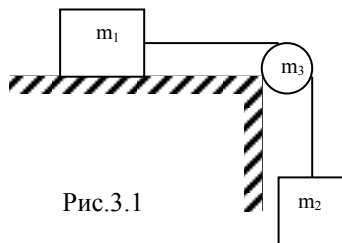


Рис.3.1

$m_1=5$ кг. К тележке привязали легкую нить, которую перебросили через блок (масса $m_3=2$ кг, радиус $0,1$ м), а к концу ее прикрепили гирию с массой $m_2=3$ кг (см. рис. 3.1). Какую кинетическую энергию будет иметь эта система тел спустя $0,5$ с после начала движения? Трением пренебречь. Ответ: $12,5$ Дж.

3.6. На горизонтальной поверхности стола находится тележка с массой $m_1=0,5$ кг. К тележке привязали легкую нить, которую перебросили через блок (масса $m_3=0,2$ кг, радиус $0,1$ м), а к концу ее прикрепили гирию с массой $m_2=0,3$ кг (см. рис. 3.1). В оси блока действуют силы трения, создающие тормозящий момент $M_{\text{торм}}=0,1$ Н·м. Коэффициент трения между поверхностью стола и тележкой равен $\mu=0,1$. Какую кинетическую энергию будет иметь эта система тел спустя $0,5$ с после начала движения? Ответ: $0,3$ Дж.

3.7. На блок с массой $m_1=5$ кг и радиусом 10 см намотана нить, к концу которой привязан груз с массой $m_2=1$ кг. При поступательном движении груза вниз на вращающийся блок со стороны оси действует сила трения, создающая тормозящий момент $M_{\text{торм}}=0,5$ Н·м. С каким ускорением будет при этом опускаться груз? Ответ: $1,43$ м/с².

3.8. На вал в виде цилиндра с горизонтальной осью вращения намотана невесомая нить, к концу ее прикреплен груз. Какую угловую скорость будет иметь вал спустя 2 с после начала движения груза, если масса вала 4 кг, его радиус 20 см, масса груза $0,2$ кг, действием сил трения на движущиеся тела можно пренебречь. Ответ: $8,9$ рад/с.

3.9. Гирия массой 1 кг опускается вертикально на легкой нити с высоты $0,5$ м. Верхняя часть нити намотана на цилиндрический блок с массой $0,8$ кг и радиусом $0,15$ м. Блок вращается вокруг горизонтальной оси, со стороны которой на блок действует сила трения, создающая тормозящий момент $M_{\text{торм}}=0,2$ Н·м. Сколько времени до останова будет вращаться блок после того, как гирия упадет на землю? Ответ: $0,75$ с.

3.10. На цилиндрический блок массой 1 кг с горизонтальной осью вращения намотана невесомая нить, которая переброшена через второй такой же блок, находящийся на одном горизонтальном уровне с первым. К концу нити привязали груз массой $0,8$ кг ипустили. С какими ускорениями будут двигаться тела системы? Какой будет сила натяжения нити между блоками? Ответ: $4,4$ м/с², $2,2$ Н.

3.11. Найти ответы на вопросы предыдущей задачи, если в осях блоков действуют силы трения, создающие тормозящие моменты по $0,1$ Н·м, а радиусы блоков равны $0,1$ м. Ответ: $3,2$ м/с², $1,6$ Н.

3.12. Система тел состоит из двух грузов с массами $m_1=2$ кг, $m_2=3$ кг и блока в форме цилиндра массой $m_3=4$ кг, закрепленного на вершине наклонной плоскости с углом наклона $\alpha=30^\circ$ и легкой нерастяжимой нити, которая перекинута через блок и своими концами прикреплена к грузам m_1 и m_2 (рис.3.2). Определить ускорение груза m_2 в процессе движения всех тел. Трением пренебречь. Ответ: $2,8 \text{ м/с}^2$.

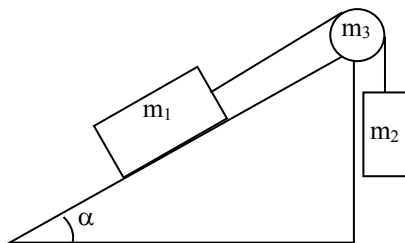


Рис.3.2

3.13. Каким станет ускорение грузов задачи 3.12, если между телом m_1 и наклонной плоскостью будет действовать сила трения с коэффициентом $\mu=0,5$? Ответ: $1,6 \text{ м/с}^2$.

3.14. Во сколько раз отличаются силы натяжения вертикального и наклонного участков нити в задаче 3.12 в случаях, когда: 1) трения нет, 2) вдоль наклонной плоскости действует сила трения с коэффициентом $\mu=0,2$? Ответ: $0,73$, $0,67$.

3.15. Вычислить кинетическую энергию всех тел системы, описанной в задаче 3.12, спустя $0,5$ с после начала ее движения, если в оси блока действует сила трения, создающая тормозящий момент $M_{\text{торм}}=0,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$, а радиус блока равен 8 см . Ответ: $3,15 \text{ Дж}$.

3.16. Для системы тел, изображенных на рис.3.2, известно, что $\alpha=20^\circ$, $m_1=2$ кг, масса блока $m_3=2$ кг, коэффициент трения между наклонной плоскостью и грузом m_1 равен $\mu=0,1$. Какой по массе груз m_2 нужно прикрепить к вертикальному участку нити, чтобы он двигался с ускорением 1 м/с^2 ? Ответ: $1,1 \text{ кг}$.

3.17. Невесомая нить намотана на цилиндр радиусом 30 см и массой 2 кг , переброшена через невесомый блок, находящийся на одном горизонтальном уровне с цилиндром, а к концу ее прикреплена гиря с массой $0,5 \text{ кг}$. Найти кинетические энергии цилиндра и гири через $0,5 \text{ с}$ после начала движения системы тел. Трением в осях цилиндра и блока пренебречь. Ответ: $1,3 \text{ Дж}$, $0,6 \text{ Дж}$.

3.18. Через блок в виде однородного сплошного цилиндра с горизонтальной осью вращения массой 160 г перекинута невесомая нить, к концам которой подвешены грузы с массами 200 г и 300 г . Пренебрегая трением в оси блока, определить ускорения грузов и силы натяжения нити. Ответ: $1,5 \text{ м/с}$, $2,3 \text{ Н}$, $2,5 \text{ Н}$.

3.19. Определить ускорения грузов предыдущей задачи, если в оси блока действует сила трения, создающая тормозящий момент $M_{\text{торм}}=0,04 \text{ Н}\cdot\text{м}$, а радиус блока равен 10 см . Ответ: 1 м/с .

3.20. Дан блок массой $M=2$ кг и радиусом $R=0,6$ м и бруски массы $m_1=2$ кг, $m_2=3$ кг (рис.3.3). Найдите угловое ускорение блока и натяжение нити между 1 и 2 брусками. Ответ: $13,6 \text{ рад/с}^2$, $4,9 \text{ Н}$.

3.21. Легкая нить переброшена через цилиндрический блок радиусом 10 см и массой $0,8$ кг с горизонтальной осью вращения. К концам нити прикреплены грузы с массами $0,5$ и $0,4$ кг. Пренебрегая трением в оси блока, найти скорости вращения блока и движения грузов спустя 1 с после начала движения. Ответ: $7,5 \text{ рад/с}$, $0,75 \text{ м/с}$.

3.22. Найти ответы на вопросы предыдущей задачи, если в оси блока будет действовать сила трения, создающая тормозящий момент $0,04 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Ответ: $7,2 \text{ рад/с}$, $0,72 \text{ м/с}$.

3.23. Невесомая нить переброшена через блок массой $m_3=2$ кг, имеющий форму цилиндра. К концам нити прикреплены грузы с массами $m_1=2$ кг и $m_2=1$ кг. Определить ускорение грузов в процессе движения тел. Трением пренебречь. Ответ: $2,45 \text{ м/с}^2$.

3.24. С каким ускорением будут двигаться грузы предыдущей задачи, если в оси блока действует сила трения, создающая тормозящий момент $M_{\text{тр}}=0,1 \text{ Н}\cdot\text{м}$, а радиус блока равен 5 см? Ответ: $1,95 \text{ м/с}^2$.

3.25. Каким должен быть момент сил трения в оси блока m_3 задачи 3.23, чтобы ускорения грузов m_1 и m_2 в процессе их движения оказались равными $0,7 \text{ м/с}^2$? Радиус блока 5 см. Ответ: $0,35 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

3.26. Блок массой $0,4$ кг, имеющий форму диска (цилиндра), вращается вокруг горизонтальной оси под действием силы натяжения нити, которая переброшена через блок и к концам которой подвешены грузы с массами $0,3$ и $0,7$ кг. Определить силы натяжения нити по обе стороны блока. Ответ: $3,9 \text{ Н}$, $4,6 \text{ Н}$.

3.27. Система тел, описанная в задаче 3.26, приобрела через секунду после начала движения кинетическую энергию $2,4$ Дж. Найти по этим данным момент сил трения, действующих в оси блока. Радиус блока равен 5 см. Задачу решить с применением законов Ньютона. Ответ: $1,5 \text{ Н}$.

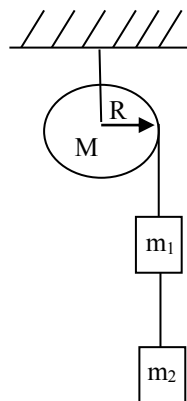


Рис.3.3

4. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Возвращающаяся квазиупругая сила, действующая на колеблющееся тело

$$F = -kx,$$

где x – смещение тела от положения равновесия; k – коэффициент квазиупругой силы.

Уравнение гармонических колебаний

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где A – амплитуда; t – время; φ_0 – начальная фаза; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – круговая частота колебаний; T – период колебаний.

4.1. Уравнение колебаний точки имеет вид: $x = A \cdot \cos \omega(t + \tau)$, где $A=0,02$ м, $\omega = \pi$ с⁻¹, $\tau=0,2$ с. Определить период, начальную фазу колебаний точки и её ускорение в момент времени 1 с. Ответ: $T=2$ с; $\varphi_0=0,2\pi$ рад; $a=0,16$ м/с².

4.2. Определить период, частоту и начальную фазу колебаний точки, движущейся по уравнению: $x = A \cdot \sin \omega(t + \tau)$, где $\omega=2,5\pi$ с⁻¹, $\tau=0,4$ с, $A=0,02$ м. Какова скорость точки в момент времени 0,8 с. Ответ: $T=0,8$ с; $v=1,25$ с⁻¹; $V=0,157$ м/с.

4.3. Точка совершает колебания по закону $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$, где $A=2$ см, $\omega=\pi$ с⁻¹, $\varphi=\pi/4$ рад. Построить графики зависимости от времени смещения, скорости и ускорения точки.

4.4. Точка равномерно движется по окружности против часовой стрелки с периодом 6 с. Диаметр окружности 20 см. Написать уравнение движения проекции точки на ось, проходящую через центр окружности, если в момент времени, принятый за начальный, проекция точки на эту ось равна нулю. Найти смещение, скорость и ускорение в момент времени 1 с. Ответ: $x = -0,1 \cdot \sin \frac{\pi}{3} t$; $x=-0,087$ м; $V=-0,052$ м/с; $a=0,095$ м/с².

4.5. Определить максимальные значения скорости и ускорения точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой 3 см и круговой частотой $\pi/2$ с⁻¹. Написать уравнение скорости точки, если в начальный момент времени точка находилась в положении амплитудного отклонения. Ответ: $V(t) = 0,015 \pi \sin \frac{\pi}{2} t$; $V_{\max} = 0,015 \pi \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$;
 $a_{\max} = 7,5 \cdot 10^{-3} \pi^2 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right).$

4.6. Точка совершает колебания по закону $x = A \cdot \cos \omega t$, где $A = 5$ см, $\omega = 2$ с⁻¹. Определить ускорение точки в тот момент времени, когда её скорость равна 8 см/с. Каково максимальное ускорение точки? Ответ: $a = -0,12$ м/с²; $a_{\max} = 0,2$ м/с².

4.7. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение точки равно 10 см, наибольшая скорость 20 см/с. Найти круговую частоту колебаний и максимальное ускорение точки. Написать уравнение колебаний точки, если известно, что они совершаются по закону косинуса, а в начальный момент времени точка находилась в максимальном отрицательном отклонении. Ответ: $\omega = 2\pi$ с⁻¹; $a_{\max} = 0,4$ м/с²; $x(t) = 0,1 \cos(2t + \pi)$ м.

4.8. Максимальная скорость точки, совершающей гармонические колебания, равна 10 см/с, а максимальное ускорение 100 см/с². Найти круговую частоту колебаний, их период и амплитуду. Написать уравнение колебаний, если известно, что они совершаются по закону косинуса, и что в начальный момент времени точка проходила положение равновесия. Ответ: $\omega = 10$ с⁻¹; $T = 0,2\pi$ с; $A = 0,01$ м; $x(t) = 0,01 \cdot \cos 10t$ м.

4.9. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin \omega t$. В некоторый момент времени смещение x_1 точки оказалось равным 5 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение x_2 стало равным 8 см. Найти амплитуду колебаний. Ответ: $A = 0,083$ м.

4.10. Колебания точки происходят по закону $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. В некоторый момент времени смещение точки равно 5 см, её скорость 20 см/с, а ускорение -80 см/с². Найти амплитуду, круговую частоту, период колебаний и фазу в рассматриваемый момент времени. Ответ: $A = 7,1$ см; $\omega = 4$ с⁻¹; $T = 0,5\pi$ с; $\varphi_1 = \pi/4$.

4.11. Начальная фаза гармонических колебаний равна нулю. При смещении точки от положения равновесия на 2,4 см её скорость равна 3 см/с, а при смещении 2,8 см скорость равна 2 см/с. Найти амплитуду и период колебаний. Ответ: $T = 4,1$ с; $A = 3,1$ см.

4.12. Точка совершает колебания вдоль оси x по закону $x = A \sin(\omega t - \varphi_0)$. Построить графики проекции скорости и ускорения как функций времени. По графикам найти, каково ускорение точки в моменты времени, когда скорость имеет максимальное по модулю значение. Принять $\varphi_0 = \pi/2$ и $A = 2$ см. Ответ: $a = 0$ м/с².

4.13. Частица совершает гармонические колебания вдоль оси x около положения равновесия $x = 0$. Круговая частота колебаний равна 4 рад/с. В некоторый момент времени координата частицы 25 см, и её скорость 100 см/с. Найти координату и скорость частицы через 2,4 с после этого момента. Ответ: $x = -0,29$ м; $V = -0,81$ м/с.

4.14. Написать уравнение гармонических колебаний, если они совершаются по закону синуса, амплитуда колебаний 5 см, период колебаний 8 с для начальной фазы: 1) 0, 2) $\pi/4$, 3) $\pi/2$, 4) π . Начертить графики колебаний для этих случаев.

4.15. Уравнение колебаний материальной точки массой 16 г имеет вид $x = 0,1 \sin(0,125\pi \cdot t - \pi/4)$ (м, с). Построить графики зависимости от времени координаты, кинетической энергии и силы, действующей на точку. Сравнить их. Найти максимальное значение силы. Ответ: $F_{\max} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$.

4.16. Материальная точка массой 10 г колеблется по уравнению $x = 5 \sin(0,2\pi \cdot t - \pi/4)$ (см, с). Найти максимальную силу, действующую на точку, и её полную энергию. Ответ: $F_{\max} = 0,2 \text{ мН}$; $W = 4,9 \text{ мкДж}$.

4.17. Уравнение колебаний материальной точки массой 16 г имеет вид $x = 0,2 \sin(0,25\pi \cdot t - \pi/4)$ (см, с). Найти кинетическую и потенциальную энергию в момент времени, когда действующая на неё сила равна половине амплитудного значения. Ответ: $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}$; $0,5 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}$.

4.18. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические синусоидальные колебания, к её потенциальной энергии для моментов времени $T/12$ и $T/8$, где T – период колебаний. Начальная фаза колебаний равна нулю. Ответ: 3; 1.

4.19. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические синусоидальные колебания, к её потенциальной энергии для моментов времени, когда смещение точки от положения равновесия составляет 0,25 А, 0,5 А, А, где А – амплитуда колебаний. Ответ: 15; 3; 0.

4.20. Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания, равна $3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$. Максимальная сила, действующая на тело, равна $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний равен 2 с и начальная фаза 60° . Ответ: $x = 0,04 \sin(\pi \cdot t + \pi/3)$.

4.21. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки 2 см, полная энергия $3 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $2,25 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$? Ответ: $1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

4.22. Материальная точка совершает колебания согласно уравнению $x = 0,02 \cdot \cos(\pi \cdot t - \pi/2)$ (м, с). Определите: 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) начальную фазу колебаний; 4) максимальную скорость точки; 5) максимальное ускорение точки; 6) через сколько времени после начала движения точка будет проходить через положение равновесия. Ответ: 1) 0,02 м; 2) 2 с; 3) $\pi/2$; 4) $0,02\pi \text{ м/с}$; 5) $0,02\pi^2 \text{ м/с}^2$; 6) 1 с.

4.23. Материальная точка массой $m = 50 \text{ г}$ совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0,1 \cdot \cos(3\pi/2 \cdot t)$ м. Определите:

1) возвращающую силу для момента времени $t=0,5$ с; 2) полную энергию точки. Ответ: 1) 78,5 мН; 2) 5,55 мДж.

4.24. Определите отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические колебания, к её потенциальной энергии, если известна фаза колебаний φ . Ответ: $W_k/W_p = \tan^2 \varphi$.

4.25. Материальная точка колеблется согласно уравнению $x = A \cdot \cos \omega_0 t$, где $A=5$ см, $\omega_0=\pi/12$ с⁻¹. Когда возвращающая сила в первый раз достигает значения -12 мН, потенциальная энергия точки оказывается равной 0,15 мДж. Определите этот момент времени и соответствующую этому моменту фазу $\omega_0 t$. Ответ: $t=4$ с; $\omega_0 t = \pi/3$ рад.

4.26. Однородный стержень положили на два быстро вращающихся блока, как показано на рис.4.1. Расстояние между осями блоков $l=20$ см, коэффициент трения между стержнем и блоками $k=0,18$. Показать, что стержень будет совершать гармонические колебания. Найти их период. Ответ: 1,5 с.

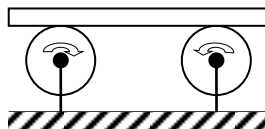


Рис.4.1

4.27. Найти период малых вертикальных колебаний шарика массой 40 г, укрепленного на середине горизонтально натянутой струны длиной 1 м. Натяжение струны считать постоянным и равным 10 Н. Ответ: 0,2 с.

4.28. Вычислить период малых колебаний ареометра (рис.4.2), которому сообщили небольшой толчок в вертикальном направлении. Масса ареометра $m=50$ г, радиус его трубки $r=3,2$ мм, плотность жидкости $\rho=1,00$ г/см³. Сопротивление жидкости считать пренебрежимо малым. Ответ: 2,5 с.

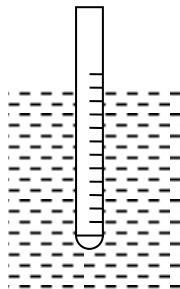


Рис.4.2

5. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

Уравнение затухающих колебаний тела

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где A_0 – начальная амплитуда; β – коэффициент затухания,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота затухающих колебаний; ω_0 – собственная частота.

Время релаксации $\tau = \frac{1}{\beta}$.

Декремент затухания $D = e^{\beta T}$.

Логарифмический декремент затухания $\lambda = \beta T$.

5.1. Период затухающих колебаний равен $T = 4$ с, логарифмический декремент затухания 1,6; начальная фаза равна 0. Смещение точки в момент $T/4$ равно 4,5 см. Написать уравнение колебаний и построить график в пределах трёх периодов. Ответ: $x = 6,7e^{-0,4t} \sin(0,5\pi t)$ (см).

5.2. Написать уравнение и построить график затухающих колебаний тела, если коэффициент затухания равен $0,01 \text{ с}^{-1}$, частота колебаний $0,125 \text{ с}^{-1}$, в начальный момент времени тело находилось в положении амплитудного отклонения, равного 10 см. За какое число колебаний амплитуда уменьшится в e раз? Ответ: $N_e = 12,5$.

5.3. Уравнение затухающих колебаний имеет вид $x = 0,5e^{-0,25t} \sin(0,5\pi t)$ (м,с). Найти время релаксации, логарифмический декремент затухания и скорость колеблющейся точки в момент времени 0, T , $2T$ (где T – период колебания). Ответ: $\tau = 4$ с; $\lambda = 1; 0,79, 0,29, 0,11$ м/с.

5.4. Логарифмический декремент затухания математического маятника равен 0,2. Найти, во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за два полных колебания. Напишите уравнение движения этого маятника, если период колебаний 2 с, начальная амплитуда 10 см, начальная фаза $\pi/2$. Ответ: $A_0/A = 1,5$; $x = 0,1e^{-0,1t} \sin(\pi t + 0,5\pi)$ (м).

5.5. Чему равен логарифмический декремент и коэффициент затухания математического маятника длиной 1 м, если за 1 мин амплитуда колебаний маятника уменьшилась в два раза? Ответ: $\lambda = 0,023$; $\beta = 0,012$.

5.6. Математический маятник длиной 24,7 см совершает затухающие колебания. Через сколько времени энергия колебаний уменьшится в 9,4 раза? Задачу решить при значении логарифмического декремента: 1) 0,01; 2) 0,1. Ответ: $t_1 = 112$ с; $t_2 = 11,2$ с.

5.7. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 мин уменьшается вдвое. Во сколько раз она уменьшится за 3 мин? Чему равны время релаксации и логарифмический декремент затухания, если длина маятника 1 м? Ответ: $A_0/A = 86$; $\tau = 86$ с; $\lambda = 0,023$.

5.8. Математический маятник длиной 0,5 м, выведенный из положения равновесия, отклонился при первом колебании на 5 см, а при втором (в ту же сторону) на 4 см. Найти время релаксации, декремент затухания и логарифмический декремент затухания. Ответ: $\tau = 6,4$ с, $D = 1,25$, $\lambda = 0,223$.

5.9. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t_1=5$ мин уменьшается в два раза. За какое время t_2 , считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз? С каким логарифмическим декрементом затухания колеблется этот маятник, если частота его колебаний $0,5 \text{ с}^{-1}$? Ответ: $t_2=15$ мин; $\lambda=0,0046$.

5.10. Амплитуда колебаний математического маятника длиной $0,6$ м уменьшилась в два раза за 10 мин. Определить логарифмический декремент затухания и коэффициент сопротивления, если $m = 0,5$ г. Ответ: $\lambda=0,0018$, $r = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Н·с/м}$.

5.11. Математический маятник длиной $0,9$ м отклонили на 5 см и отпустили, после чего он начал совершать затухающие колебания. Через 5 полных колебаний амплитуда уменьшилась в 2 раза. Написать уравнение движения этого маятника, если они совершаются по закону синуса. Ответ: $x = 5e^{-0,074t} \sin(3,3t + 0,5\pi)$ (см).

5.12. Гиря массой 500 г подвешена на пружине жёсткостью 20 Н/м и совершает колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент затухания $0,004$. Определить число полных колебаний, которое должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в два раза. За какое время произойдет это уменьшение? Ответ: $N=173$; $t=2$ мин 52 с.

5.13. Тело массой 5 г совершает затухающие колебания. В течение времени 50 с тело потеряло 60% своей первоначальной энергии. Определить коэффициент сопротивления среды, в которой колеблется тело. Ответ: $r=9,2 \cdot 10^{-5} \text{ кг/с}$.

5.14. Найти число полных колебаний тела, в течение которых его энергия уменьшается в 2 раза. Логарифмический декремент затухания равен $0,01$. Ответ: $N=34$.

5.15. Шарик массой 200 г подвешен на пружине и совершает вертикальные затухающие колебания в воде с логарифмическим декрементом $0,05$. При этом за 23 с его энергия уменьшается в 10 раз. Найти по этим данным жёсткость пружины. Ответ: $k=7,9 \text{ Н/м}$.

5.16. За $t=4$ мин колебаний математического маятника длиной $0,5$ м амплитуда уменьшилась в $1,5$ раза. Определите коэффициент затухания и логарифмический декремент λ . Ответ: $\beta=0,0017$; $\lambda=0,0024$.

5.17. Математический маятник длиной $l=1$ м совершает колебания с логарифмическим декрементом затухания $\lambda=0,23$. Во сколько раз уменьшится амплитуда через 10 с колебаний. Рассчитайте коэффициент затухания β . Ответ: $A_0/A=3,2$; $\beta=0,115$.

5.18. Пружинный маятник массой 100 г совершает затухающие колебания на пружине жесткостью $k=6 \text{ Н/м}$. Через какой промежуток времени его энергия уменьшится в 16 раз, если логарифмический декремент затухания $\lambda=0,03$? Рассчитайте коэффициент затухания β . Ответ: $t=37,5$ с; $\beta=0,037 \text{ 1/с}$.

5.19. Через $N=8$ полных колебаний пружинного маятника амплитуда колебаний уменьшилась в 2 раза. Найдите промежуток времени, за который это произошло если жесткость пружины $k=10$ Н/м, а масса груза на пружине $m=50$ г. Рассчитайте энергию ΔE , потерянную маятником за 8 колебаний, если начальная амплитуда $A_0=20$ см. Ответ: $t=3,52$ с; $\Delta E=0,15$ Дж.

5.20. Энергия математического маятника длиной 30 см, совершающего затухающие колебания, уменьшилась в 16 раз. Рассчитайте, за какой промежуток времени это произошло? Определите число полных колебаний N , совершённых маятником к этому времени, если коэффициент затухания $\beta=0,06$ 1/с. Ответ: $t=23,1$ с; $N=21$.

6. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

6.1. Шар массой $m_1=5$ кг движется со скоростью $V_1=1$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2=2$ кг. Определите скорости шаров после удара. Удар считать упругим, прямым и центральным. Ответ: 0,43 м/с, 1,43 м/с.

6.2. Тело массой $m_1=5$ кг ударяется о неподвижное тело массой $m_2=2,5$ кг, которое после удара приобретает кинетическую энергию $E=5$ Дж. Считая удар центральным и упругим, найдите кинетическую энергию первого тела до и после удара. Ответ: 5,62 Дж, 0,62 Дж.

6.3. Шар массой $m_1=4$ кг движется со скоростью $V_1=5$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2=6$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $V_2=2$ м/с. Определите скорости шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым и центральным. Ответ: 3,4 м/с, 3,6 м/с.

6.4. Движущийся шар массой $m_1=2$ кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы и теряет при этом 40% своей кинетической энергии. Определите массу m_2 большего шара. Удар считать абсолютно упругим, прямым и центральным. Ответ: 15,7 кг.

6.5. Тело массой $m=3$ кг движется со скоростью $V=4$ м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и абсолютно неупругим, найдите количество тепла, выделившееся при ударе. Ответ: 12 Дж.

6.6. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой $m_1=10$ г со скоростью $V=300$ м/с. Затвор пистолета массой $m_2=200$ г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой $k=25$ кН/м. Определите, на какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен. Ответ: 4,2 см.

6.7. Два малых по размеру груза массами $m_1=10$ кг и $m_2=15$ кг подвешены на нитях одинаковой длины $L=2$ м в одной точке и соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол $\alpha=60^\circ$ и отпущен. Определите высоту, на которую поднимутся оба груза после абсолютно неупругого удара. Ответ: 16 см.

6.8. В деревянный шар массой $M=8$ кг, подвешенный на нити длиной $L=1,8$ м, попадает горизонтально летящая пуля массой $m=4$ г. Определите скорость пули перед ударом, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha=3^\circ$. Размером шара пренебречь, удар пули считать центральным. Ответ: 444 м/с.

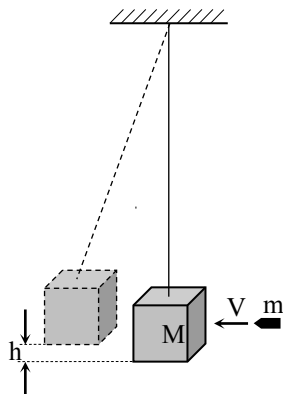


Рис.6.1

6.9. Пуля массой $m=10$ г, летевшая со скоростью $V=600$ м/с, попала в баллистический маятник массой $M=5$ кг и застряла в нем (рис.6.1). Определите, на какую высоту, отскочивший после удара, поднялся маятник? Ответ: 7,2 см.

6.10. В баллистический маятник массой $M=3$ кг попадает горизонтально летевшая пуля массой $m=8$ г и застревает в нем (см. рис.6.1). Найдите скорость полета пули, если маятник, отклонившись после удара, поднялся на высоту $h=10$ см. Ответ: 532 м/с.

6.11. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком тонком металлическом стержне, и застревает в нем. Диаметр шара много меньше длины стержня, масса пули $m=5$ г, масса шара $M=0,5$ кг, скорость полета пули $V=500$ м/с. Определите, при какой предельной длине стержня шар от удара пули поднимется до верхней точки окружности? Ответ: 61 см.

6.12. Крутильно-баллистический маятник состоит из двух шаров, скрепленных невесомым стержнем, и вертикальной упругой проволоки с закрепленными концами А и В (рис.6.2). Стержень с шарами может вращаться в горизонтальной плоскости, закручивая при этом проволоку. Масса каждого шара $M=1$ кг, радиусы $R=5$ см, расстояние между центрами шаров $r=30$ см. Коэффициент упругости проволоки при кручении $f=10$ Н·м/рад. Пуля мас-

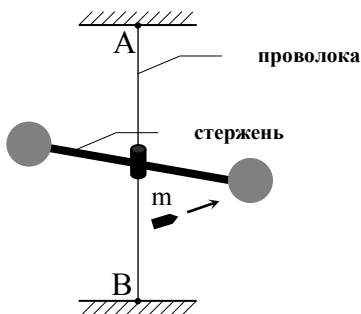


Рис.6.2

сой $m=10$ г, летящая горизонтально со скоростью $V=100$ м/с так, как показано на рис. 6.2, попадает в центр одного из шаров и застревает в нем. На какой максимальный угол повернется после этого стержень с шарами? Ответ: $12,7^\circ$.

6.13. По условию задачи 6.12 найдите, во сколько раз изменится скорость пули после абсолютно упругого удара о маятник. Принять $M=0,1$ кг. Ответ: 1,1.

6.14. Крутильно-баллистический маятник, конструкция которого описана в задаче 6.12, а вид показан на рис.6.2, имеет следующие параметры: длина стержня $\ell=20$ см, масса стержня $m_1=600$ г, радиусы шаров $R=8$ см, массы шаров $M=0,5$ кг, коэффициент упругости закручивающейся проволоки $f=20$ Н·м/рад. Маятник используют для определения скорости полета пули. Эксперимент показал, что в результате абсолютно неупругого соударения горизонтально летевшей пули массой $m_2=8$ г с одним из шаров маятника последний повернулся на угол $\varphi=18^\circ$. Вычислите скорость полета пули. Ответ: 188 м/с.

6.15. Однородная прямоугольная пластина может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей по ее плоскости через середину. В край пластины перпендикулярно ее плоскости упруго ударяется горизонтально летящий со скоростью $V=3$ м/с шарик (рис.63). Найдите скорость шарика после удара, если масса пластины в 1,5 раза больше массы шарика. Ответ: 1 м/с.

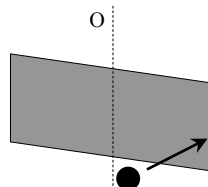


Рис.6.3

6.16. По условию задачи 6.15 найдите угловую скорость вращения пластины сразу после удара. Длина ее горизонтальной стороны $\ell=80$ см. Ответ: 10 с $^{-1}$.

6.17. Прямоугольный металлический флажок массой $M=200$ г может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его край. Горизонтально летящий шарик малого размера попадает в середину флажка и прилипает к его поверхности. Масса шарика $m=100$ г, скорость перед ударом $V=5$ м/с. Найдите потерю механической энергии системы «флажок – шарик» в результате такого соударения. Ответ: 0,9 Дж.

6.18. Решите задачу 6.17 полагая, что после удара шарик отскакивает от пластины со скоростью $V'=1$ м/с. Ответ: 0,525 Дж.

6.19. Однородный стержень длиной $\ell=1$ м может свободно вращаться относительно горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. Пуля, летящая горизонтально и перпендикулярно стержню и его оси, попадает в другой (нижний) конец стержня и застревает в нем. В результате этого взаимодействия стержень отклонился на угол $\alpha=60^\circ$.

Масса пули $m=7$ г, скорость перед ударом $V=360$ м/с. Определите массу стержня M , полагая, что $M \gg m$. Ответ: 2 кг.

6.20. Решите задачу 6.19 при условии, что пуля попадает в середину стержня. Ответ: 0,98 кг.

6.21. Решите задачу 6.19 при условии, что удар пули абсолютно упругий, а в результате этого удара пуля отскакивает от стержня и модуль ее скорости уменьшается в 2 раза. Ответ: 2,9 кг.

6.22. Вертикально расположенная прямоугольная пластина массой $M=0,6$ кг может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через ее верхнюю сторону. В нижний конец пластины перпендикулярно ее плоскости неупруго ударяется маленький по размеру шарик массой $m=100$ г, летящий со скоростью $V=3$ м/с. На какую максимальную высоту поднимется после этого нижний конец пластины? Ответ: 3,8 см.

6.23. Детская карусель, имеющая вид горизонтального диска, вращается с частотой $\nu_1=0,7$ с⁻¹. Масса карусели $M=200$ кг, диаметр $d=4$ м. На ее край с высоты $h=1$ м вертикально вниз прыгает человек массой $m=50$ кг. Определите, какой станет частота вращения карусели и на сколько уменьшится суммарная механическая энергия карусели и человека после прыжка. Ответ: 0,47 с⁻¹, 1780 Дж.

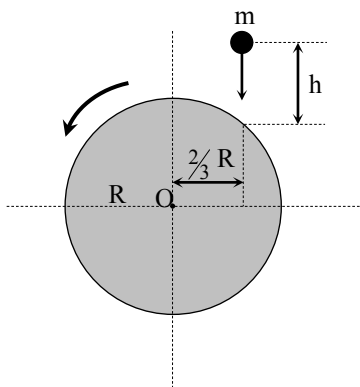


Рис. 6.4

6.24. Цилиндр массой $M=2$ кг и радиусом $R=8$ см вращается вокруг горизонтальной оси O с угловой скоростью $\omega_1=2$ рад/с так, как показано на рис. 6.4. На боковую поверхность цилиндра с высоты $h=0,5$ м падает, как показано на рисунке, пластилиновый шарик массой $m=50$ г. Какую угловую скорость ω_2 будет иметь цилиндр после неупругого удара шарика о цилиндр? Ответ: 0,66 рад/с.

6.25. С какой высоты должен упасть шарик на цилиндр в задаче 6.24, чтобы цилиндр остановился? Ответ: 1,2 м.

7. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА

Правило сложения скоростей

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}},$$

где v, v' – скорости тел(частиц) в двух инерциальных системах координат, движущихся относительно друг друга со скоростью V .

Релятивистское сокращение длины и замедление хода движущихся часов:

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}; \quad \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

где ℓ_0 – собственная длина; Δt_0 – собственное время движущихся часов.

Релятивистская масса и релятивистский импульс:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad p = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

где m_0 – масса покоя частицы.

Полная и кинетическая энергии релятивистской частицы:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad T = E - E_0,$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя частицы.

7.1. Объём воды в океане составляет $V = 1,37 \cdot 10^9 \text{ км}^3$. На сколько изменится масса воды в океане, если повысить ее температуру на 1°C . Плотность морской воды $\rho = 1030 \text{ кг/м}^3$. Ответ: $\Delta m = 6,59 \cdot 10^7 \text{ кг}$.

7.2. Отношение заряда движущегося электрона к его массе, определенное из опыта, $q/m = 0,88 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$. Определите релятивистскую массу электрона и его скорость. Ответ: $m = 2m_0$; $v = 0,87 c$.

7.3. В лабораторной системе отсчета одна из двух одинаковых частиц с массой m_0 покоится, другая движется со скоростью $v=0,8 c$ по направлению к покоящейся частице. Определите релятивистскую массу движущейся частицы в лабораторной системе отсчета и ее кинетическую энергию. Ответ: $m=1,67 m_0$; $E=0,67 m_0 c^2$.

7.4. Электрон движется со скоростью $v=0,6 c$. Определите его релятивистский импульс и кинетическую энергию E . Ответ: $p=2,05 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; $E=0,128 \text{ МэВ}$.

7.5. Импульс p релятивистской частицы равен $m_0 c$ (m_0 – масса покоя). Определите скорость частицы v в долях скорости света и отношение массы движущейся частицы к ее массе покоя m/m_0 . Ответ: $v=0,71 c$; $m/m_0=1,41$.

7.6. Полная энергия α -частицы возросла в процессе ускоренного движения на $\Delta E=56,4 \text{ МэВ}$. На сколько при этом изменится масса частицы? С какой скоростью движется частица? Масса покоя α -частицы $m_0=4 \text{ а.е.м.}$ Ответ: $\Delta m=1,5 m_0$; $v=0,917 c$.

7.7. Предположим, что мы можем измерить длину стержня с точностью $\Delta l = 0,1 \text{ мкм}$. При какой относительной скорости u двух инерциальных систем отсчета можно было бы обнаружить релятивистское сокращение длины стержня, собственная длина которого $l_0 = 1 \text{ м}$? Во сколько раз изменится масса стержня, при движении его с рассчитанной скоростью u относительно неподвижной системы отсчета? Ответ: $u=134 \text{ км/с}$; $m/m_0 = 10^{-7}$.

7.8. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы $\tau_0 = 10 \text{ нс}$. Найти скорость частицы и путь, который пролетит эта частица до распада, в лабораторной системе отсчета, где время её жизни $\tau = 20 \text{ нс}$. Ответ: $v = 0,87 c$; $S = 5,2 \text{ м}$.

7.9. μ -мезон, рождённый в верхних слоях земной атмосферы, движется со скоростью $V = 0,99 c$ относительно земли и пролетает от места своего рождения до точки распада расстояние $l = 3 \text{ км}$. Определить собственное время жизни этого мезона и расстояние, которое он пролетит в этой системе отсчёта «с его точки зрения». Ответ: $\tau_0=1,4 \text{ мкс}$; $l_0=420 \text{ м}$.

7.10. Два стержня одинаковой собственной длины l_0 движутся в продольном направлении навстречу друг другу параллельно общей оси с одной и той же скоростью $v=0,8 c$ относительно лабораторной системы отсчёта. Во сколько раз длина каждого стержня l в системе отсчёта, связанной с другим стержнем, отличается от собственной длины? Ответ: $l_0/l=4,6$.

7.11. На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость спутника $v=7,9 \text{ км/с}$. На сколько отстанут часы на спутнике по измерениям земного наблюдателя за промежуток времени $0,5 \text{ года}$? Как отличаются значения кинетиче-

ской энергии спутника, если расчет провести по классической и релятивистской формулам? Масса покоя спутника составляет 10 т. Ответ: $\Delta\tau=5,4 \cdot 10^{-3}$ с; не отличаются.

7.12. Какая относительная погрешность будет допущена, если расчёт импульса частицы, движущейся со скоростью: 1) 10 км/с, 2) 10^3 км/с, 3) 10^5 км/с, 4) 0,9 с, произвести в рамках классической механики? Ответ: 1) $p_{\text{рел}}/p_{\text{класс}}=1$; 2) $p_{\text{рел}}/p_{\text{класс}}=1$; 3) $p_{\text{рел}}/p_{\text{класс}}=1,06$; 4) $p_{\text{рел}}/p_{\text{класс}}=2,3$.

7.13. Какую работу необходимо совершить, чтобы скорость частиц, с массой покоя m_0 , изменилась от 0,6 до 0,8 с? Сравнить полученный результат со значением работы, вычисленным по классической формуле. Ответ: $A_{\text{рел}}=0,417 m_0 c^2$; $A_{\text{класс}}=0,14 m_0 c^2$.

7.14. Фотонная ракета движется относительно земли с такой скоростью, что по часам наблюдателя на Земле, ход времени в ней замедляется в 1,25 раз. Какую часть от скорости света составляет скорость движения ракеты? На сколько изменятся ее линейные размеры в направлении движения, если первоначально длина ракеты составляла 35 м? Ответ: $v=0,6$ с; $\Delta l=7$ м.

7.15. Частица с массой покоя m_0 в момент времени $t=0$ начинает двигаться под действием постоянной силы F . Найти зависимость скорости V частицы от времени t . Построить качественно график $V(t)$.

Ответ:
$$V = \left[\left(\frac{m_0}{Ft} \right)^2 + \frac{1}{c^2} \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

7.16. Импульс релятивистского электрона равен $3 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с. Найти кинетическую энергию этого электрона. Ответ: $E=0,25$ МэВ.

7.17. Собственное время жизни μ -мезона равно $\tau_0=2$ мкс. От точки рождения до точки распада мезон пролетает относительно земли расстояние 6 км. С какой скоростью двигался мезон? Ответ: $v=0,995$ с.

7.18. Кинетическая энергия ускоряемого протона возросла до $3 \cdot 10^{-10}$ Дж. Во сколько раз изменилась при этом масса протона? Какова скорость протона? Ответ: $m/m_0=3$; $v=2,8 \cdot 10^8$ м/с.

7.19. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями $v_1=0,6$ с и $v_2=0,9$ с вдоль одной прямой. Определите их относительную скорость в двух случаях: 1) частицы движутся в противоположных направлениях, 2) частицы движутся в одном направлении. Чему равна кинетическая энергия первой частицы в системе отсчета связанной со второй, если первая частица - протон? Ответ: 1) $v=0,974$ с, $E_{1,2}=510$ пДж; 2) $v=0,195$ с, $E_{1,2}=300$ пДж.

7.20. С какой скоростью (в долях от скорости света) должен двигаться электрон, чтобы его масса возросла на $6 \cdot 10^{-31}$ кг. Какую кинетическую энергию имеет электрон при такой скорости? Ответ: $v=0,8$ с; $E=0,34$ МэВ.

7.21. Кинетическая энергия движущегося тела в 2 раза превышает энергию покоя. Во сколько раз уменьшается при этом видимый размер тела в направлении движения? Какова скорость тела? Ответ: $l_0/l=3$; $v=0,94 c$.

7.22. Масса движущейся частицы увеличилась в 1,5 раза. Какую скорость имеет частица? Какая относительная ошибка будет допущена, если кинетическую энергию частицы в этих условиях рассчитывать классическим образом? Ответ: $v=0,75 c$; $\Delta E/E_{\text{рел}}=0,44$.

7.23. Электрон ускорен в электрическом поле с разностью потенциалов $U=106$ В. Вычислить скорость электрона и его кинетическую энергию методами: 1) классической механики, 2) релятивистской механики. Оценить полученные данные. Ответ: 1) $v=6 \cdot 10^8$ м/с; $E=10^6$ эВ; 2) $v=0,94 c$; $E=10^6$ эВ.

7.24. Электрон в ускорителе прошёл ускоряющую разность потенциалов $U=102$ кВ. Во сколько раз увеличилась масса частицы? Вычислите его кинетическую энергию. Ответ: $m/m_0=1,2$; $1,6 \cdot 10^{-14}$ Дж.

7.25. Первоначально кинетическая энергия релятивистской частицы была равна ее энергии покоя, а затем при ускоренном движении возросла в 4 раза. Во сколько возрастет при этом импульс частицы? С какой скоростью (в долях скорости света) двигалась частица первоначально? Ответ: $p_2/p_1=2,84$; $v=0,87 c$.

8. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Функция распределения (смысл)

$$f(V) = \frac{dN}{N \cdot dV}.$$

Для очень малого интервала ΔV

$$f(V) = \frac{\Delta N}{N \cdot \Delta V}.$$

Функция распределения молекул по модулям скоростей V (распределение Максвелла)

$$f(V) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0 V^2}{2kT}} \cdot V^2.$$

Функция распределения молекул по проекциям скоростей V_x (распределение Гаусса)

$$f(V_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{m_0 V_x^2}{2kT}}.$$

Функция распределения молекул в поле постоянной силы F (распределение Больцмана)

$$n(x) = n_0 e^{-\frac{F \cdot x}{kT}}.$$

Среднее значение микропараметра x при известной функции распределения $f(x)$: $\langle x \rangle = \int x \cdot f(x) dx$.

Справочный интеграл:

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cdot x \cdot dx = \frac{1}{2a};$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cdot x^2 \cdot dx = \frac{\sqrt{\pi} \cdot a^{-1,5}}{4};$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cdot x^3 \cdot dx = \frac{1}{2a^2};$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cdot x^4 \cdot dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-5/2}.$$

8.1. Найдите для газообразного азота температуру, при которой скоростям молекул $v_1 = 300$ м/с и $v_2 = 600$ м/с соответствуют одинаковые значения функции распределения Максвелла $f(V)$. Ответ: $T = \frac{m(V_2^2 - V_1^2)}{4k \ln(V_2 / V_1)} = 330$ К.

8.2. Найдите для газообразного азота скорость молекул, при которой значение функции распределения Максвелла $f(V)$ для температуры T_0 будет таким же, как и для температуры в η раз большей. Ответ: $V = \sqrt{\frac{3kT_0}{m} \frac{\eta \cdot \ln \eta}{\eta - 1}}$.

8.3. Определите, при какой температуре газа, состоящего из смеси азота и кислорода, наиболее вероятные скорости молекул азота и кислорода будут отличаться друг от друга на $\Delta v = 30$ м/с? Ответ: 363 К.

8.4. Смесь водорода и гелия находится при температуре $T = 300$ К. Определите, при каком значении скорости молекул значения Максвелловской функции распределения по скоростям $f(V)$ будут одинаковыми для обоих газов? Ответ: 1,61 км/с.

8.5. При нагревании некоторого газа наиболее вероятная скорость его молекул увеличилась от 400 до 800 м/с. Найти числовое значение скорости молекул, количество которых не изменилось при нагревании. Ответ: 665 м/с.

8.6. Пользуясь Максвелловской функцией распределения по скоростям $f(V)$ покажите, что между средней квадратичной $V_{\text{кв}}$, средней арифметической $V_{\text{ар}}$ и наиболее вероятной V_B скоростями справедливо соотношение $V_{\text{кв}} > V_{\text{ар}} > V_B$.

8.7. Распределение молекул по скоростям в пучке, выходящем из отверстия в сосуде, описывается функцией $f(V) = AV^3 e^{-\frac{mV^2}{2kT}}$, где T – температура газа внутри сосуда, m – средняя масса молекул, A – коэффициент. Найдите наиболее вероятное значение скорости молекул в пучке. Сравните полученную величину с наиболее вероятной скоростью молекул в самом сосуде. Ответ: $V_B = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$.

8.8. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем 1 см³. Определить число молекул в этом объеме, обладающих скоростями меньше 1 м/с. Ответ: $4,4 \cdot 10^9$.

8.9. Водород находится при температуре $T = 273$ К. Определите отношение числа молекул водорода, обладающих скоростями в интервале от 2 до 2,01 км/с, к числу молекул, обладающих скоростями от 1 до 1,01 км/с. Ответ: 1,07.

8.10. В сосуде объемом 2 л находится гелий при нормальных условиях в равновесном состоянии. На сколько изменится число молекул, имеющих скорости от 500 до 510 м/с, если температуру газа увеличить в 2 раза? Найти наиболее вероятную скорость молекул до и после нагревания и объяснить полученный результат. Ответ: $1,2 \cdot 10^{20}$; 1070 м/с, 1500 м/с.

8.11. Для кислорода и гелия, находящихся при $T = 300$ К в равновесном состоянии, найти относительное число молекул, имеющих скорости от 390 до 400 м/с. Объяснить разницу полученных значений, вычислив предварительно наиболее вероятные скорости молекул обоих газов. Ответ: $2,1 \cdot 10^{-2}$; $2,2 \cdot 10^{-3}$.

8.12. Найдите, при какой температуре число молекул азота, скорости которых лежат в интервале 299–301 м/с, равно числу молекул со скоростями в интервале 599–601 м/с? Ответ: 56°C.

8.13. Определить относительное число ω молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от нуля до одной сотой наиболее вероятной скорости V_B . Ответ: $7,52 \cdot 10^{-7}$.

8.14. Определите, при какой температуре идеального газа число молекул в заданном интервале $v, v+dv$ будет максимально? Масса каждой молекулы равна m . Ответ: $T = \frac{mV^2}{3k}$.

8.15. Найти среднее значение проекции скорости молекул углекислого газа $\langle V_x \rangle$, находящегося в равновесии, движущихся в положительном направлении некоторой оси X при $t=20^\circ\text{C}$. Ответ: 94 м/с.

8.16. Идеальный газ находится в равновесном состоянии. Вывести формулу для нахождения среднего значения проекции импульса молекул, движущихся в положительном направлении некоторой оси X , проведенной в объеме этого газа. Ответ: $\langle p_x \rangle = \sqrt{mkT/2\pi}$.

8.17. При какой температуре среднее значение положительной проекции скорости молекул $\langle V_x \rangle$ углекислого газа будет иметь такое же значение, как и для кислорода при температуре 200 К? Ответ: 413 К.

8.18. Газообразный азот находится в равновесном состоянии при нормальных условиях. Найти относительное число молекул, имеющих положительные проекции скорости V_x в интервалах от 60 до 65 м/с и от 300 до 305 м/с. Объяснить полученный результат. Ответ: 0,68%, 0,4%.

8.19. Определите высоту горы, если давление на ее вершине равно половине давления на уровне моря. Температуру считать везде одинаковой и равной $t = 7^\circ\text{C}$. Ответ: 5,6 км.

8.20. Договоримся, что верхняя граница атмосферы Земли находится на высоте, где давление в 1 млн раз меньше, чем у поверхности земли. Какова в этом случае высота атмосферы? Какой была бы высота атмосферы, если бы она состояла из водорода? Считать, что температура атмосферы по всей высоте равна 250 К, а ускорение свободного падения практически не меняется. Ответ: 100, 1460 км.

8.21. Атмосфера Венеры состоит из углекислого газа и имеет температуру 500°C . Во сколько раз высота венерианской атмосферы превосходит земную? Атмосферу Земли считать изотермической с $T=250\text{ К}$. Ускорение свободного падения Венеры равно $8,9\text{ м/с}^2$. Критерий для определения высоты атмосферы установите самостоятельно. Ответ: 2,24.

8.22. Закрытую с обоих концов горизонтальную трубку длиной 1 м перемещают с постоянным ускорением a , направленным вдоль ее оси. Внутри трубки находится аргон при температуре 330 К. При каком значении a концентрации аргона вблизи торцов трубки будут отличаться друг от друга на 1%? Ответ: 70g.

8.23. При наблюдении в микроскоп взвешенных частиц гуммигута обнаружено, что среднее число их в слоях, расстояние между которыми $h=40\text{ мкм}$, отличается друг от друга в $\eta=2$ раза. Температура среды $T=290\text{ К}$. Диаметр частиц $d=0,4\text{ мкм}$ и их плотность на $\Delta\rho = \Delta\rho_0,2\text{ г/см}^3$

больше плотности окружающей жидкости. Найти по этим данным число Авогадро. Ответ: $N_A = (6RT/\pi d^3 \Delta \rho gh) \ln \eta = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

8.24. Найти силу, действующую на частицу со стороны однородного поля, если концентрации этих частиц на двух уровнях, отстоящих друг от друга на расстоянии $\Delta h = 3 \text{ см}$ (вдоль поля), отличаются в $\eta = 2$ раза. Температура системы $T = 280 \text{ К}$. Ответ: $F = (kT/\Delta h) \ln \eta = 0,9 \cdot 10^{-19} \text{ Н}$.

9. МКТ. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа

$$E = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы; k – постоянная Больцмана; T – температура.

Скорости молекул:

средняя квадратичная $\langle V_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}};$

средняя арифметическая $V_{\text{ар}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}};$

наиболее вероятная $V_{\text{нв}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}},$

где R – универсальная газовая постоянная; μ – молярная масса газа; m_0 – масса молекулы газа.

Основное уравнение МКТ для идеального газа

$$P = \frac{1}{3} m_0 n \langle V_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{2}{3} nE,$$

где n – концентрация молекул; E – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона)

$$PV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где P – давление газа; V – его объем; T – температура.

Уравнение состояния для смеси газов

$$PV = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots \right) RT.$$

Связь макропараметров в адиабатическом процессе

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma, T_1 P_1^{1-\gamma} = T_2 P_2^{1-\gamma}, T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1},$$

где $\gamma = \frac{i+2}{i}$ – показатель адиабаты; i – число степеней свободы.

9.1. Идеальный газ изохорически охладил, а затем изобарически расширил до первоначальной температуры. Во сколько раз изменяется энергия поступательного движения молекул газа в изохорическом процессе, если в ходе его давление газа уменьшилось в 3 раза? Во сколько раз изменяется средняя скорость движения молекул в изобарическом процессе? Ответ: 3; 1,73.

9.2. Идеальный двухатомный газ объемом 5 л и давлением 10^6 Па изохорически нагрели, в результате чего средняя кинетическая энергия его молекул увеличилась от 0,0796 до 0,0923 эВ. На сколько при этом изменится давление газа? В дальнейшем газ изотермически расширил до начального давления. Определите объем газа в конце процесса. Ответ: увеличится на 0,16 МПа; 5,8 л.

9.3. Средняя арифметическая скорость молекул углекислого газа в исходном состоянии 1 равна $v=500$ м/с; плотность газа в этом состоянии $\rho=5$ г/л. Газ совершил процесс, представленный на рис.9.1. Определите массу газа и его давление в состояниях 1, 2 и 3. Проанализируйте качественно, как изменяется давление в процессе 1-2. Ответ: 30 г; 4,9 и 9,8 атм.

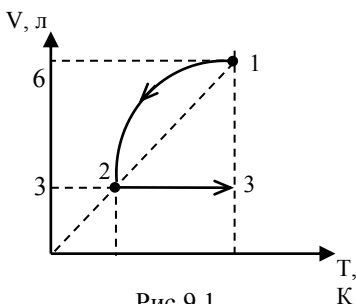


Рис.9.1

9.4. Два моля кислорода изотермически сжали, а затем изобарически расширили до первоначального объема. Известно, что $P_1=550$ кПа, $V_1=9 \cdot 10^{-3}$ м³, а средняя квадратичная скорость движения молекул в конечном состоянии равна 720 м/с. На сколько изменится конечная средняя кинетическая энергия его молекул относительно начальной. Представить графики описанных процессов в координатах P - V . Ответ: 0,0079 эВ.

9.5. 3 моля азота плотностью $\rho=1,25$ кг/м³ изохорно нагрели так, что его давление изменилось с $1,1 \cdot 10^5$ до $1,6 \cdot 10^5$ Па, а затем изобарно сжали до первоначальной температуры. Определите температуры в каж-

дом из трех описанных состояний и конечный объем газа. Изобразите графики этих процессов в координатах P-T. Ответ: 297 К; 432 К; 46 л.

9.6. С углекислым газом с исходной плотностью $1,15 \text{ кг/м}^3$ совершен процесс, приведенный на рис.9.2. Определите число молей газа, участвующих в процессе. На сколько изменится температура в конце второго процесса по сравнению с началом первого процесса? Как изменялась средняя скорость молекул в процессе перехода газа из состояния 1 в состояние 2? Ответ: 0,052 моль; 690 К.

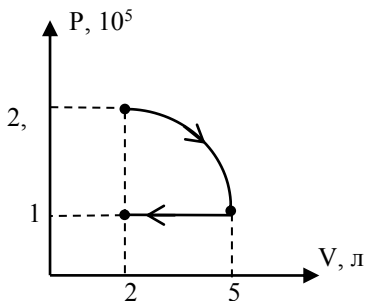


Рис.9.2

9.7. Один моль кислорода изотермически расширили от $V_1=5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ до $V_2=8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Затем его изобарически сжали до первоначального объема. Известно, что в начальном состоянии $P_1=800 \text{ кПа}$. Найдите изменение средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа. Представить графики описанных процессов в координатах V-T. Ответ: 0,023 эВ.

9.8. 5 молей кислорода совершают процесс, изображенный на рис.9.3, состоящий из изохоры, изобары и изотермы. Известно, что в первом состоянии давление $P_1 = 12 \cdot 10^5 \text{ Па}$, объем газа в изобарическом процессе изменяется в 3 раза, объем кислорода в третьем состоянии $V_3=24 \text{ л}$, средняя кинетическая энергия молекул в конечном состоянии $E_4 = 2 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$. Найти по этим данным среднюю квадратичную скорость движения молекул в первом состоянии. Ответ: 425 м/с.

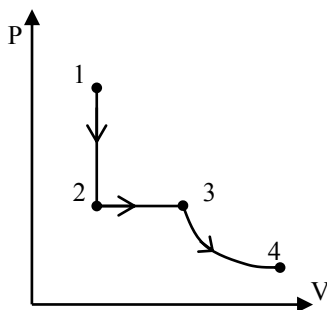


Рис.9.3

9.9. Найти давление и среднюю кинетическую энергию теплового движения молекул 0,8 молей гелия в начале процесса, изображенного на рис. 9.4, где 2-3 – изотерма. Известно, что средняя скорость молекул в конечном состоянии 2,5 км/с, а давление в изохорном процессе изменяется в 2,5 раза. Ответ: $1,67 \cdot 10^5 \text{ Па}$; 0,039 эВ.

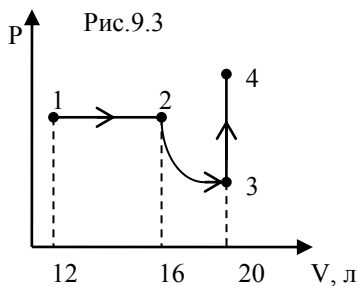


Рис.9.4

9.10. Один моль некоторого газа совершает процесс, представленный на рис.9.5. Известно, что наиболее вероятная скорость молекул в исходном состоянии равна 301,5 м/с, а давление в первом процессе возрастает в 4 раза. В конечном состоянии давление газа 8 атм. Какой это газ? Какова его начальная плотность? Как изменялся объем газа в процессе перехода газа из состояния 1 в состояние 2? Ответ: CO_2 ; 4,4 г/л.

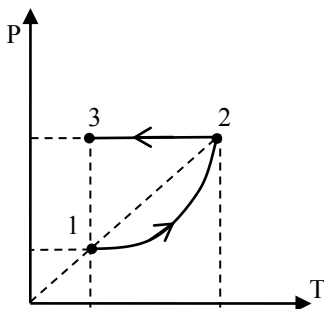


Рис.9.5

9.11. С одним молем азота, который имел начальное давление $P_1=120$ кПа, провели процесс, состоящий из изохоры и изобары. Известно, что в конце процесса температура стала равной 320 К, а в изохорическом процессе средняя арифметическая скорость молекул газа увеличилась с 430 до 470 м/с. Найдите исходный и конечный объемы газа. Представить графики описанных процессов в координатах V-T. Ответ: 17 и 19 л.

9.12. Два моля двухатомного газа имеют исходную концентрацию молекул $n_1=4 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Газ сначала изохорно нагревают так, что средняя кинетическая энергия молекул увеличивается с 0,052 до 0,096 эВ. Затем изотермически сжимают так, что объем газа уменьшается в 2 раза. Найти объем газа в конечном состоянии. Представить графики описанных процессов в координатах P-T. Ответ: 15 л.

9.13. В сосуде объемом 30 л находится некоторый газ, который имеет температуру, соответствующую средней скорости движения молекул 493 м/с. После того, как часть газа была выпущена наружу, давление в сосуде понизилось на 0,78 атм (без изменения температуры). Найти массу выпущенного газа. Какой это газ, если плотность этого газа при нормальных условиях $\rho_0=1,235 \text{ кг/м}^3$. Ответ: 29 г; N_2 .

9.14. В сосуде находится смесь $m_1=7$ г азота и $m_2=11$ г углекислого газа при температуре $T=290$ К и давлении $P=1$ атм. Найти плотность этой смеси, считая газы идеальными. Во сколько раз отличаются средние скорости движения молекул газов смеси и средние кинетические энергии их движения? Ответ: $1,5 \text{ кг/м}^3$; 1,25; 1,2.

9.15. В сосуде объемом 20 л находится смесь водорода и гелия под давлением 2 атм. Общая масса смеси 5 г. Известно, что средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул смеси газов равна 0,038 эВ. Во сколько раз отличаются массы водорода и гелия в смеси? Ответ: 2,2 раза.

9.16. Азот с начальными параметрами $P_1=500$ кПа, $T_1=250$ К и $V_1=0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ подвергли изотермическому расширению. Затем он был изобарно сжат до первоначального объема, в результате чего средняя

скорость движения молекул уменьшилась в $n=1,3$ раза. Найти массу азота и V_2 в промежуточном состоянии. Ответ: 3,4 г; 0,84 л.

9.17. Воздух находится в закрытом пробкой сосуде при давлении 10^5 Па, равном внешнему атмосферному. Воздух нагрели, в результате чего средняя кинетическая энергия его молекул увеличилась от 0,0647 до 0,0863 эВ. На сколько при этом изменилось давление газа? До какой изменится температура воздуха в сосуде, если пробку открыть, в результате чего он очень быстро расширится? Представить графики описанных процессов в координатах P-V. Ответ: $0,33 \cdot 10^5$ Па; 369 К.

9.18. Некоторое количество гелия сначала адиабатически сжали. Затем изобарически расширили до первоначального объема. Во сколько раз изменилась средняя скорость движения молекул гелия при расширении, если известно, что при сжатии давление увеличилось в 3 раза? Ответ: 1,39.

9.19. Двухатомный газ сначала изобарически сжали, а затем адиабатически расширили до первоначального объема. Известно, что при расширении давление уменьшилось в 4 раза. Во сколько раз изменилась наиболее вероятная скорость молекул газа при сжатии? Ответ: 1,64.

9.20. Кислород, находившийся при температуре 370 К, подвергли адиабатическому расширению, в результате которого давление уменьшилось в 4 раза. При последующем изотермическом сжатии установилось первоначальное давление. Найти среднюю квадратичную скорость движения молекул кислорода в изотермическом процессе. Во сколько раз изменился объем газа при переходе из начального состояния в конечное состояние. Ответ: 440 м/с; 1,49.

9.21. Сжатый азот, имевший первоначально температуру 400 К, сначала очень быстро (адиабатически) расширили до объема 7 л, а затем очень медленно (изотермически) сжали. В обоих процессах давление изменялось в 4 раза. Найти: 1) объемы газа в начальном и конечном состояниях; 2) изменение средней арифметической скорости молекул азота в адиабатическом процессе. Ответ: 1,75 л, 2,6 л; 100 м/с.

9.22. Некоторое количество азота сначала адиабатически сжали, затем изобарически расширили до первоначального объема. Известно, что при изобарическом расширении средняя скорость движения молекул возросла в 1,41 раза. Во сколько раз увеличилось давление при сжатии? Ответ: 2,64.

9.23. Двухатомный газ адиабатически расширяют так, что давление уменьшается в 5 раз. На сколько при этом изменится средняя кинетическая энергия его молекул? Во сколько раз изменится объем газа при последующем изотермическом сжатии до первоначального давления? Начальная температура газа 420 К. Ответ: 0,0334 эВ; 5.

9.24. Двухатомный газ, находившийся в закрытом сосуде при нормальных условиях, нагрели до $T=400$ К. На сколько изменится средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа? Во сколько раз изменится давление в сосуде по отношению к первоначальному состоянию, если при открытии пробки газ адиабатически расширится и его температура понизится до 300 К? Представить графики описанных процессов в координатах P - T . Ответ: 0,0164 эВ; 1,9.

10. ЯВЛЕНИЕ ПЕРЕНОСА

Уравнение диффузии $M = -D \frac{d\rho}{dx} \cdot St$, $j_M = -D \frac{d\rho}{dx}$,

где M – масса вещества, переносимого через площадку S за время t ;

j_M – плотность потока массы;

$\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности;

D – коэффициент диффузии, $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$.

Уравнение внутреннего трения

$$\Delta p = -\eta \frac{dV}{dx} S t, \quad F = -\eta \frac{dV}{dx} S, \quad j_p = -\eta \frac{dV}{dx},$$

где Δp – импульс, перенесенный через площадку S за время t ;

F – сила внутреннего трения между двумя движущимися слоями площадью S ;

j_p – плотность потока импульса;

$\frac{dV}{dx}$ – градиент скорости;

η – динамическая вязкость, $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$.

Уравнение теплопроводности: $Q = -\lambda \frac{dT}{dx} \cdot St$, $j_Q = -\lambda \frac{dT}{dx}$,

где Q – количество теплоты, перенесенное через площадку S за время t ;

j_Q – плотность теплового потока;

$\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры;

λ – коэффициент теплопроводности, $\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$,

где c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме, ρ – плотность газа; $\langle v \rangle$ – средняя скорость теплового движения; $\langle l \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул.

10.1. Определите, во сколько раз отличаются коэффициенты динамической вязкости η углекислого газа и азота, если оба газа находятся при одинаковой температуре и одном и том же давлении. Эффективные диаметры молекул этих газов равны. Ответ: $\eta_1/\eta_2=1,25$.

10.2. Определите коэффициент теплопроводности λ азота, если коэффициент динамической вязкости η для него при тех же условиях равен 10 мкПа·с. Ответ: $\lambda=7,42$ мВт/м·К.

10.3. Построить график зависимости вязкости азота от температуры в интервале $100 \leq T \leq 600$ мК.

10.4. Построить график зависимости коэффициента диффузии водорода от температуры в интервале $100 \leq T \leq 600$ К при $P=100$ кПа.

10.5. Построить график зависимости коэффициента теплопроводности водорода от температуры в интервале $100 \leq T \leq 600$ К.

10.6. Экспериментально получены следующие данные зависимости коэффициента вязкости от температуры.

$t, ^\circ\text{C}$	0	10	20	30	40	50
$\eta \cdot 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с}$	1,75	1,30	1,00	0,82	0,62	0,55

Найти по этим данным энергию активации температурного изменения коэффициента вязкости, считая, что зависимость $\eta(T)$ носит экспоненциальный характер. Ответ: $1,41 \cdot 10^{-2}$ эВ.

10.7. Определите массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку 50 см^2 за 20 с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, равен 1 кг/м^4 , температура азота 290 К, а средняя длина свободного пробега его молекул равна 1 мкм. Ответ: $m=15,6$ мг.

10.8. Пространство между двумя параллельными пластинами площадью 150 см^2 каждая, находящихся на расстоянии 5 мм друг от друга, заполнено кислородом. Одна пластина поддерживается при температуре 17°C , другая при температуре 27°C . Определите количество теплоты, прошедшее за 5 мин посредством теплопроводности от одной пластины к другой. Эффективный диаметр молекул кислорода считать равным 0,36 нм. Ответ: 79,4 Дж.

10.9. Тонкая металлическая прямоугольная пластина массой 50 г размером 20×30 см падает в воде в вертикальном положении с установившейся скоростью 6,9 м/с. Считая, что поверхностью пластины увлекается в движение слой воды толщиной 2 мм, оценить по этим данным, динамическую вязкость воды. Ответ: $\eta=1,2 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

10.10. Какой толщины следовало бы сделать деревянную стену здания, чтобы она давала такую же потерю тепла, как кирпичная стена толщиной $\Delta x_1=40$ см при одинаковой температуре внутри и снаружи здания. Коэффициенты теплопроводности кирпича и дерева равны соответственно: $\lambda_1=0,70$ Вт/м·К, $\lambda_2=0,175$ Вт/м·К. Ответ: $\Delta x_2=0,1$ м.

10.11. Потолочное перекрытие парового котла состоит из двух слоев тепловой изоляции. Определить температуру t_2 на границе между слоями, если температура наружных поверхностей перекрытия $t_1=800^\circ\text{C}$ и $t_3=60^\circ\text{C}$, а толщина и теплопроводность каждого слоя соответственно равны: $\Delta x_1=500$ мм, $\lambda_1=1,3$ Вт/м; $\Delta x_2=200$ мм, $\lambda_2=0,16$ Вт/м·К. Ответ: $t_2=626^\circ\text{C}$.

10.12. В топке парового котла сжигается $m=200$ кг топлива в час с теплотой сгорания $q=41$ МДж/кг. Определить потерю теплоты стенками топки в окружающую среду в процентах от общего количества выделяемого тепла, если поверхность стен топки $S=60$ м², толщина стен $\Delta x_1=750$ мм, коэффициент теплопроводности кладки $\lambda_1=0,60$ Вт/м·К, а температуры с внутренней и наружной сторон стен соответственно равны $t_1=750^\circ\text{C}$ и $t_2=50^\circ\text{C}$. Ответ: 1,5%.

10.13. Стальная стенка котла толщиной $\Delta x_1=1,5$ мм покрыта с внутренней стороны слоем котельной накипи толщиной $\Delta x_2=1$ мм. Определить тепловой поток, проходящий через 1 м² стенки котла, и температуру стального листа под накипью, если температура внутренней поверхности стенки $t_1=250^\circ\text{C}$, а наружной $t_2=200^\circ\text{C}$. Коэффициент теплопроводности накипи $\lambda_2=0,6$ Вт/м·К, коэффициент теплопроводности стали $\lambda_1=46$ Вт/м·К. Ответ: $j=29$ кВт/м², $t_2=201,6^\circ\text{C}$.

10.14. Площадь озера Тургояк составляет 27 км². Найти, во сколько раз мощность теплового потока, передаваемого водой в атмосферу, превышает мощность электростанции в 10⁶ кВт, если озеро покрыто слоем льда толщиной 200 мм, а температура на нижней и верхней поверхностях льда $t_1=0^\circ\text{C}$ и $t_2=-15^\circ\text{C}$. Теплопроводность льда $\lambda=2,5$ Вт/м·К. Ответ: 5.

10.15. Антикатоде рентгеновской трубки выполнен в виде медного стержня длиной 250 мм и диаметром 15 мм. Определить разность температур между горячим и холодным концами стержня, если через боковую поверхность стержня тепло не проходит, а холодный конец омывается проточной водой. При этом вода нагревается на 3 град при расходе 1 л/мин. Коэффициент теплопроводности меди $\lambda=390$ Вт/м·К. Ответ: $\Delta t=780^\circ\text{C}$.

10.16. Найти массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку $S=100 \text{ см}^2$ за $t=10 \text{ с}$, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, $\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = 1,26 \text{ кг/м}^4$, температура газа $t=27^\circ\text{C}$,

средняя длина свободного пробега молекул $\langle l \rangle = 10 \text{ мкм}$. Ответ: 0,2 г.

10.17. На рис. 10.1 показано изменение температуры воздуха вблизи вертикальной металлической стенки, нагретой до 120°C . Найти тепловой поток через площадку $S=15 \text{ см}^2$, установленную параллельно стенке на расстоянии 3 см от нее. Эффективный диаметр молекул воздуха принять равным 0,35 нм. Ответ: 0,017 Дж/с.

10.18. Концентрация молекул кислорода в азоте при нормальных условиях меняется вдоль некоторого направления X по закону $n = n_0(1 - \kappa x)$,

где $n_0=2 \cdot 10^{16} \text{ 1/м}^3$, $\kappa=0,4 \text{ 1/м}$. Вычислить диффузионный поток кислорода через площадку 10 см^2 , которая установлена перпендикулярно оси X . Считать эффективные диаметры молекул азота и кислорода равными 0,35 нм. Ответ: $4,3 \cdot 10^{-18} \text{ кг/с}$.

10.19. Две металлические параллельные пластины площадью по 500 см^2 находятся в воздухе ($P=10^5 \text{ Па}$) на расстоянии 1 см друг от друга. Температуры пластин разные и поддерживаются постоянными так, что температура воздуха между ними изменяется по закону $t^\circ\text{C} = 40(1 - 50x)$.

Найти количество тепла, которое переносится за 5 мин от горячей пластины к холодной. Ответ: $Q=325 \text{ Дж}$.

10.20. В направлении оси X в кислороде ($P = 10^5 \text{ Па}$, $T = 295 \text{ К}$) создано неравновесное распределение концентрации n аргона, зафиксированное в некоторый момент времени графиком, приведенным на рис.10.2. Рассчитайте для этого момента времени диффузионный поток аргона чрез площадку $S=20 \text{ см}^2$, установленную перпендикулярно оси X в точке $x=5 \text{ см}$.

Эффективный диаметр молекул кислорода и аргона равен $3,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Ответ: $1,4 \cdot 10^{-17} \text{ кг/с}$.

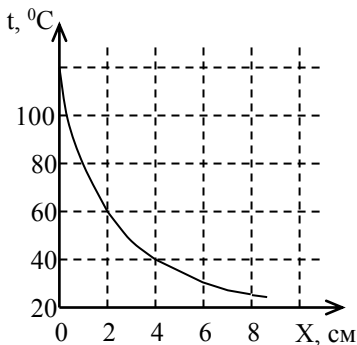


Рис.10.1

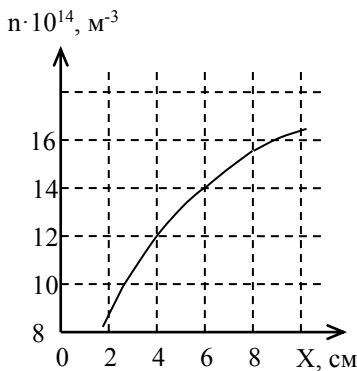


Рис.10.2

10.21. Между двумя пластинами с очень большой теплоемкостью, находящимися на расстоянии $\Delta x = 1$ мм, находится воздух при нормальных условиях. Разности температур между пластинами $\Delta T = 1$ К. Площадь каждой пластины $S = 100$ см². Диаметр молекул $d = 0,35 \cdot 10^{-9}$ м. Найти тепловой поток и количество теплоты, переданной за счет теплопроводности от одной пластины к другой за $t = 10$ мин. Ответ: $W = 0,1$ Вт, $Q = 62$ Дж.

10.22. Какое количество тепла теряет помещение за время $t = 1$ ч через окно за счет теплопроводности воздуха между рамами? Площадь каждой рамы $S = 4$ м², расстояние между ними $\Delta x = 20$ см, температура в помещении $t_1 = 18^\circ\text{C}$, температура наружного воздуха $t_2 = -20^\circ\text{C}$, давление $P = 10^5$ Па, диаметр молекул воздуха $d = 0,35 \cdot 10^{-9}$ м. Ответ: $Q = 28$ кДж.

10.23. Самолет летит со скоростью 360 км/ч. Считая, что толщина слоя воздуха, увлекаемая крылом самолета, равна $\Delta x = 2$ см, найти касательную силу трения, действующую на единицу площади крыла. Температура воздуха $\Delta t = 0^\circ\text{C}$. Диаметр молекул воздуха 0,3 нм. Ответ: 0,09 Н.

10.24. Пространство между двумя коаксиальными цилиндрами заполнено газом. Радиусы цилиндров $r = 5$ см и $R = 5,2$ см, высота внутреннего цилиндра $h = 25$ см. Внешний цилиндр вращается с частотой $\nu = 360$ об/мин. Для того, чтобы внутренний цилиндр оставался неподвижным, к нему надо приложить касательную силу $F = 1,38$ мН. Найти по этим данным коэффициент вязкости газа, находящегося между цилиндрами. Ответ: $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5}$ Н·с/м².

10.25. Определить тепловой поток через огнеупорную обмуровку теплового агрегата, если толщина обмуровки равна 400 мм, температуры поверхностей обмуровки $t_1 = 900^\circ\text{C}$ и $t_2 = 60^\circ\text{C}$, а коэффициент теплопроводности огнеупора изменяется по закону $\lambda = \lambda_0(1 + b \cdot t)$, где $\lambda_0 = 0,35$ Вт/м·К, $b = 1,5 \cdot 10^{-3}$ 1/К. Ответ: $j = 1265$ Вт/м².

10.26. Один конец стержня, заключенного в теплоизолирующую оболочку, поддерживается при температуре T_1 , а другой при температуре T_2 . Сам стержень состоит из двух частей, длины которых l_1 и l_2 , теплопроводности λ_1 и λ_2 . Найти температуру поверхности соприкосновения частей стержня. Ответ: $T = \left(\frac{\lambda_1 T_1}{\ell_1} + \frac{\lambda_2 T_2}{\ell_2} \right) : \left(\frac{\lambda_1}{\ell_1} + \frac{\lambda_2}{\ell_2} \right)$.

10.27. Стержень длиной l с теплоизолированной боковой поверхностью состоит из материала, коэффициент теплопроводности которого меняется с температурой $\lambda(T) = \frac{\alpha}{T}$, где α – постоянная. Торцы стержня

поддерживаются при температуре T_1 и T_2 . Найти тепловой поток и зависимость $T(x)$, где x – расстояние от торца стержня с температурой T_1 .

Ответ: 1) $j = \frac{\alpha}{l} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$; 2) $T(x) = T_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{x}{l}}$.

11. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

Поверхностная энергия жидкости

$$W = \sigma \cdot S,$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения; S – площадь поверхности жидкости.

Сила поверхностного натяжения

$$F = \sigma \cdot l,$$

где l – длина контура, построенного на поверхности жидкости.

Зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры (для воды и спирта)

$$\sigma = \sigma_0(1 - \alpha \cdot t),$$

где α – температурный коэффициент;

t – температура в $^{\circ}\text{C}$; σ_0 – коэффициент поверхностного натяжения при $t=0^{\circ}\text{C}$.

Давление Лапласа

$$P = \frac{2\sigma}{r},$$

где r – радиус кривизны поверхности.

Давление Лапласа в капилляре

$$P = \frac{2\sigma \cdot \cos \Theta}{R},$$

где R – радиус капилляра; Θ – краевой угол.

Справочные данные

Вещество	Коэффициент поверхностного натяжения σ при 20°C , мН/м	Коэффициент поверхностного натяжения σ_0 при 0°C , мН/м	Температурный коэффициент $\alpha \cdot 10^{-3}$, $1/^{\circ}\text{C}$	Плотность $\rho \cdot 10^3$, кг/м ³	Удельная теплота, Дж/кг
Вода	73	76	2,18	1,0	4180
Мыльная вода	40				
Ртуть	500			13,6	139
Спирт	23	24,4	3,64	0,79	
Сталь				7,8	
Свинец				11,3	

11.1. Найти поверхностную энергию: а) капли ртути диаметром 1,38 мм; б) мыльного пузыря диаметром 6 мм. Ответ: 3 мкДж, 9 мкДж.

11.2. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы увеличить вдвое объем мыльного пузыря с начальным радиусом 1 см? Ответ: 59 мкДж.

11.3. При выдувании мыльного пузыря против сил поверхностного натяжения была совершена работа, равная $6,3 \cdot 10^{-4}$ Дж. Каков диаметр полученного пузыря? Ответ: 5 см.

11.4. Какую работу против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы разделить сферическую каплю ртути радиусом 3 мм на две одинаковые капли? Ответ: 4,9 мДж.

11.5. На сколько градусов нагреется ртуть при слиянии двух одинаковых капель диаметром 1,5 мм? Ответ: $2,2 \cdot 10^{-3}$ К.

11.6. Каким должен быть диаметр мыльного пузыря, чтобы давление газа в нем было на 0,1% больше внешнего атмосферного, равного 10^5 Па? Ответ: 3,2 мм.

11.7. Найти капиллярное давление: а) в капельке ртути диаметром 1 мм; б) внутри мыльного пузыря диаметром 5 мм. Ответ: $2 \cdot 10^3$ Па, 64 Па.

11.8. Капилляр с внутренним радиусом 1 мм опущен вертикально нижним концом в жидкость. Найти коэффициент поверхностного натяжения жидкости, если известно, что в капилляр поднялась масса жидкости 46 мг. Смачивание считать полным. Ответ: 73 мН/м.

11.9. Найти разность уровней ртути в двух сообщающихся вертикальных капиллярах, диаметры которых $d_1=0,5$ мм и $d_2=1,0$ мм, если краевой угол равен 138° . Ответ: 1,1 см.

11.10. Стекланный капилляр с запаянным верхним концом длиной 11 см с внутренним диаметром 20 мкм опущен в вертикальном положении в воду. Внешнее давление воздуха нормальное. Какая длина капилляра должна быть погружена в воду, чтобы уровни воды в капилляре и вне его совпадали? Смачивание считать полным. Ответ: 1,4 см.

11.11. Вертикальный стекланный капилляр диаметром 1 мм погружен нижним концом в воду. Вся система медленно нагревается от 0 до 100°C . Найти и построить графически зависимость высоты жидкости в капилляре от температуры. Смачивание считать полным. Ответ.

11.12. Две стекланные трубки с внутренними диаметрами 1 и 0,7 мм погружены нижними концами в ртуть. На сколько отличаются уровни ртути в этих трубках? Краевой угол принять равным 150° . Решение поясните рисунком. Ответ: 0,5 см.

11.13. U-образная стеклнная трубка установлена вертикально и в нее налили некоторое количество воды. Какова разность уровней воды в коленях трубки, если внутренние радиусы их равны 0,2 и 0,5 мм? Смачивание водой поверхности стекла считать полным. Ответ: 4,4 см.

11.14. Один из двух сообщающихся внизу стеклянных вертикальных капилляров заполнен спиртом до высоты $h_1 = 50$ мм, а другой – водой. Найти уровень воды h_2 во втором капилляре. Радиусы капилляров 0,2 мм, смачивание считать полным. Ответ: 8 см.

11.15. Сообщающиеся сосуды в виде двух вертикальных стеклянных капилляров диаметром 0,5 мм заполнены до половины их высоты водой. Затем в один из капилляров поверх воды налили 2 мг спирта. Какой станет разность уровней жидкостей в капиллярах? Считать, что жидкости не перемешались, а смачивание полным. Ответ: 2,9 см.

11.16. В дне сосуда с ртутью имеется круглое отверстие диаметром 0,5 мм. При какой максимальной толщине слоя ртути в сосуде она еще не будет вытекать через отверстие? Ответ: 2,9 см.

11.17. В дне алюминиевой кастрюли есть отверстия диаметром 0,4 мм. В кастрюлю налили воды так, что толщина слоя жидкости составляет 6,8 см. До какой температуры надо нагреть кастрюлю, чтобы вода начала вытекать через отверстия? Считать, что вода не смачивает алюминиевую поверхность. Ответ: 48°C.

11.18. В дне стеклянного сосуда площадью 30 см² имеется круглое отверстие диаметром 0,4 мм. В сосуд налили ртуть. Какова масса ртути, оставшейся в сосуде? Считать, что ртуть не смачивает стекло. Ответ: 1,5 кг.

11.19. На поверхность воды положили жирную (полностью не смачиваемую водой) стальную иголку. Каков наибольший диаметр иголки, при котором она еще может держаться на поверхности воды? Ответ: 2,2 мм.

11.20. Стальную цилиндрическую проволоку длиной 32 мм с массой 800 мг с не смачиваемой поверхностью положили на поверхность воды. До какой температуры необходимо нагреть воду, чтобы проволока утонула? Ответ: 81,5°C.

11.21. На горизонтальную поверхность поместили каплю ртути массой 0,55 г и сверху на нее положили металлическую пластинку с массой 200 г. Какой будет толщина ртути между пластинкой и поверхностью? Считать, что ртуть не смачивает поверхности тел. Ответ: 0,2 мм.

11.22. Найти силу притяжения двух параллельных стеклянных пластин, отстоящих друг от друга на расстоянии 0,2 мм после того, как между ними ввели каплю воды массой 20 г. Смачивание считать полным. Ответ: 146 Н.

11.23. Один из способов измерения коэффициента поверхностного натяжения жидкости состоит в измерении вертикальной силы, которую необходимо приложить к кольцу для того, чтобы оторвать его от поверхности жидкости. В таком эксперименте для алюминиевого кольца с внутренним диаметром 5 см, внешним диаметром 5,2 см и массой 4 г получе-

но, что сила отрыва составила $6,3 \cdot 10^{-2}$ Н. Найти коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Ответ: 72 Н/м.

11.24. Для определения коэффициента поверхностного натяжения σ некоторой жидкости взвешивают капли, отрывающиеся от капилляра с внутренним диаметром 0,7 мм. В эксперименте оказалось, что 300 капель имеют массу 1,52 г. Считая, что диаметр шейки капли в момент отрыва равен внутреннему диаметру капилляра, найти σ для этой жидкости. Какую массу будет иметь такое же количество капель, если жидкость подогреть до 50°C ? Ответ: 23 мН/м, 1,32 г.

11.25. Вода по каплям вытекает из вертикальной трубки с внутренним диаметром 2 мм. Найти радиус капли в момент отрыва, считая ее сферической. Радиус шейки капли принять равным внутреннему радиусу трубки. Ответ: 2,2 мм.

11.26. Вода по каплям вытекает через короткий вертикальный капилляр. Установлено, что при охлаждении воды от 80 до 20°C радиусы образующихся капель увеличиваются на 5%. Найти по этим данным температурный коэффициент поверхностного натяжения воды. Считать, что плотность воды в указанном температурном интервале практически не меняется. Ответ: $2,17 \cdot 10^{-3}$ $1/^\circ\text{C}$.

11.27. При плавлении нижнего конца вертикально установленной свинцовой проволоки диаметром 2 мм образовалось 20 капель, и при этом проволока укоротилась на 15,6 см. Найти по этим данным коэффициент поверхностного натяжения жидкого свинца. Считать, что радиус шейки капли в момент отрыва равен диаметру проволоки. Ответ: 0,44 Н/м.

11.28. На какой глубине под водой находится пузырек воздуха, если известно, что диаметр пузырька 15 мкм, плотность воздуха в нем 2 кг/м^3 , температура 20°C , атмосферное давление 10^5 Па. Ответ: 4,8 м.

11.29. Во сколько раз плотность воздуха в пузырьке, находящемся на глубине 5 м под водой, больше плотности воздуха над поверхностью воды, если радиус пузырька 1 мм, температура 20°C , атмосферное давление 10^5 Па? Ответ: 3.

11.30. В сосуде с воздухом при давлении P_0 находится мыльный пузырек диаметром d . Давление воздуха изотермически уменьшили в n раз, в результате чего диаметр пузыря увеличился в k раз. Найти по этим данным коэффициент поверхностного натяжения мыльной воды.

Ответ: $\sigma = \frac{d \cdot P_0 (1 - k^3 / n)}{8(k^2 - 1)}$.

12. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Первое начало термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Изменение внутренней энергии газа $dU = \frac{i}{2} \nu R dT$.

Работа, совершаемая газом $A = \int P dV$.

12.1. 12 г азота находятся в закрытом сосуде объемом 2 л при температуре 10°C. После нагревания давление в сосуде стало равно 10⁴ мм рт.ст. Какое количество тепла было сообщено газу при нагревании? Ответ: 4,1·10³ Дж.

12.2. В результате изотермического расширения азота массой m=0.2 кг при температуре T=280 К объем его увеличивается в 2 раза. Определить: 1) работу A, совершенную газом при расширении; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) количество теплоты Q, полученное газом. Ответ: 1,152·10⁴ Дж; 0 Дж; 1,152·10⁴ Дж.

12.3. В закрытом сосуде находится 14 г азота при давлении 10⁵ Па и температуре 27°C. После нагревания давление в сосуде увеличилось в 5 раз. Определить: 1) до какой температуры был нагрет газ; 2) каков объем сосуда; 3) какое количество тепла сообщено газу? Ответ: 1500 К; 12,5 л; 12,5 КДж.

12.4. Объем водорода при изотермическом расширении при температуре T=300 К увеличивается в n=3 раза. Определить работу, совершенную газом, и теплоту, полученную при этом. Масса m водорода равна 200 г. Ответ: 273,8 кДж; 273,8 кДж.

12.5. В закрытом сосуде объемом 10 л находится воздух при давлении 10⁵ Па. Какое количество тепла надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде в 5 раз? Ответ: 10⁴ Дж.

12.6. При изотермическом расширении водород получил количество теплоты Q=800 Дж. Во сколько раз увеличился его объем, если расширение происходило при температуре T=300 К, а количество молей вещества ν=0,4 моль. Ответ: в 2,23 раза.

12.7. Азот находится в закрытом сосуде объемом 3 л при температуре 27°C и давлении 3 атм. После нагревания давление в сосуде повысилось до 25 атм. Определить: 1) температуру азота после нагревания; 2) количество тепла, сообщенного азоту. Ответ: 2500 К; 16,5 кДж.

12.8. Какая работа совершается при изотермическом расширении водорода массой m=5 г, взятого при температуре T=290 К, если объем газа увеличился в 3 раза. Ответ: 6619 Дж.

12.9. 10 г кислорода находятся под давлением $3 \cdot 10^5$ Па при температуре 10°C . После нагревания при постоянном давлении газ занял объем 10 л. Найти: 1) количество тепла, полученного газом; 2) энергию теплового движения молекул газа до и после нагревания. Ответ: $7,93 \cdot 10^3$ Дж; $1,84 \cdot 10^3$ Дж; $7,5 \cdot 10^3$ Дж.

12.10. Какое количество тепла надо сообщить 12 г кислорода, чтобы нагреть его на 50°C при постоянном давлении? Ответ: 545 Дж.

12.11. 2 л азота находятся под давлением 10^5 Па. Какое количество тепла надо сообщить азоту, чтобы: 1) при постоянном давлении его объем увеличился вдвое; 2) при постоянном объеме давление увеличилось вдвое? Ответ: 700 Дж, 500 Дж.

12.12. На нагревание 40 г кислорода от 16 до 40°C затрачено 628,5 Дж. При каких условиях нагревался газ? При постоянном давлении или при постоянном объеме? Ответ: при постоянном объеме.

12.13. 2 кмоль углекислого газа нагреваются при постоянном давлении на 50 град. Найти: 1) изменение его внутренней энергии; 2) работу расширения; 3) количество тепла, сообщенного газу. Ответ: 2493 кДж; 831 кДж; 3324 кДж.

12.14. Двухатомному газу сообщено 2,1 кДж тепла. При этом газ расширяется при постоянном давлении. Найти работу расширения газа. Ответ: 600 Дж.

12.15. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа в 157 Дж. Какое количество тепла было сообщено газу? Ответ: 549,5 Дж.

12.16. Газ, занимающий объем 5 л, находится под давлением $2 \cdot 10^5$ Па и температуре 17°C . Газ нагревают и он расширяется изобарически. Работа расширения оказалась равной 197 Дж. На сколько нагрели газ? Ответ: на 57 град.

12.17. Какая доля количества теплоты Q , подводимого к идеальному двухатомному газу при изобарном процессе, расходуется на увеличение ΔU внутренней энергии газа и какая доля – на работу A расширения? Ответ: $5/7$; $2/7$.

12.18. 7 г углекислого газа были нагреты на 10° в условиях свободного расширения. Найти работу расширения газа и изменение его внутренней энергии. Ответ: 13,2 Дж; 39,6 Дж.

12.19. 1 кмоль многоатомного газа нагревается на 100° в условиях свободного расширения. Найти: 1) количество теплоты, сообщенное газу; 2) изменение его внутренней энергии; 3) работу расширения. Ответ: $3,32 \cdot 10^6$ Дж; $2,49 \cdot 10^6$ Дж; $8,31 \cdot 10^5$ Дж.

12.20. В сосуде под поршнем с площадью поперечного сечения 10 см^2 находится 1 г азота при давлении 1 атм. Найти: 1) какое количе-

ство тепла надо затратить, чтобы нагреть азот на 10° ; 2) на сколько при этом поднимается поршень? Ответ: 10,4 Дж; 3 см.

12.21. Азот массой 14 г сжимают изотермически при температуре 300 К от давления 100 кПа до давления 500 кПа. Определить: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сжатия; 3) количество выделившейся теплоты. Ответ: 1) 0; 2) -2,01 кДж; 3) 2,01 кДж.

12.22. Азот массой 50 г находится при температуре 280 К. В результате изохорного охлаждения его давление уменьшилось в 2 раза, а затем в результате изобарного расширения температура газа в конечном состоянии стала равной первоначальной. Определить работу, совершенную газом и изменение его внутренней энергии. Ответ: 2,08 кДж; 0.

12.23. При адиабатном расширении кислорода в количестве 2 моль, находящегося при нормальных условиях, его объем увеличился в 3 раза. Определить изменение внутренней энергии и работу расширения этого газа. Ответ: -4,03 кДж; 4,03 кДж.

12.24. Азот массой 280 г расширяется в результате изобарного процесса при давлении 1 МПа. Определить: 1) работу расширения газа; 2) конечный объем газа, если на расширение затрачена теплота 5 кДж, а начальная температура азота 290 К. Ответ: 1,43 кДж; 0,026 м³.

12.25. Какую работу совершает 1 моль идеального одноатомного газа в процессе 1-2 (рис.12.1), если температура увеличилась от T_1 до T_2 ? Ответ: $A=R(T_2-T_1)$.

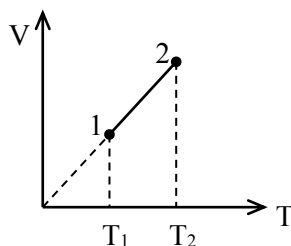


Рис.12.1

12.26. Идеальный газ, занимающий объем 2 л и находящийся под давлением 3 МПа при температуре 27°C , нагрели при постоянном объеме, а затем расширили изобарически. Совершенная при этом работа оказалась равной 200 Дж. Изобразить процесс на диаграмме PV. На сколько нагрели газ в изобарическом процессе? Ответ: 10°C .

12.27. Некоторое количество одноатомного идеального газа совершает одну и ту же работу в изобарном и изотермическом процессах. Определить отношение количеств теплоты, полученных газом в этих процессах. Ответ: 2,5.

12.28. Кислород, находящийся при давлении 0,5 МПа и температуре 350 К, подвергли сначала изотермическому расширению от объема 1 л до объема 2 л, а затем изобарному расширению, в результате которого объем газа увеличился до 3 л. Определить: 1) работу, совершенную газом; 2) изменение его внутренней энергии; 3) количество подведенной теплоты. Ответ: 596,6 Дж; 625 Дж; 1,2 кДж.

13. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Изменение энтропии(формула Клаузиуса)

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Удельная теплоемкость воды $C=4180$ Дж/кг·К.

Удельная теплоемкость льда $C=2090$ Дж/кг·К.

Удельная теплота плавления льда $\lambda=3,3 \cdot 10^5$ Дж/К.

Удельная теплота парообразования для воды $r=2,25 \cdot 10^6$ Дж/К.

13.1. Смешали воду массой $m_1=5$ кг при температуре $T_1=280$ К с водой массой $m_2=8$ кг при температуре $T_2=350$ К. Найти: 1) температуру θ смеси; 2) изменение ΔS энтропии, происходящее при смешивании. Ответ: 323 К; 0,3 кДж/К.

13.2. В результате изохорного нагревания водорода массой $m = 1$ г давление p увеличилось в два раза. Определить изменение ΔS энтропии газа. Ответ: 7,2 Дж/К.

13.3. Найти изменение ΔS энтропии при изобарном расширении азота массой $m=4$ г от объема $V_1=5$ л до объема $V_2=9$ л. Ответ: 2,43 Дж/К.

13.4. Кусок льда массой $m=200$ г, взятый при температуре $t_1=-10^\circ\text{C}$, был нагрет до температуры $t_2=0^\circ\text{C}$ и расплавлен, после чего образовавшаяся вода была нагрета до температуры $t_3=10^\circ\text{C}$. Определить изменение ΔS энтропии в ходе указанных процессов. Ответ: 287 Дж/К.

13.5. Лед массой $m_1=2$ кг при температуре $t_1=0^\circ\text{C}$ был превращен в воду той же температуры с помощью пара, имеющего температуру $t_2=100^\circ\text{C}$. Определить массу m_2 израсходованного пара. Каково изменение ΔS энтропии системы лед-пар? Ответ: 251 г; 610 Дж/кг.

13.6. Кислород массой $m=2$ кг увеличил свой объем в $n=5$ раз один раз изотермически, другой адиабатно. Найти изменение энтропии в каждом из указанных процессов. Ответ: 836 Дж/К; 0.

13.7. Водород массой $m=100$ г был изобарно нагрет так, что объем его увеличился в $n=3$ раза, затем водород был изохорно охлажден так, что давление его уменьшилось в $n=3$ раза. Найти изменение ΔS энтропии в ходе указанных процессов. Ответ: 457 Дж/К.

13.8. Найти изменение энтропии при превращении 10 г льда при -20°C в пар при 100°C . Ответ: 88 Дж/К.

13.9. Найти прирост энтропии при превращении 1 г воды при 0°C в пар при 100°C . Ответ: 7,4 Дж/град.

13.10. Найти изменение энтропии при плавлении 1 кг льда, находящегося при 0°C . Ответ: 1210 Дж/К.

13.11. Найти изменение энтропии при переходе 8 г кислорода от объема в 10 л при температуре 80°C к объему в 40 л при температуре 300°C. Ответ: 5,4 Дж/К.

13.12. Найти изменение энтропии при переходе 6 г водорода от объема в 20 л под давлением $1,5 \cdot 10^5$ Па к объему в 60 л под давлением в $1 \cdot 10^5$ Па. Ответ: 71,0 Дж/К.

13.13. 6,6 г водорода расширяются изобарически до удвоения объема. Найти изменение энтропии при этом расширении. Ответ: 66,3 Дж/град.

13.14. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении 8 г гелия от объема $V_1 = 10$ л до объема $V_2 = 25$ л. Ответ: 38,1 Дж/К.

13.15. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении 6 г водорода от давления 10^5 до давления $0,5 \cdot 10^5$ Н/м². Ответ: 17,3 Дж/К.

13.16. 10,5 г азота изотермически расширяются от объема $V_1 = 2$ л до объема $V_2 = 5$ л. Найти прирост энтропии при этом процессе. Ответ: 2,9 Дж/К.

13.17. 10 г кислорода нагреваются от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 150^\circ\text{C}$. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически и 2) изобарически. Ответ: 1,76 Дж/К; 2,46 Дж/К.

13.18. При нагревании 1 кмоль двухатомного газа его абсолютная температура увеличивается в 1,5 раза. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически, 2) изобарически. Ответ: $8,5 \cdot 10^3$ Дж/град; $11,8 \cdot 10^3$ Дж/К.

13.19. В результате нагревания 22 г азота его абсолютная температура возросла в 1,2 раза, а энтропия увеличилась на 4,17 Дж/К. При каких условиях производилось нагревание: при постоянном объеме или при постоянном давлении? Ответ: при постоянном давлении.

13.20. Найти приращение энтропии одного моля углекислого газа при увеличении его абсолютной температуры в $n = 2,0$ раза, если процесс нагревания: а) изохорический; б) изобарический. Газ считать идеальным. Ответ: 19 Дж/(К·моль); 25 Дж/(К·моль).

13.21. Во сколько раз следует увеличить изотермически объем $V = 4,0$ моля идеального газа, чтобы его энтропия испытала приращение $\Delta S = 23$ Дж/К? Ответ: 2,0.

13.22. Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равна первоначальной. Найти приращение энтропии газа, если его давление в данном процессе изменилось в $n = 3,3$ раза. Ответ: 20 Дж/К.

13.23. Гелий массой $m = 1,7$ г адиабатически расширили в $n = 3,0$ раза и затем изобарически сжали до первоначального объема. Найти приращение газа в этом процессе. Ответ: -10 Дж/К.

13.24. Процесс расширения $\nu = 2$ моля аргона происходит так, что давление газа увеличивается прямо пропорционально его объему. Найти

приращение энтропии газа при увеличении его объема в $\eta=2$ раза.
 Ответ: 46 Дж/К.

13.25. Один кубический метр воздуха, находящегося при температуре $t=17^\circ\text{C}$ и давлении $P=2$ атм, изотермически расширяется от объема V_1 до объема $V_2=2V_1$. Найти изменение энтропии в этом процессе. Ответ: 500 Дж/К.

14. РАСЧЕТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Принцип суперпозиции электрических полей:

$$\vec{E}_{\text{рез}} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad \text{или} \quad \vec{E}_{\text{рез}} = \int d\vec{E}; \quad \varphi_{\text{рез}} = \sum_{i=1}^n \varphi_i \quad \text{или} \quad \varphi_{\text{рез}} = \int d\varphi.$$

Напряженность и потенциал электрического поля точечного заряда, поля вне шара или сферы:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k \cdot \frac{q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = k \cdot \frac{q}{r},$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $k=9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл².

Напряженность электрического поля вблизи большой равномерно заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Связь напряженности и разности потенциалов $E = -\frac{d\varphi}{dr}.$

14.1. Электрическое поле создано двумя зарядами $q_1=10$ нКл и $q_2=-20$ нКл, находящимися на расстоянии $d=20$ см друг от друга. Определить напряженность поля в точке А, удаленной от первого заряда на расстояние $r_1=30$ см и от второго на $r_2=50$ см. Рассчитать работу, которую необходимо совершить, чтобы перенести точечный заряд $q_0=5 \cdot 10^{-4}$ Кл из точки, находящийся посередине между зарядами, в точку А.
 Ответ: 280 В/м, 0,42 Дж.

14.2. Точечные заряды $q_1=10$ нКл и $q_2=-20$ нКл находятся в воздухе на расстоянии 10 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке А, удаленной на расстояние 6 см от первого и на 8 см от второго. Как изменится потенциальная энергия взаимодействия зарядов, если переместить второй заряд в эту точку? Какую для этого нужно совершить работу? Ответ: 37,6 кВ/м; 12 мкДж.

14.3. Расстояние между двумя положительными зарядами $q_1=9q$ и $q_2=q$ равно 8 см. На каком расстоянии от первого заряда находится точка А, в которой напряженность поля равна нулю? Какую скорость полу-

чит протон, если его вытолкнуть из точки А? Принять $q=10^{-8}$ Кл.
Ответ: 6 см; 1,9 Мм/с.

14.4. Два заряда $q_1=3q$ и $q_2=-q$ (где $q=10^{-9}$ Кл) находятся на расстоянии 12 см друг от друга. На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряженность поля равна нулю? Рассчитать потенциал поля в этой точке. Ответ: 28,4 см; 40,2 В.

14.5. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся равные по величине заряды: $+q$, $+q$, $-q$. Найдите напряженность и потенциал поля в центре треугольника. Какая работа будет совершена при перемещении точечного заряда $+q_0$ из центра в середину одной из сторон треугольника, между положительными зарядами?

Ответ: $E = \frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a^2}$; $\varphi = -\frac{\sqrt{3}q}{4\pi\epsilon_0 a}$; $A = \frac{1,9q_0 q}{4\pi\epsilon_0 a}$.

14.6. В трех вершинах квадрата со стороной $a=40$ см находятся одинаковые положительные заряды по 6,4 нКл каждый. Найти напряженность и потенциал электрического поля в четвертой вершине. Рассчитать разность потенциалов между центром квадрата и четвертой вершиной.
Ответ: 690 В/м; 390 В; 222 В.

14.7. Два точечных заряда $q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a=10$ см. Где нужно поместить отрицательный точечный заряд $q_3 = -2,6 \cdot 10^{-8}$ Кл, чтобы напряженность электрического поля в третьей вершине стала равной нулю? Каким при этом будет потенциал поля в этой вершине? Ответ: $\frac{\sqrt{3}a}{2}$; 900 кВ.

14.8. Поле создано одинаковыми положительными зарядами, расположенными в трех вершинах квадрата со стороной $a=10$ см, по 4,8 нКл каждый. Найти напряженность электрического поля в четвертой вершине. Какую максимальную скорость будет иметь α -частица, если ее поместить первоначально в центр квадрата? Ответ: 8,3 кВ/м; 0,42 Мм/с.

14.9. Отрицательные точечные заряды по -16 нКл расположены в трех вершинных квадрата со стороной 0,2 м. Рассчитать напряженность электрического поля в центре квадрата. Найти работу перемещения электрона из центра квадрата в четвертую вершину. Ответ: 7,2 кВ/м; $1,8 \cdot 10^{-16}$ Дж.

14.10. Электрическое поле создано заряженным шаром с радиусом $R=2$ см с зарядом $q_1=2,5$ нКл и точечным зарядом $q_2 = 0,9$ нКл, находящимся на расстоянии $3R$ от поверхности шара. Найти положение точки А, в которой напряженность поля равна нулю. Какая работа будет совершена при перемещении заряда $q_0 = 5 \cdot 10^{-12}$ Кл от поверхности шара до точки А? Ответ: 3 см от поверхности шара; 2,7 нДж.

14.11. Две полые сферы радиуса $r = 10$ см (рис.14.1) равномерно заряжены зарядами $q_1 = q_2 = 32$ нКл и находятся друг от друга на расстоянии $O_1O_2 = 4r$ ($O_1C = O_2C$). Найти напряженность E электрического поля в точке А, удаленной от сфер на одинаковое расстояние $O_1A = O_2A$ так, что $AC = 2r$. Рассчитать работу поля по перемещению заряда $q_3 = -1,19$ нКл из точки А в точку С. Ответ: 5090 В/м; 1 мкДж.

14.12. Тонкостенные сферы с равномерно распределенными по поверхности зарядами $q_1 = q_2 = 64$ нКл и с радиусами по $r = 13,4$ см расположены так, что расстояние между их центрами $O_1O_2 = 4r$ (см. рис.14.1). Найти: 1) напряженность электрического поля в центре каждой сферы; 2) потенциал поля в середине между сферами (в точке С); 3) работу перемещения α -частицы из точки С до ближайшей точки поверхности сферы. Ответ: 2 кВ/м; 4,3 кВ; $4,6 \cdot 10^{-16}$ Дж.

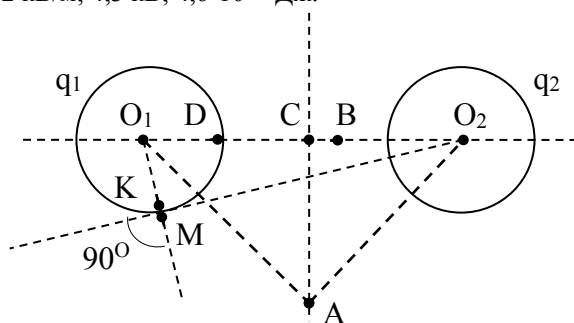


Рис. 14.1

14.13. Чему равен потенциал электрического поля, созданного двумя равномерно заряженными сферами (радиусы $r = 0,12$ м, заряды по $32 \cdot 10^{-10}$ Кл) в точке В (см. рис.14.1), если $O_1O_2 = 4r$, $O_2B = 1,5r$. Найти напряженность поля в этой же точке. Ответ: 260 В; 570 В/м.

14.14. Две тонкие сферические поверхности с равномерно распределенными зарядами по 3,2 нКл с радиусами $r = 12$ см расположены друг относительно друга так, что расстояние между их центрами равно 48 см (см рис.14.1). Найти напряженность и потенциал электрического поля в точках К и М, которые лежат в непосредственной близости от поверхности, но точка К – внутри, а точка М – вне сферы. Ответ: 133 В/м; 2 кВ/м; 300В.

14.15 На рис. 14.1 показаны две тонкостенные сферы, имеющие радиусы 0,2 м и заряды $16 \cdot 10^{-6}$ Кл, равномерно распределенные по поверхности. Расстояние между центрами сфер 80 см. Точка С лежит в середине между сферами, точка D внутри сферы в непосредственной бли-

зости от стенки. Найти разность потенциалов электрического поля между точками С и D и напряженность в точке D. Ответ: 240 кВ; 400 кВ/м.

14.16. Два равномерно заряженных шара с зарядами $q_1 = -46 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = 46 \cdot 10^{-9}$ Кл и радиусами 5 см находятся в вакууме так, что расстояние между их центрами $O_1O_2 = 20$ см (см. рис. 14.1). Найти напряженность электрического поля в точке В, которая расположена так, что $BO_2 = 7,5$ см. С какой скоростью упадет протон на поверхность первого шара, если его поместить предварительно в точку В? Ответ: 10^5 В/м; 1,2 Мм/с.

14.17. Сферы, изображенные на рис 14.1, имеют радиусы по 0,05 м и заряды $q_1 = -46$ мкКл и $q_2 = 46$ мкКл, которые равномерно распределены по их поверхностям. Расстояние между центрами сфер 20 см. Рассчитать напряженность и потенциал электрического поля в точке D, которая находится внутри отрицательно заряженной сферы в непосредственной близости от ее стенки. Ответ: 18,4 МВ/м; -11 МВ.

14.18. Сферическая поверхность радиусом $R = 0,1$ м несет равномерно распределенный по ней заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м². Вне сферы на расстоянии R от ее поверхности находится точечный заряд $q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл (рис. 14.2). Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре сферы. Ответ: 9 кВ/м; 4 кВ.

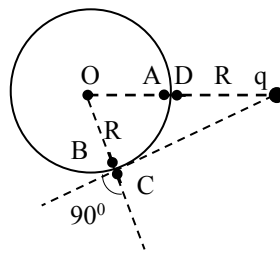


Рис. 14.2

14.19. В соответствии с условием задачи 1.18, найти напряженность и потенциал электрического поля в точке А, находящейся внутри сферы в непосредственной близости от ее стенки. Ответ: 36 кВ/м; 5,9 кВ.

14.20. На рис. 14.2 изображена отрицательно заряженная тонкостенная сфера радиусом $R = 20$ см, имеющая равномерно распределенный заряд с поверхностной плотностью $\sigma = -0,2$ мкКл/м², и точечный заряд $q = 100$ нКл, находящийся на расстоянии R от поверхности сферы. Рассчитать напряженность и потенциал электрического поля в точках В и С, находящиеся в непосредственной близости от стенки сферы соответственно внутри и вне сферы, как показано на рис. 14.2. Ответ: 7,5 кВ/м; 1,9 кВ; 24,9 кВ/м.

14.21. Сферическая тонкая оболочка с радиусом $R = 5$ см имеет равномерно распределенный по поверхности положительный заряд с плотностью $\sigma = 8$ мкКл/м². На расстоянии R от ее поверхности находится точечный заряд q. Каковы величина и знак этого заряда, если известно, что потенциал электрического поля в центре сферы равен 0? Какова напряженность поля в точке D, находящейся в непосредственной близости от сферы, как показано на рис. 14.2? Ответ: -0,5 мкКл; 2,7 МВ/м.

14.22. Две сферы с радиусами $R_1 = r$ и $R_2 = r/2$ заряжены с одинаковой постоянной по поверхности плотностью заряда σ . Причем первая сфера имеет положительный, а вторая отрицательный заряд. Сферы расположены так, что их поверхности почти соприкасаются. Найти: 1) напряженность и потенциал электрического поля в центре первой сферы; 2) положение точки, в которой напряженность равна 0. Ответ: $-\frac{\sigma}{9\epsilon_0}, \frac{5\sigma \cdot r}{6\epsilon_0}$; $3r$ от центра первой сферы.

14.23. Отрицательно заряженная сфера радиусом $R=2$ см с равномерно распределенным зарядом плотностью $\sigma_1 = -3,54$ мкКл/м² находится вблизи положительно заряженной большой плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma_2 = 885$ нКл/м², как показано на рис. 14.3. Потенциал плоскости $\varphi = 10^4$ В. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре сферы. Ответ: 50 кВ/м; 0 В.

14.24. В соответствии с условием задачи 14.23 найти напряженность и потенциал электрического поля в точке А, лежащей так, как показано на рис. 14.3. Ответ: 112 кВ/м; 4 кВ.

14.25. В соответствии с условием задачи 14.23 найти напряженность и потенциал электрического поля в точках В и С, находящихся, как показано на рис. 14.3, соответственно внутри и вне сферы в непосредственной близости от стенки сферы. Ответ: 50 кВ/м; 0; 403 кВ/м; 0.

14.26. Тонкая круглая пластина несет равномерно распределенный по ее плоскости заряд 1 нКл. Радиус пластины равен 5 см. Определить потенциал φ электрического поля в центре пластины. Ответ: 360 В.

14.27. Плоское тонкое кольцо с внешним радиусом 10 см и внутренним 4 см имеет электрический заряд, который равномерно распределен по его поверхности с плотностью $3 \cdot 10^{-9}$ Кл/м². Каков потенциал в центре кольца? Ответ: 10,2 В.

14.28. Электрический заряд равномерно распределен по круглой тонкой пластине радиуса 3 см. Потенциал электростатического поля в центре пластины $\varphi = 150$ В. Рассчитать поверхностную плотность заряда σ на этой пластине. Ответ: 88,5 нКл/м².

14.29. Плоский диск с радиусом $R_1 = 8$ см электрически заряжен так, что заряд равномерно распределен по его поверхности. При этом потенциал в центре диска равен 600 В. Какую внутреннюю часть этого диска с радиусом R_2 надо удалить, чтобы потенциал в центре уменьшился до 150 В? Ответ: 6 см.

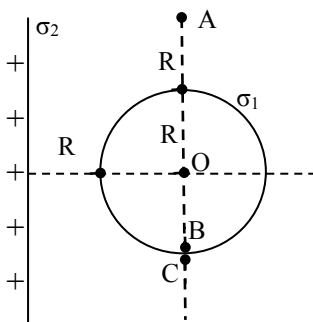


Рис. 14.3

14.30. Радиус тонкой круглой пластины равен 10 см. По плоскости пластины равномерно распределен заряд $Q = 9$ нКл. Определить потенциал электрического поля в точке, лежащей на оси симметрии, перпендикулярной плоскости пластины, и отстоящей от центра пластины на расстоянии $a = 5$ см. Ответ: 1 кВ.

14.31. Поверхностная плотность заряда тонкой круглой пластины $\sigma = 35,4$ нКл/м². Потенциал электрического поля в точке А, удаленной от центра на 30 см и лежащей на оси, перпендикулярной плоскости пластины, равен $\varphi = 400$ В. Рассчитать радиус пластины. Ответ: 0,4 м.

14.32. Потенциал электрического поля в центре тонкой равномерно заряженной круглой пластины с радиусом 8 см равен 200 В. Каков потенциал поля на оси пластины в 6 см от ее центра? Ответ: 100 В.

14.33. Плоское тонкое кольцо с внешним и внутренним радиусами, равными соответственно 4 и 3 см, имеет электрический заряд, равный $Q = 5,14 \cdot 10^{-10}$ Кл, который равномерно распределен по его поверхности. Какой точечный заряд q надо поместить в центр кольца, чтобы на оси его в точке, находящейся в 3 см от центра, потенциал поля стал равен нулю? Ответ: $3,3 \cdot 10^{-10}$ Кл.

14.34. Тонкий диск имеет электрический заряд Q равномерно распределенный по его поверхности с плотностью σ . Определить потенциал электрического поля в точке, лежащей на оси диска и удаленной от центра на расстояние b . Исследовать случай, когда b много больше радиуса диска. Ответ: $\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(\sqrt{b^2 + \frac{Q}{\pi\sigma}} - b \right)$, поле точечного заряда.

14.35. Сплошной шар радиусом $R = 10$ см равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho = 1,77$ мкКл/м³. Определить потенциал электрического поля в центре шара. Ответ: 1 кВ.

14.36. Полый, толстостенный шар имеет внутренний радиус 4 см и наружный радиус 7 см. Определить потенциал φ внутренней поверхности шара, заряд которого равномерно распределен по объему с плотностью $\rho = 1,5$ мкКл/м³. Ответ: 280 В.

14.37. Толстостенный полый шар с внутренним радиусом $R_1 = 2$ см и наружным $R_2 = 5$ см имеет равномерно распределенный по его объему электрический заряд. Каков заряд шара, если известно, что потенциал электрического поля в его центре равен 40 В? Ответ: 0,165 нКл.

14.38. Тонкое полукольцо радиусом $R = 20$ см заряжено равномерно зарядом $q = 0,7$ нКл. Найти модуль вектора напряженности электростатического поля E и потенциал φ в центре кривизны полукольца. Ответ: 100 В/м; 31,5 В.

14.39. Тонкая нить согнута в полуокружность и заряжена так, что электрический заряд равномерно распределен по ее длине. Каков радиус

этой полуокружности, если известно, что в центре ее кривизны напряженность поля 10 кВ/м , а потенциал 630 В . Ответ: 4 см .

14.40. Найти напряженность электростатического поля в центре кривизны тонкого полукольца радиуса $R=8 \text{ см}$ и линейную плотность заряда τ на кольце, если известно, что заряд по нему распределен равномерно, а потенциал поля в центре кривизны $\varphi = 31,4 \text{ В}$. Ответ: 250 В/м ; $1,1 \text{ нКл/м}$.

14.41. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиусом R , равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau=12 \text{ нКл/м}$. Определить напряженность E и потенциал φ поля в точке O , совпадающей с центром кривизны дуги. Длина нити составляет $1/3$ длины окружности и равна $\ell=24 \text{ см}$. Ответ: $1,63 \text{ кВ/м}$; 226 В .

14.42. Электрический заряд $0,3 \text{ мКл}$ равномерно распределен по тонкой нити длиной 30 см , которая представляет собой дугу в $2/3$ от длины окружности. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны этой нити. Ответ: $2,2 \cdot 10^5 \text{ В/м}$; $37,7 \text{ кВ}$.

1.43. Электрический заряд с линейной плотностью $\tau=10 \text{ нКл/м}$ равномерно распределен по тонкой нити, изогнутой в кольцо радиусом R . После удаления $1/4$ части кольца напряженность поля в центре кривизны стала составлять $E=4,24 \text{ кВ/м}$. Рассчитайте радиус кольца R . Найдите потенциал поля φ в его центре. Ответ: 3 см ; 424 В .

14.44. Заряд $q=10^{-10} \text{ Кл}$ равномерно распределен по тонкой нити в форме дуги окружности, длина которой равна 5 см и составляет четверть от длины окружности. Вычислить напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны нити. Ответ: 800 В/м ; $28,2 \text{ В}$.

14.45. В центре кривизны равномерно заряженной тонкой нити, которая имеет форму четверти окружности, напряженность электрического поля 9 кВ/м , а потенциал 1000 В . Найти длину этой нити. Ответ: $15,7 \text{ см}$.

14.46. Тонкая нить имеет форму полуокружности с радиусом $0,2 \text{ м}$. Половина этой нити имеет заряд $q_1=0,7 \text{ нКл}$, другая половина $q_2=-0,7 \text{ нКл}$. Вычислить напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны полуокружности. Ответ: 200 В/м ; 0 В .

14.47. Тонкая нить образует окружность радиусом 10 см . Половина ее имеет положительный заряд $3,49 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$, а противоположная половина такой же отрицательный заряд. Каковы напряженность и потенциал электрического поля в центре окружности? Ответ: 400 В/м ; 0 В .

14.48. По тонкому кольцу радиусом $R=10 \text{ см}$ распределен электрический заряд с линейной плотностью $\tau=5 \text{ нКл/м}$. Найти напряженность E и потенциал φ в точке A , расположенной на оси кольца и удаленной от центра кольца на расстояние 10 см . Ответ: 1 кВ/м ; 200 В .

14.49. В центре тонкого заряженного кольца, радиус которого $R=3$ см, потенциал поля $\varphi=15$ В. Найти напряженность поля, созданного заряженным кольцом в точке, лежащей на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние $L=4$ см. Ответ: 144 В/м.

14.50. В точке, находящейся на расстоянии ℓ от центра тонкого равномерно заряженного кольца на его оси, потенциал электрического поля равен 120 В, а напряженность равна 600 В/м. Найти радиус R этого кольца, если $\ell=R$. Ответ: 0,1 м.

15. ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОРЫ

15.1. Плоские воздушные конденсаторы с емкостями $C_1=2$ мкФ, $C_2=5$ мкФ, $C_3=10$ мкФ соединены, как показано на рис. 15.1 и находятся под напряжением $U=800$ В.

а) Каковы энергия и заряд такой батареи конденсаторов?

б) Не отключая батареи от источника напряжения, в первый конденсатор вдвинули пластинку стекла с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=7$ так, что она заняла весь объем конденсатора. Определить, на сколько в результате изменилась энергия батареи конденсаторов. Ответ: 1,31 Дж, 3,3 мКл, 0,8 Дж.

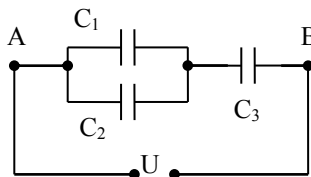


Рис. 15.1

15.2. Решить задачу 15.1 при условии, что емкости конденсаторов в цепи, изображенной на рис.15.1, равны $C_1=1$ мкФ, $C_2=3$ мкФ, $C_3=4$ мкФ, а стеклянная пластина вдвигается в первый конденсатор на половину его объема. Ответ: 0,64 Дж; 1,6 мКл; 0,17 Дж.

15.3. Три плоских воздушных конденсатора с емкостями соответственно 3, 1, и 6 мкФ присоединены к источнику постоянного тока с напряжением 220 В, как показано на рис. 15.2. а) Найти общую емкость и заряд третьего конденсатора. б) Как изменится энергия батареи конденсаторов, если не отключая ее от источника, в первый конденсатор поместили стеклянную пластину (диэлектрическая проницаемость равна 7) толщиной, равной половине расстояния между пластинами первого конденсатора так, что она прижалась к одной из пластин конденсатора. Ответ: 2,4 мкФ; 528 мКл; 16 мДж.

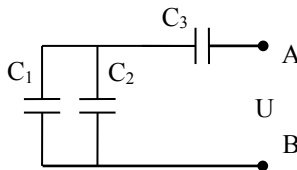


Рис. 15.2

15.4. На рис. 15.3 показана батарея конденсаторов с емкостями $C_1=4$ мкФ, $C_2=2$ мкФ, $C_3=1$ мкФ, которую зарядили от источника тока с напряжением 400 В, присоединив его к точкам А и В. а) Какова энергия этой батареи? б) На сколько изменятся общая емкость и энергия батареи, если после отключения источника пространство между пластинами второго конденсатора заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=2,7$?
 Ответ: 187 мДж, 0,97 мкФ, 55 мДж.

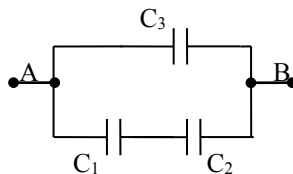


Рис. 15.3

15.5. Батарея конденсаторов с вертикально расположенными пластинами и с емкостями соответственно 5, 8 и 1 мкФ, изображенная на рис. 15.3, была заряжена от источника с напряжением 250 В, который подключался к точкам А и В. а) Какую энергию получила батарея? б) Каким станет напряжение на батарее, если после отключения ее от источника второй конденсатор вертикально на половину погрузить в трансформаторное масло с диэлектрической проницаемостью 2? Ответ: 127,5 мДж, 227 В.

15.6. Плоские воздушные конденсаторы с емкостями $C_1=5$ мкФ, $C_2=6$ мкФ, $C_3=2$ мкФ соединены, как показано на рис. 15.3. Напряжение между точками А и В 200 В. а) Каковы общая емкость и энергия этой батареи? б) На сколько изменится емкость этой батареи, если внутреннюю поверхность второго конденсатора покрыть слоем диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=2,7$ и толщиной, равной $1/3$ расстояния между пластинами конденсатора? Ответ: 4,7 мкФ, 94,5 мДж, 0,3 мкФ.

15.7. Плоский воздушный конденсатор с емкостью $C_1=2 \cdot 10^{-6}$ Ф и конденсатор с фарфоровым диэлектриком ($\epsilon=6$) между пластинами с емкостью $C_2=8 \cdot 10^{-6}$ Ф соединены параллельно и подключены к источнику тока с напряжением 100 В. а) Какой заряд и энергию получили конденсаторы? б) Не отключая источника, из второго конденсатора вынимают пластину диэлектрика. Найти изменение емкости батареи конденсатора в результате этой операции. Ответ: 10^{-3} Кл, 50 мДж, 6,7 мкФ.

15.8. Два конденсатора с емкостями соответственно 8 и 4 мкФ соединены последовательно и подключены к источнику постоянного тока с напряжением 150 В. а) Найти напряжения на каждом конденсаторе. б) Из второго конденсатора извлекается диэлектрик, который находился между пластинами (его диэлектрическая проницаемость равна 6). При этом источник тока от конденсаторов не отключался. Определить изменение заряда второго конденсатора в результате извлечения диэлектрика. Ответ: 50 и 100 В, 307 мкКл.

15.9. Три плоских воздушных конденсатора с емкостями $C_1=1,5$ мкФ, $C_2=7$ мкФ, $C_3=2$ мкФ соединены последовательно и присо-

единены к источнику тока. При этом заряд второго конденсатора равен $14 \cdot 10^{-4}$ Кл. а) Найти энергию этой батареи. б) Не отключая источника тока от батареи конденсаторов, раздвигают пластины третьего конденсатора, увеличивая расстояние между ними в 2 раза. Найти изменение емкости и заряда батареи. Ответ: 490 мДж, 0,21 мкФ, 0,4 мКл.

15.10. Конденсаторы с емкостями $2,5 \cdot 10^{-6}$ Ф, $4 \cdot 10^{-6}$ Ф и $9 \cdot 10^{-6}$ Ф соединили последовательно и присоединили к источнику постоянного тока. При этом оказалось, что напряжение на первом конденсаторе стало равным 100 В. а) Какова энергия всей батареи конденсаторов? б) На сколько изменилась энергия батареи после того, как расстояние между пластинами второго конденсатора увеличили в 1,5 раза? Ответ: 24 мДж, 3,2 мДж.

15.11. Решить предыдущую задачу при условии, что раздвижение пластин второго конденсатора осуществлялось после отключения источника тока. Ответ: 24 мДж, 3,7 мДж.

15.12. Три плоских воздушных конденсатора $C_1=8,5$ мкФ, $C_2=4,2$ мкФ, $C_3=1$ мкФ соединены параллельно и присоединены к источнику тока. В такой цепи заряд первого конденсатора равен $8,5 \cdot 10^{-4}$ Кл. а) Чему равен заряд всей батареи? б) Не отключая источника тока от этой батареи конденсаторов, расстояние между пластинами второго конденсатора уменьшили в 1,5 раза. На сколько в результате этого изменились емкость и заряд батареи? Ответ: $13,7 \cdot 10^{-4}$ Кл, 2,1 мкФ, 0,21 мКл.

15.13. Решить задачу 15.12 при условии, что расстояние между пластинами второго конденсатора уменьшают после отключения источника тока. Ответ: 1,37 мКл, 2,1 мкФ, 0.

15.14. В схеме на рис. 15.1 $C_1=2$ пФ, $C_2=10$ пФ, $C_3=6$ пФ, $U=120$ В. а) Какова общая энергия этих конденсаторов? б) Источник тока U отключили от заряженной батареи и к точкам А и В присоединили незаряженный конденсатор с емкостью $C_4=6$ пФ. Найти, каким будет заряд четвертого конденсатора и изменение энергии всей батареи конденсаторов в результате присоединения C_4 . Ответ: 28,8 нДж, 288 пКл; 17,3 нДж.

15.15. Напряжение на заряженном конденсаторе $C_1=4$ мкФ равно $U_1=50$ В, а на другом конденсаторе $C_2=6$ мкФ равно $U_2=20$ В. Одноименно заряженные пластины этих конденсаторов соединили проводами. Каким в результате этого стало напряжение на конденсаторах, и на сколько изменилась их суммарная энергия. Ответ: 32 В; 1,1 мДж.

15.16. Конденсатор с емкостью 4 мкФ зарядили от источника тока с напряжением 36 В и присоединили в точках А и В с батареей незаряженных конденсаторов, изображенной на рис. 15.2. Причем $C_1=3$ мкФ, $C_2=5$ мкФ, $C_3=24$ мкФ. Найти заряд, который после этого будет иметь конденсатор C_3 , и изменение общей энергии всех четырех конденсаторов. Ответ: 86,4 мКл; 1,56 мДж.

15.17. Батарея образована двумя незаряженными конденсаторами с емкостями $C_1=2$ пФ и $C_2=3$ пФ, соединенных последовательно. К ней присоединяют конденсатор $C_3=0,8$ пФ, который предварительно был заряжен до напряжения 200 В. Какой заряд стечет с последнего конденсатора на батарею? Изменится ли при этом полная энергия всех конденсаторов? Ответ: 96 пКл; 9,6 нДж.

15.18. Из трех незаряженных конденсаторов с емкостями $C_1=3$ мкФ, $C_2=6$ мкФ, $C_3=3$ мкФ собрана батарея, схема которой показана на рис. 15.3. Каким должно быть начальное напряжение на четвертом конденсаторе с $C_4=15$ мкФ, чтобы после его присоединения к батарее напряжение между точками А и В стало равным 150 В? Проверить, выполняется ли закон сохранения энергии при перераспределении начального заряда конденсатора C_4 между всеми четырьмя конденсаторами. Ответ: 200 В; 0,075 Дж.

15.19. На рис. 15.2 соединенные в батарею конденсаторы имеют емкости $C_1=7$ мкФ, $C_2=8$ мкФ, $C_3=7,5$ мкФ. Батарея подключена точками А и В к источнику тока с напряжением 60 В. а) Каков общий заряд этой батареи? б) Затем источник отключили, а к точкам А и В присоединили незаряженный конденсатор с емкостью $C_4=15$ мкФ. Найти, какой заряд перетечет на четвертый конденсатор и на сколько изменится общая энергия всех конденсаторов в результате присоединения C_4 . Ответ: 300 мкКл, 225 мкКл, $6,75 \cdot 10^{-3}$ Дж.

15.20. Конденсатор емкостью $C_1=0,2$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1=320$ В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов $U_2=450$ В, напряжение на нем изменилось до $U=400$ В. Вычислить емкость второго конденсатора и изменение его энергии в результате присоединения к первому. Ответ: 0,32 мкФ; 6,8 мДж.

15.21. Батарею последовательно соединенных конденсаторов $C_1=4$ мкФ, $C_2=5$ мкФ, $C_3=20$ мкФ присоединили сначала к аккумулятору с ЭДС $\varepsilon=12$ В, а затем к незаряженному конденсатору $C_4=8$ мкФ. Какое напряжение установится на конденсаторе C_4 и на сколько изменится энергия всей батареи конденсаторов? Ответ: 2,4 В; 0,12 мДж.

15.22. Батарею конденсаторов, изображенную на рис. 15.3, сначала зарядили от источника тока с напряжением 50 В, присоединив источник к точкам А и В, а затем, после отсоединения источника, к этим же точкам присоединили незаряженный конденсатор $C_0=2$ пФ. Какими станут напряжение, заряд и энергия этого конденсатора, если $C_1=9$ пФ, $C_2=4,5$ пФ, $C_3=5$ пФ? Ответ: 40 В; 80 пКл; 1,6 нДж.

15.23. В схеме, приведенной на рис. 15.4, $C_1=10$ нФ, $C_2=14$ нФ, $C_3=8$ нФ, $C_4=4$ нФ, ЭДС источника $\varepsilon=12$ В. Ключ К сначала переведен в положение 1. а) Каков заряд на третьем конденсаторе? б) Если ключ перевести затем в положение 2, то какими в результате этого станут заряд конденсатора C_3 и напряжение на конденсаторе C_4 ? Ответ: 72 нКл, 43,2 нКл, 7,2 В.

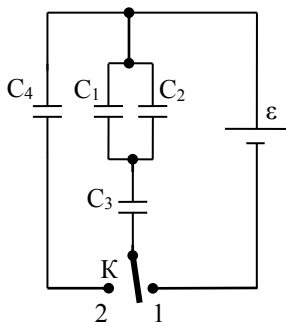


Рис. 15.4

15.24. В схеме, изображенной на рис. 15.5, от источника тока с ЭДС $\varepsilon=36$ В заряжается батарея конденсаторов $C_1=4$ мкФ, $C_2=5$ мкФ, $C_3=2,78$ мкФ, $C_4=20$ мкФ при разомкнутом ключе К. а) Какова общая энергия всей батареи конденсаторов? б) Какой заряд протечет от источника, если замкнуть ключ К? На сколько изменится при этом энергия конденсатора C_4 ? Ответ: 1,3 мДж, 72 мКл, 0,39 мДж.

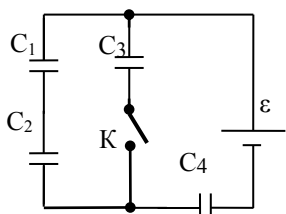


Рис. 15.5

15.25. Как изменится общая энергия батареи конденсаторов, изображенной на рис. 15.6 ($C_1=10$ мкФ, $C_2=2$ мкФ, $C_3=6$ мкФ, $C_4=4$ мкФ, $\varepsilon=12$ В), и какой заряд протечет через гальванометр G, если не отключая источника тока, точки А и В замкнуть медным проводом? Ответ: 144 мкДж; 24 мКл.

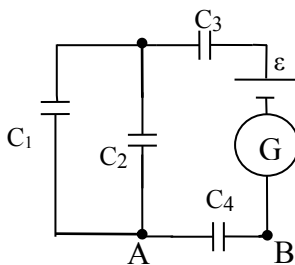


Рис. 15.6

16. ЗАКОНЫ КИРХГОФА

16.1. На рис. 16.1 $\varepsilon_1=1,0$ В, $\varepsilon_2=2,0$ В, $\varepsilon_3=3,0$ В, $r_1=1,0$ Ом, $r_2=0,5$ Ом, $r_3=1/3$ Ом, $R_1=1,0$ Ом, $R_3=1/3$ Ом. Определите: 1) силы тока во всех участках цепи; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R_3 . Ответ: $I_1=0,625$ А, $I_2=0,5$ А, $I_3=1,125$ А; $P_3=0,42$ Вт.

16.2. На рис. 16.2 $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3$, $R_1=48$ Ом, $R_2=24$ Ом, падение напряжения на сопротивлении R_2 равно 12 В. Пренебрегая внутренним сопротивлением элементов, определите: 1) силы тока во всех участках цепи; 2) сопротивление R_3 ; 3) количество теплоты, выделившееся на сопротивлениях R_1 и R_3 за промежуток времени $\Delta t=1,0$ с. Ответ: $I_1=0,25$ А, $I_2=0,5$ А, $I_3=0,75$ А; $R_3=16$ Ом; $Q_1=3$ Дж; $Q_3=9$ Дж.

16.3. Два источника ЭДС $\varepsilon_1=2,0$ В, $\varepsilon_2=1,5$ В с внутренними сопротивлениями $r_1=0,5$ Ом и $r_2=0,4$ Ом включены параллельно сопротивлению $R=2,0$ Ом (рис. 16.3). Определите силу тока через это сопротивление и работу, совершенную двумя источниками за промежуток времени $\Delta t=1,0$ с. Ответ: $I=0,775$ А; $A_{\text{ист}}=1,6$ Дж.

16.4. В схеме (рис. 16.4) ЭДС источников $\varepsilon_1=1,5$ В, $\varepsilon_2=2,0$ В, $\varepsilon_3=2,5$ В и сопротивления $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом, $R_3=30$ Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) ток через сопротивление R_1 ; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R_2 . Ответ: $I_1=0,032$ А, $P_2=1,65 \cdot 10^{-3}$ Вт.

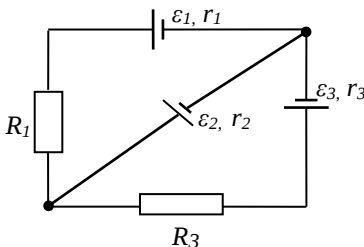


Рис. 16.1

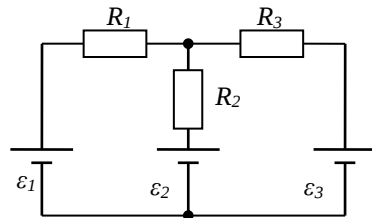


Рис. 16.2

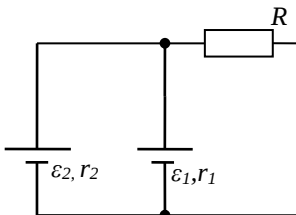


Рис. 16.3

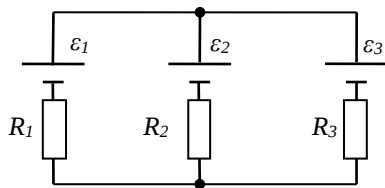


Рис. 16.4

16.5. На рис.16.5 $\varepsilon_1=1,5$ В, $\varepsilon_2=3,7$ В и сопротивления $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом и $R=5,0$ Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) значение и направление тока через сопротивление R ; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R . Ответ: $I=0,02$ А, $P=0,002$ Вт.

16.6. Два источника ЭДС $\varepsilon_1=10$ В, $\varepsilon_2=8$ В с внутренними сопротивлениями $r_1=1,0$ Ом и $r_2=2,0$ Ом включены параллельно реостату $R=6,0$ Ом (рис.16.6). Определите: 1) силу тока в источниках и реостате; 2) работу, совершенную источниками за промежуток времени $\Delta t=10,0$ с. Ответ: $I_1=6,4$ А, $I_2=5,8$ А, $I=0,6$ А, $A_{ист}=1104$ Дж.

16.7. Три источника тока с ЭДС $\varepsilon_1=11$ В, $\varepsilon_2=4,0$ В и $\varepsilon_3=6$ В и три реостата с сопротивлениями $R_1=5$ Ом, $R_2=10$ Ом и $R_3=2$ Ом соединены, как показано на рис. 16.7. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) силы токов в реостатах; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R_1 . Ответ: $I_1=0,8$ А, $I_2=0,3$ А, $I_3=0,5$ А, $P_1=3,2$ Вт.

16.8. На рис. 16.8 $\varepsilon_1=4$ В, $\varepsilon_2=3,0$ В и сопротивления $R_1=2$ Ом, $R_2=6$ Ом и $R_3=1,0$ Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) значение тока через сопротивление R_3 ; 2) напряжение на концах резистора R_3 ; 3) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R_1 . Ответ: $I_3=0$, $U_3=0$, $P_1=0,5$ Вт.

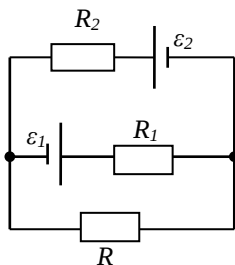


Рис. 16.5

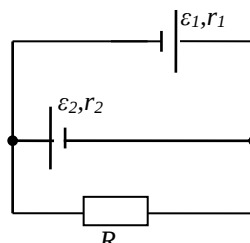


Рис. 16.6

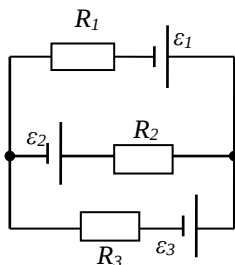


Рис. 16.7

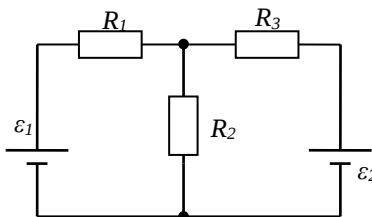


Рис. 16.8

16.9. Два источника тока с $\varepsilon_1=8$ В, $\varepsilon_2=6$ В с внутренними сопротивлениями $r_1=2,0$ Ом и $r_2=1,0$ Ом и реостат с $R=10$ Ом соединены, как показано на рис. 16.9. Определите: 1) силу тока, текущего через реостат; 2) работу, совершенную двумя источниками за промежуток времени $\Delta t=0,1$ с. Ответ: $I_R=0,625$ А, $A_1=0,7$ Дж, $A_2=0,15$ Дж.

16.10. Три сопротивления $R_1=5$ Ом, $R_2=1$ Ом и $R_3=3,0$ Ом, а так же источник тока с ЭДС $\varepsilon_1=1,4$ В, соединены, как показано на рис. 16.10. Определите: 1) ЭДС ε источника тока, который надо подключить в цепь между точками А и В, чтобы в сопротивлении R_3 шел ток силой $I=1$ А в направлении, указанном стрелкой; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R_2 . Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Ответ: $\varepsilon=3,6$ В, $P_2=0,36$ Вт.

16.11. Два источника с ЭДС $\varepsilon_1=30$ В, $\varepsilon_2=16$ В и внутренними сопротивлениями $r_1=1,0$ Ом и $r_2=2,0$ Ом включены параллельно сопротивлению с $R=25$ Ом (рис.16.11). Определите: 1) величины токов во всех ветвях; 2) мощность, потребляемую нагрузкой. Ответ: $I_1=5,32$ А, $I_2=4,34$ А, $I=1,0$ А, $P=24,2$ Вт.

16.12. Определите величины токов в отдельных ветвях (рис.16.12) и напряжение на сопротивлении R , если $\varepsilon_1=5$ В, $\varepsilon_2=4$ В, $R=3$ Ом, $r_1=0,5$ Ом и $r_2=1,0$ Ом. Чему равна работа, совершенная источниками за промежуток времени $\Delta t=0,1$ с? Ответ: $I_1=1,6$ А, $I_2=0,2$ А, $I=1,4$ А, $U=4,2$ В, $A_1=0,8$ Дж, $A_2=0,08$ Дж.

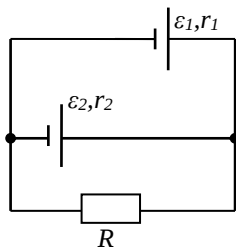


Рис.16.9

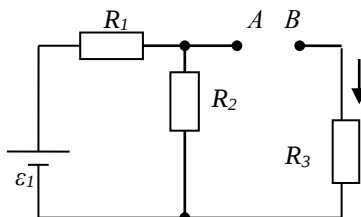


Рис.16.10

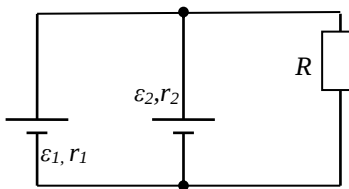


Рис. 16.11

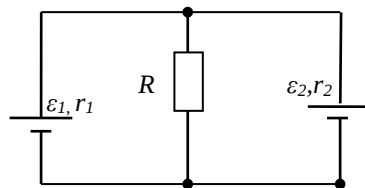


Рис. 16.12

6.13. Два источника с ЭДС $\varepsilon_1=1,5$ В и $\varepsilon_2=2,0$ В внутренними сопротивлениями $r_1=r_2=0,5$ Ом и сопротивления $R_1=R_2=2$ Ом, $R_3=1$ Ом соединены, как показано на рис. 16.13. Сопротивление гальванометра $R_g=3$ Ом. Определите: 1) величину тока, проходящего через гальванометр; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R_1 . Ответ: $I=0,088$ А, $P=0,245$ Вт.

16.14. Определите величины токов во всех участках цепи (рис.16.14), если $\varepsilon_1=20$ В, $\varepsilon_2=33$ В, $r_1=0,2$ Ом, $r_2=0,5$ Ом, $R_1=0,8$ Ом, $R_2=2,0$ Ом. Какое количество теплоты выделяется в сопротивлениях R_1 и R_2 за интервал времени $\Delta t=1$ с? Ответ: $I_1= 4,6$ А, $I_2= 16,9$ А, $I_3= 12,3$ А, $Q_1=16,7$ Дж, $Q_2= 302,6$ Дж.

16.15. Определите величины токов во всех участках цепи (рис.16.15), если $\varepsilon_1=24$ В, $\varepsilon_2=18$ В, $r_1=0,2$ Ом, $r_2=0,5$ Ом, $R_1=20$ Ом, $R_2=R_3=2,0$ Ом. Чему равна работа, совершенная источниками за промежуток времени $\Delta t=0,1$ с? Ответ: $I_1= 0,75$ А, $I_2= 3,67$ А, $I_3= 4,42$ А, $A_1=1,8$ Дж, $A_2=6,6$ Дж.

16.16. Определите величины токов во всех участках цепи (рис.16.16) и мощность, развиваемую источниками тока, если $\varepsilon_1=6$ В, $\varepsilon_2=10$ В, $\varepsilon_3=20$ В, $r_1=r_2=0,2$ Ом, $r_3=0,4$ Ом, $R_1=19,8$ Ом, $R_2=45,8$ Ом, $R_3=100$ Ом, $R_4=99,6$ Ом. Ответ: $I_1= 0,1$ А, $I_2= 0,04$ А, $I_3= 0,06$ А, $P_1=2,1$ мВт, $P_2=0,36$ мВт, $P_3=1,44$ мВт.

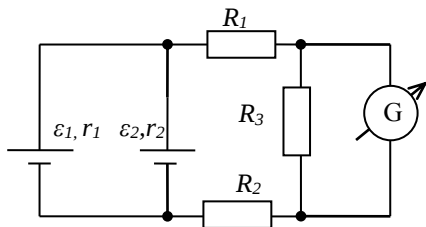


Рис. 16.13

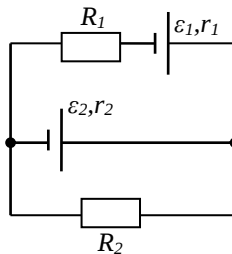


Рис. 16.14

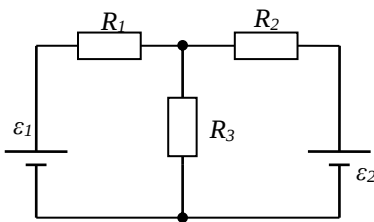


Рис. 16.15

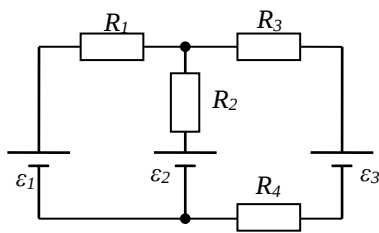


Рис. 16.16

16.17. Определите силу тока, текущего через сопротивление R_1 , и мощность, развиваемую первым источником тока. В схеме, изображенной на рис. 16.17, $\varepsilon_1=27$ В, $\varepsilon_2=30$ В, $r_1=30,0$ мОм, $r_2=50,0$ мОм, $R_1=R_2=R_5=8$ Ом, $R_3=1,97$ Ом, $R_4=2,95$ Ом, $R_6=12$ Ом, $R_7=1,2$ Ом. Ответ: $I_1=0,44$ А, $P_1=23,63$ Вт.

16.18. Три источника с ЭДС $\varepsilon_1=10$ В, $\varepsilon_2=5$ В, $\varepsilon_3=6$ В и внутренними сопротивлениями $r_1=0,1$ Ом, $r_2=0,2$ Ом, $r_3=0,1$ Ом соединены, как показано на рис. 16.18. Определите: 1) напряжения на сопротивлениях $R_1=5$ Ом, $R_2=1$ Ом, $R_3=3$ Ом; 2) мощность, развиваемую первым источником тока. Ответ: $U_1=4$ В, $U_2=0,8$ В, $U_3=35$ мВ, $P_1=8,1$ Вт.

16.19. Определите величину тока, проходящего через гальванометр, включенный в цепь (рис.16.19), пренебрегая внутренними сопротивлениями элементов, если $\varepsilon_1=2$ В, $\varepsilon_2=1$ В, $R_1=1$ кОм, $R_2=500$ Ом, $R_3=R_g=0,2$ кОм. Какое количество теплоты, выделяется в сопротивлении R_3 за промежуток времени $\Delta t=100$ с? Ответ: $I=0,46$ мА, $Q_3=4,2$ мДж.

16.20. Определите величины токов во всех участках цепи (рис.16.20) и мощность, развиваемую первым источником тока, если $\varepsilon_1=130$ В, $\varepsilon_2=117$ В, $R_1=1$ Ом, $R_2=0,6$ Ом, $R_3=24$ Ом. Ответ: $I_1=10$ А, $I_2=I_3=5$ А, $P_1=1300$ Вт.

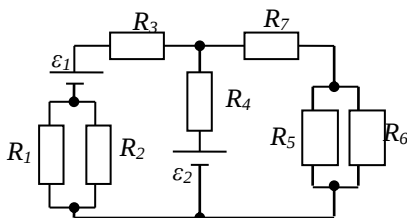


Рис. 16.17

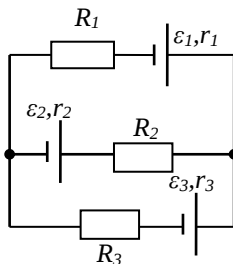


Рис. 16.18

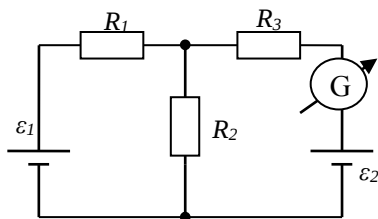


Рис. 16.19

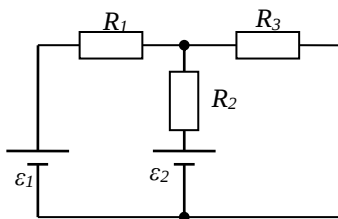


Рис. 16.20

16.21. Три сопротивления $R_1=6$ Ом, $R_2=8$ Ом и $R_3=2$ Ом, а так же два источника тока с ЭДС $\varepsilon_1=3$ В и $\varepsilon_2=1$ В, соединены, как показано на

рис.16.21. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) величины токов в отдельных сопротивлениях; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R_1 .
 Ответ: $I_1 = 14/38$ А, $I_2 = 1/38$ А, $I_3 = 15/38$ А, $P_1 = 0,814$ Вт.

16.22. Определите величину тока, текущего через амперметр в цепи (рис.16.22), и количество теплоты, выделившееся в сопротивлении R_1 за интервал времени $\Delta t = 10$ с, если у каждого элемента ЭДС $\varepsilon = 2,2$ В и внутреннее сопротивление $r = 20,0$ мОм, а $R_1 = R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 4$ Ом и $R_A = 0,9$ Ом. Ответ: $I = 1,016$ А, $Q_1 = 5,16$ Дж.

16.23. В схеме, изображенной на рис.16.23, $\varepsilon_1 = 1,0$ В, $\varepsilon_2 = 2,0$ В, $\varepsilon_3 = 3,0$ В, $\varepsilon_4 = 4,0$ В, $R_1 = 1,0$ Ом, $R_2 = 2,0$ Ом, $R_3 = 3,0$ Ом, $R_4 = 4,0$ Ом. Внутреннее сопротивление источников пренебрежимо мало. Определите: 1) величины токов, текущие через сопротивления; 2) количество выделившейся в сопротивлении R_1 теплоты за интервал времени $\Delta t = 100$ с. Ответ: $I_1 = I_3 = 1$ А, $I_2 = I_4 = 1$ А, $Q_1 = 100$ Дж.

16.24. В схеме, изображенной на рис. 16.24, $\varepsilon_1 = 10,0$ В, $\varepsilon_2 = 20,0$ В, $\varepsilon_3 = 30,0$ В, $R_1 = 1,0$ Ом, $R_2 = 2,0$ Ом, $R_3 = 3,0$ Ом, $R_4 = 4,0$ Ом, $R_5 = 5,0$ Ом, $R_6 = 6,0$ Ом и $R_7 = 7,0$ Ом. Внутреннее сопротивление источников пренебрежимо мало. Определите: 1) величины токов во всех участках цепи; 2) работу, совершенную вторым источником за промежуток времени $\Delta t = 0,1$ с. Ответ: $I_1 = 0,6$ А, $I_2 = 2,2$ А, $I_3 = 2,8$ А, $A_2 = 4,4$ Дж.

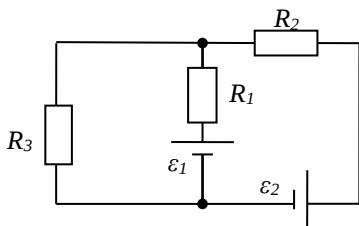


Рис. 16.21

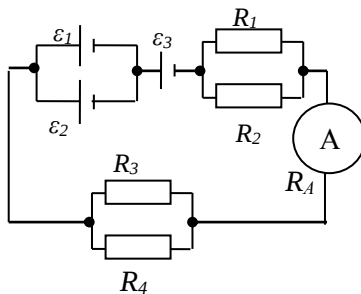


Рис. 16.22

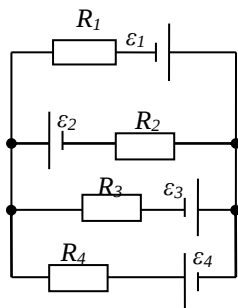


Рис. 16.23

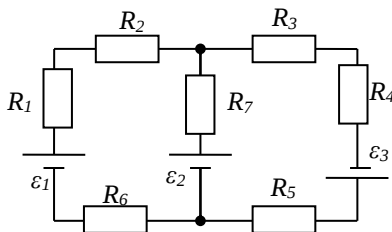


Рис. 16.24

16.25. Элементы схемы, изображенной на рис.16.25, имеют следующие значения: $\varepsilon_1=1$ В, $\varepsilon_2=2$ В, $\varepsilon_3=3$ В, $R_1=100$ Ом, $R_2=200$ Ом, $R_3=300$ Ом, $R_4=400$ Ом. Определить: 1) токи, текущие через сопротивления; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R_3 . Внутренним сопротивлением источников тока и соединительных проводов пренебречь. Ответ: $I_1=4,5$ мА, $I_2=12,7$ мА, $I_3=8,2$ мА, $I_4=0$, $P_3=20,2$ мВт.

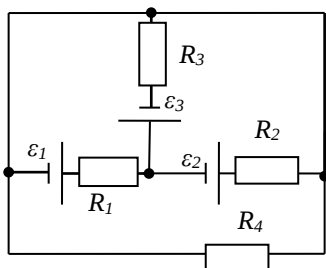


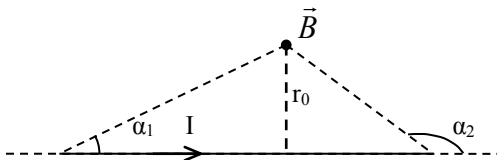
Рис. 16.25

17. РАСЧЕТЫ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Индукция магнитного поля в центре кругового тока $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$.

Индукция магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямым проводником с током $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$.

Индукция магнитного поля, созданного отрезком прямого проводника с током $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$.



17.1. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам, находящимся на расстоянии $R=10,0$ см друг от друга в вакууме

(рис. 17.1), текут токи $I_1=20,0$ А и $I_2=30,0$ А одинакового направления. Определите магнитную индукцию поля B , создаваемого токами в точках, лежащих на прямой, соединяющих оба провода, если:

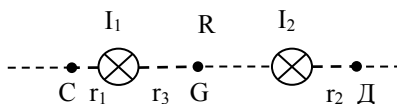


Рис.17.1.

1) точка С лежит на расстоянии $r_1=2,0$ см левее левого провода; 2) точка Д лежит на расстоянии $r_2=3,0$ см правее правого провода; 3) точка G лежит на расстоянии $r_3=4,0$ см правее левого провода. Ответ: $B_C=0,25$ мТл; $B_D=0,23$ мТл; $B_G=0$.

17.2. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам (рис. 17.2), расстояние между которыми $d=15,0$ см, текут токи $I_1=70,0$ А и $I_2=50,0$ А в противоположных направлениях. Определите магнитную индукцию B в точке А, удаленной на $r_1=20,0$ см от первого и $r_2=30,0$ см от второго проводника. Ответ: $B_A=42,8$ мкТл.

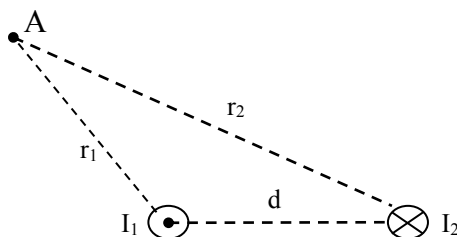


Рис.17.2

17.3. Круговой виток радиусом $R=15,0$ см расположен относительно бесконечно длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу. Перпендикуляр, восстановленный на провод из центра витка, является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе $I_1=5$ А, сила тока в витке $I_2=1$ А. Расстояние от центра витка до провода $d=20$ см. Определите магнитную индукцию в центре витка. Ответ: $B_0=6,5$ мкТл.

17.4. В некоторой точке очень длинного прямолинейного проводника с током 10 А образована петля в форме окружности с радиусом 5 см (рис.17.3), плоскость которой перпендикулярна проводнику. Найти индукцию магнитного поля в центре этой петли. Ответ: 132 мкТл.

17.5. Бесконечно длинный проводник изогнут так, как это изображено на рис.17.4. Радиус окружности $R=10,0$ см. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого в точке О током $I=80,0$ А, текущим по этому проводу. Ответ: $B_0=331$ мкТл.

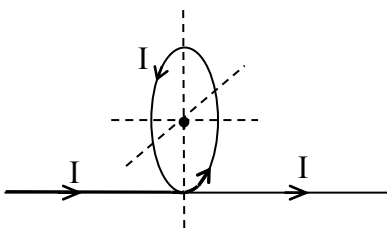


Рис. 17.3

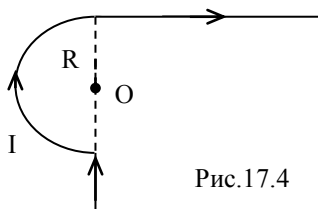


Рис.17.4

17.6. Бесконечно длинный проводник изогнут так, как это изображено на рис. 17.5. Определите магнитную индукцию B поля, созданного в точке O током $I=80,0$ А, текущим по проводнику. Принять $r = R/2$, где

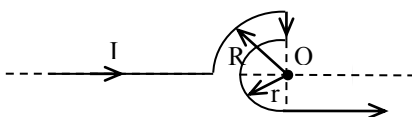


Рис.17.5

$R=1,0$ м. Ответ: $B_0=53,7$ мкТл.

17.7. По проволоочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток силой $I=2$ А. При этом в центре рамки образуется магнитное поле с напряженностью 33 А/м. Найти длину проволоки, из которой сделана рамка. Ответ: $l=0,2$ м.

17.8. Длинный провод с током $I=50$ А изогнут под углом $\varphi=2/3\pi$ так, как показано на рис. 17.6. Определите индукцию магнитного поля в точке А, если $d=5,0$ см. Ответ: $B_A=127$ мкТл.

17.9. По бесконечному длинному прямому проводу, изогнутому так, как показано на рис. 17.7, течет ток $I=100,0$ А. Определите магнитную индукцию B в точке O , если $R=10,0$ см. Ответ: $B_0=357$ мкТл.

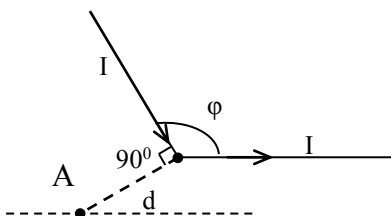


Рис. 17.6

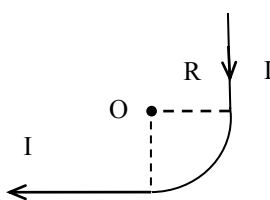


Рис. 17.7

17.10. Найти индукцию B магнитного поля в точке O контура с током $I=100$ А, который показан на рисунке 17.8. Радиусы $R_1=0,1$ м и $R_2=0,2$ м, а угол $\varphi=90^\circ$. Ответ: $B_0=550$ мкТл.

17.11. Ток $I=5$ А течет по тонкому проводнику, изогнутому так, как показано на рис. 17.9. Радиус изогнутой части проводника $R=120$ мм, угол $\varphi=90^\circ$. Найти индукцию B магнитного поля в точке O .
 Ответ: $B_0=28$ мкТл.

17.12. Ток $I=100$ А течет по тонкому проводнику, изогнутому так, как показано на рис. 17.10. Найти индукцию B магнитного поля в точке O контура, если радиус изогнутой части проводника $R=0,1$ м, а сторона квадрата $a=0,2$ м. Ответ: $B_0=542$ мкТл.

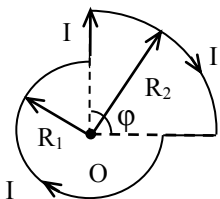


Рис.17.8

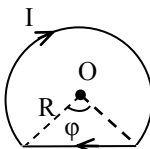


Рис. 17.9

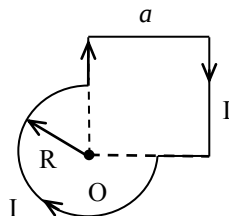


Рис.17.10

17.13. Определить индукцию B магнитного поля в точке O , если проводник с током $I=10$ А имеет вид, показанный на рис. 17.11. Радиус изогнутой части проводника равен $R=0,2$ м, прямолинейные участки проводника предполагаются очень длинными. Ответ: $B_0=25,7$ мкТл.

17.14. Определить индукцию B магнитного поля в точке O , если проводник с током $I=50$ А имеет вид, показанный на рис. 17.12. Радиус изогнутой части проводника $R=0,314$ м, прямолинейные участки проводника предполагаются очень длинными. Ответ: $B_0=91$ мкТл.

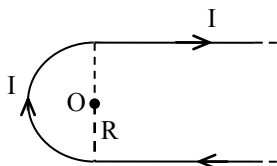


Рис.17.11

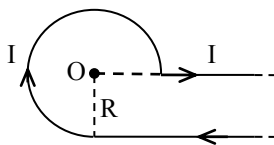


Рис.17.12

17.15. Найти индукцию B магнитного поля в точке O , если проводник с током $I=8$ А имеет вид, показанный на рис. 17.13. Радиус изогнутой части проводника $R=100$ мм, прямолинейные участки проводника очень длинные. Ответ: $B_0=30$ мкТл.

17.16. Определить индукцию B магнитного поля в точке O , если проводник с током $I=8$ А имеет вид, показанный на рис. 17.14. Радиус

изогнутой части проводника $R=100$ мм, прямолинейные участки проводника очень длинные. Ответ: $B_0=34$ мкТл.

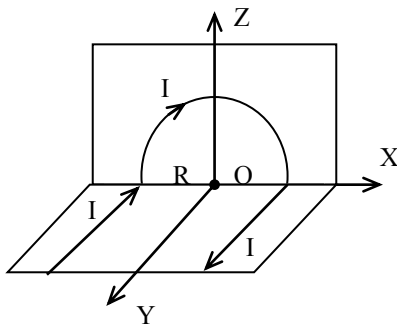


Рис. 17.13

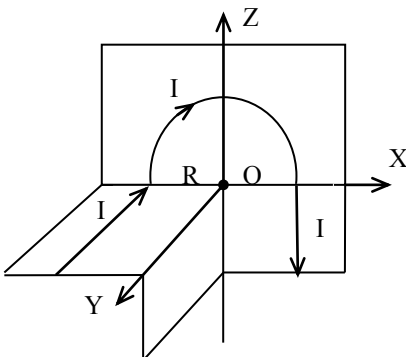


Рис. 17.14

17.17. Найти индукцию B магнитного поля в точке O , если проводник с током $I=8$ А имеет вид, показанный на рис. 17.15. Радиус изогнутой части проводника $R=100$ мм, прямолинейные участки проводника очень длинные. Ответ: $B_0=39,3$ мкТл.

17.18. По контуру, изображенному на рис. 17.16, идет ток силой $I=100$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемую этим током в точке O . Радиус изогнутой части контура равен $R=20$ см (O -центр кривизны контура), а угол $\alpha=60^\circ$. Ответ: $B_0=34$ мкТл.

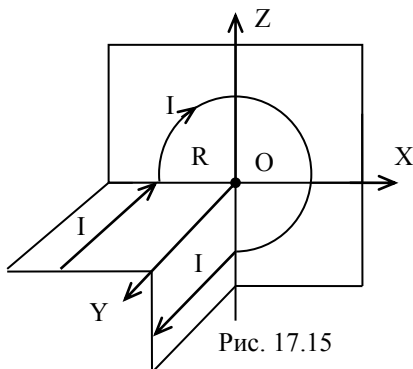


Рис. 17.15

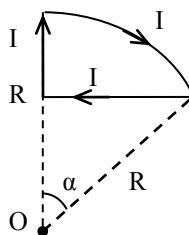


Рис. 17.16

17.19. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.17, идет ток $I=100$ А. Определить магнитную индукцию B по-

ля, создаваемую этим током в точке O . Радиус изогнутой части контура равен $R=20$ см. Ответ: $B_O=297$ мкТл.

17.20. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.18, идет ток $I=100,0$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемую этим током в точке O . Радиус изогнутой части контура равен $R=0,2$ м, угол $\alpha=120^\circ$. Ответ: $B_O=296$ мкТл.

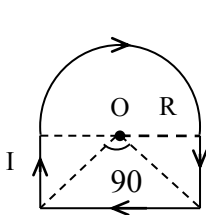


Рис. 17.17

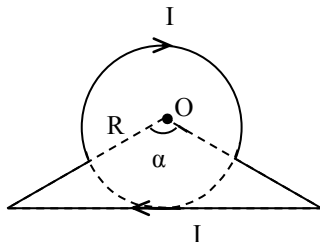


Рис. 17.18

17.21. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.19, идет ток $I=50$ А. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого током в точке O . Радиус изогнутой части контура равен $R=0,1$ м. Ответ: $B_O=414$ мкТл.

17.22. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.20, идет ток $I=100$ А. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого током в точке O . Радиус изогнутой части контура равен $R=0,2$ м, угол $\alpha=120^\circ$. Ответ: $B_O=181$ мкТл.

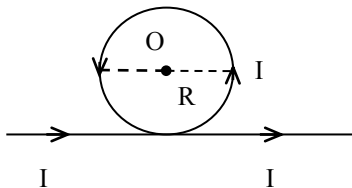


Рис. 17.19

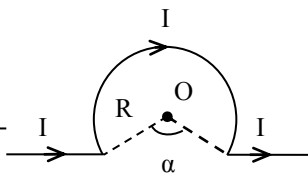


Рис. 17.20

17.23. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.21, идет ток $I=50,0$ А. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого током в точке O . Радиус изогнутой части контура равен $R=0,1$ м, угол $\alpha=135^\circ$. Ответ: $B_O=267$ мкТл.

17.24. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.22, течет ток $I=50$ А. Определите магнитную индукцию B по-

ля, создаваемого током в точке O. Радиус изогнутой части контура равен $R=10$ см, угол $\alpha=135^\circ$. Ответ: $B_0=275$ мкТл.

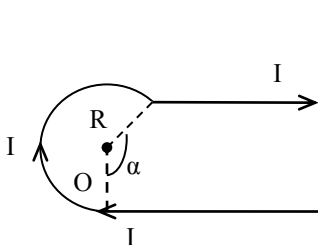


Рис. 17.21

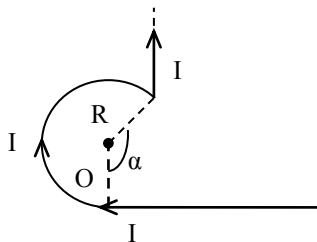


Рис. 17.22

17.25. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.23, течет ток $I=50$ А. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого током в точке O. Радиус изогнутой части контура равен $R=10$ см, угол $\alpha=135^\circ$. Ответ: $B_0=126$ мкТл.

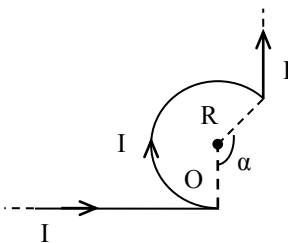


Рис. 17.23

18. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Магнитный поток $\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha$.

Э.д.с. индукции $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$.

Э.д.с. самоиндукции $\varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}$.

Индуктивность соленоида $L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$.

18.1. Проводящий плоский контур, имеющий форму окружности радиуса $r = 0,05$ м, помещен в однородное магнитное поле так, что линии магнитной индукции поля направлены перпендикулярно плоскости контура. Сопротивление контура $R = 5$ Ом. Магнитная индукция меняется по закону $B = kt$, где $k = 0,2$ Тл/с. Определите: а) ЭДС индукции, возникающую в этом контуре; б) силу индукционного тока; в) заряд, который

протечет по контуру за первые 5 с изменения поля. Ответ: 1,6 мВ; 0,3 мА; 1,6 мКл.

18.2. Проводящая рамка помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Плоскость рамки составляет с направлением магнитного поля угол $\varphi = 30^\circ$. Площадь рамки $S = 20$ см², сопротивление $R = 0,1$ Ом. Магнитное поле равномерно уменьшается до нуля за время $\Delta t = 0,1$ с. Определите: а) среднее значение ЭДС индукции, возникающей в рамке; б) силу индукционного тока; в) заряд, который протечет по рамке за время уменьшения поля. Ответ: 1 мВ; 10 мА; 10^{-3} Кл.

18.3. В однородное магнитное поле, индукция которого $B = 0,1$ Тл, помещена квадратная рамка из медной проволоки так, что нормаль к плоскости рамки параллельна магнитному полю. Площадь поперечного сечения проволоки $s = 1$ мм², площадь рамки $S = 25$ см². Удельное сопротивление меди $\rho = 17,2$ нОм·м. Магнитное поле равномерно уменьшается до нуля за промежуток времени $\Delta t = 5$ с. Определите: а) среднее значение ЭДС индукции, возникающей в рамке; б) силу индукционного тока; в) заряд, который протечет по рамке за время уменьшения поля. Ответ: 50 мкВ; 14,5 мА; 73 мКл.

18.4. В магнитное поле, индукция которого $B = 0,05$ Тл, помещена замкнутая накоротко катушка, состоящая из $N = 200$ витков проволоки. Сопротивление катушки $R = 40$ Ом, площадь поперечного сечения $S = 12$ см². Катушка помещена так, что ее ось составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением магнитного поля. Определите заряд, прошедший по катушке при исчезновении магнитного поля. Ответ: 150 мкКл.

18.5. Катушка состоит из $N = 75$ витков и имеет сопротивление $R = 9$ Ом. Магнитный поток через ее поперечное сечение меняется по закону $\Phi = kt$, где $k = 1,2$ мВб/с. Определите: а) ЭДС индукции, возникающую в этом контуре; б) силу индукционного тока; в) заряд, который протечет по контуру за первые 9 с изменения поля. Ответ: 90 мВ; 10 мА; 0,09 Кл.

18.6. Квадратная рамка из медной проволоки сечением $s = 1$ мм² помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону $B = B_0 \sin \omega t$, где $B_0 = 0,01$ Тл и $T = 0,02$ с. Площадь рамки $S = 25$ см². Удельное сопротивление меди $\rho = 17,2$ нОм·м. Плоскость рамки перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти зависимость от времени и наибольшее значение: а) магнитного потока, пронизывающего рамку; б) ЭДС индукции, возникающей в рамке; в) тока, текущего по рамке. Ответ: $25 \cdot 10^{-6}$ Вб; $8 \cdot 10^{-3}$ В; 2,3 А.

18.7. Проводящая рамка площадью $S = 200$ см² равномерно вращается с частотой $n = 10$ с⁻¹ относительно оси, лежащей в плоскости рамки, и перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определите среднее значение ЭДС индукции и заряд, прошедший по

рамке за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения. Индукция магнитного поля $B = 0,2$ Тл, сопротивление рамки $R = 4$ Ом. Ответ: $0,16$ В; 1 мКл.

18.8. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,35$ Тл равномерно с частотой $n = 480$ мин⁻¹ вращается рамка, содержащая $N = 500$ витков площадью $S = 50$ см². Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определите максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке. Какой по модулю заряд пройдет через рамку за один ее оборот? Сопротивление рамки $R = 17$ Ом. Ответ: 44 В; $0,2$ Кл.

18.9. Круговой контур радиусом $r = 2$ см помещен в однородное магнитное поле, индукция которого $B = 0,2$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Сопротивление контура $R = 1$ Ом. Какой заряд пройдет через контур при повороте его на угол $\alpha = 90^\circ$. Ответ: 250 мкКл.

18.10. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0,1$ Тл, вращается короткая катушка, состоящая из $N = 200$ витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к ее оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки $T = 0,2$ с, площадь поперечного сечения $S = 4$ см². Найти максимальную ЭДС индукции во вращающейся катушке. Ответ: $0,25$ мВ.

18.11. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0,8$ Тл, равномерно вращается рамка с угловой скоростью $\omega = 15$ рад/с. Площадь рамки $S = 150$ см². Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с направлением магнитного поля. Найдите максимальную ЭДС индукции во вращающейся рамке. Ответ: $0,09$ В.

18.12. Рамка из провода сопротивлением $R = 0,01$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,05$ Тл. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки $S = 100$ см². В начальный момент времени нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha_1 = 0^\circ$ с направлением поля. Определите, какой заряд протечет через рамку за время ее поворота на угол: а) от $\alpha_1 = 0^\circ$ до $\alpha_2 = 30^\circ$; б) от $\alpha_2 = 30^\circ$ до $\alpha_3 = 60^\circ$; в) от $\alpha_3 = 60^\circ$ до $\alpha_4 = 90^\circ$. Ответ: $6,7$ мКл; $18,3$ мКл; 25 мКл.

18.13. Проволочное кольцо радиусом $r = 10$ см лежит на столе. Какой заряд протечет по кольцу, если его повернуть с одной стороны на другую? Сопротивление кольца $R = 1$ Ом. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 50$ мкТл. Ответ: $3,14$ мкКл.

18.14. Тонкий медный провод массой $m = 1$ г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле индукцией $B = 0,1$ Тл так, что плоскость его перпендикулярна линиям

индукции поля. Определите заряд, который протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию. Плотность меди $\rho_{\text{меди}} = 8,93 \text{ г/см}^3$, удельное сопротивление $\rho = 17 \text{ нОм}\cdot\text{м}$. Ответ: 41,4 мКл.

18.15. По длинному прямому проводу течет ток $I = 0,02 \text{ А}$. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R = 1 \text{ Ом}$. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода равны соответственно $a = 10 \text{ см}$ и $b = 20 \text{ см}$. Рамку повернули на 180° вокруг оси OO' , параллельной проводу и отстоящей от провода на расстояние b . Найдите заряд, прошедший по рамке, за время ее поворота. Ответ: 0,44 нКл.

18.16. По длинному прямому проводу течет ток $I = 0,025 \text{ А}$. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R = 0,5 \text{ Ом}$. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода равны соответственно $a = 10 \text{ см}$ и $b = 20 \text{ см}$. Рамку удалили от провода вдоль прямой, перпендикулярной проводу, на расстояние $c = 10 \text{ см}$. Найдите заряд, прошедший по рамке за время ее перемещения. Ответ: 0,29 нКл.

18.17. По длинному прямому проводу течет ток. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R = 0,02 \text{ Ом}$. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода равны $a = 10 \text{ см}$ и $b = 20 \text{ см}$. Найти силу тока в проводе, если при его выключении через рамку прошел заряд $q = 693 \text{ мКл}$. Ответ: 1 кА.

18.18. По длинному прямому проводу течет ток. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R = 0,01 \text{ Ом}$. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода равны $a = 10 \text{ см}$ и $b = 20 \text{ см}$. Определите, какой заряд прошел через рамку при включении тока $I = 0,5 \text{ кА}$ в проводе. Ответ: 0,7 мКл.

18.19. На расстоянии $a = 1 \text{ м}$ от длинного прямого провода с током $I = 1 \text{ кА}$ находится кольцо радиусом $r = 1 \text{ см}$. Кольцо расположено так, что магнитный поток, пронизывающий его, максимален. Определите, какой заряд протечет по кольцу при выключении тока в проводе. Сопротивление кольца $R = 10 \text{ Ом}$. Ответ: $6,3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$.

18.20. На расстоянии 1 м от длинного прямого провода с током 1 кА находится кольцо радиусом 1 см . Кольцо расположено так, что магнитный поток, пронизывающий его, максимален. Кольцо перемещают вдоль прямой, перпендикулярной проводу, удаляя его от провода. Определите, на какое расстояние переместили кольцо, если за время перемещения по кольцу прошел заряд $q = 3,14 \text{ нКл}$. Сопротивление кольца $R = 10 \text{ Ом}$. Ответ: 1 м.

18.21. На расстоянии $a = 100$ см от длинного прямого провода с током $I = 1000$ А находится кольцо радиусом $r = 0,01$ м. Кольцо расположено так, что магнитный поток, пронизывающий его, максимален. Определите, какой заряд протечет по кольцу, если его переместить в бесконечность. Сопротивление кольца $R = 10$ Ом. Ответ: 6,3 нКл.

18.22. Между полюсами электромагнита помещена катушка, соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна линиям магнитной индукции. Сопротивление катушки $R_1 = 4$ Ом, количество витков $N = 15$, площадь $S = 2$ см². Сопротивление гальванометра $R_2 = 46$ Ом. При выключении тока в обмотке электромагнита по цепи гальванометра протекает заряд $q = 90$ мкКл. Определите магнитную индукцию поля электромагнита. Ответ: 1,5 Тл.

18.23. Катушка, соединенная с баллистическим гальванометром, помещена между полюсами электромагнита. Ось катушки параллельна линиям магнитной индукции. Площадь поперечного сечения катушки $S = 3$ мм², число витков $N = 60$. Магнитная индукция поля электромагнита $B = 0,02$ Тл. Сопротивление катушки, гальванометра и соединительных проводов $R = 40$ Ом. Катушку поворачивают вокруг оси OO' , перпендикулярной оси катушки и проходящей через ее середину на угол 180° . Определите заряд, прошедший через катушку при этом повороте. Ответ: 180 нКл.

18.24. С помощью реостата в катушке равномерно увеличивают силу тока от $I_1 = 0,1$ А до $I_2 = 0,2$ А в течение времени $\Delta t = 1$ с. Катушка имеет длину $\ell = 35$ см, число витков $N = 150$, площадь $S = 2,5$ см², сопротивление $R = 10$ Ом. Определите среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, и заряд, прошедший через катушку за время увеличения тока. Ответ: 20 мкВ; 0,15 Кл.

18.25. Катушка с очень малым омическим сопротивлением и индуктивностью $L = 4$ мГн соединена параллельно с проводом сопротивлением $R_1 = 2,5$ Ом. Определите заряд, который протечет по катушке при размыкании ключа K (рис. 18.1). ЭДС источника тока равна 6 В, сопротивление $R_2 = 12$ Ом. Ответ: $8 \cdot 10^{-4}$ Кл.

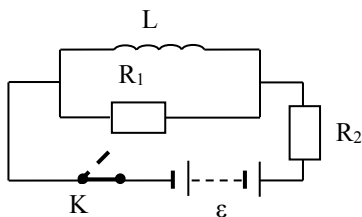


Рис.18.1

19. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

19.1. Каким должно быть сопротивление R электрической цепи, изображенной на рис. 19.1, чтобы ток, текущий по нему, был равен $I=0,5$ А, если $C=5$ мкФ, $U=200$ В, частота переменного тока $\nu=100$ Гц? Ответ: $R=243$ Ом.

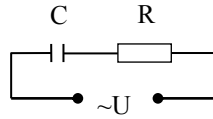


Рис.19.1

19.2. Чему равна индуктивность катушки L в электрической цепи, изображенной на рис. 19.2, если амперметр показывает ток $0,7$ А, а $U=140$ В? Сопротивление резистора $R=150$ Ом, частота переменного тока $\nu=50$ Гц, сопротивлениями остальных элементов цепи пренебречь. Ответ: $L=0,42$ Гн.

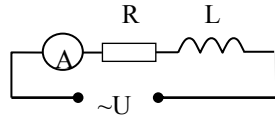


Рис.19.2

19.3. Катушка намотана медным проводом диаметром $d=0,2$ мм с общей длиной $l=314$ м и имеет индуктивность $L=0,5$ Гн. Определить сопротивление катушки: 1) в цепи постоянного тока; 2) в цепи переменного тока с частотой $\nu=50$ Гц. Ответ: $R=160$ Ом; $R=224$ Ом.

19.4. Катушку с активным сопротивлением $R=20$ Ом, индуктивностью $L=\frac{1}{\pi}$ Гн, подключают сначала к источнику постоянного тока с

напряжением $U=20$ В, а потом - к источнику переменного тока с действующим напряжением $U_d=20$ В и частотой $\nu=50$ Гц. Во сколько раз при этом изменилась сила тока в катушке? Ответ: уменьшилась в 2,24 раза.

19.5. К источнику переменного тока с круговой частотой $\omega=10^3$ рад/с подключены реостат, намотанный нихромовой проволокой с сечением $S=1$ мм² и длиной $l=75$ м, конденсатор емкостью $C=2,5$ мкФ, катушка индуктивностью $L=0,44$ Гн. Рассчитать сопротивление каждого элемента цепи и их общее сопротивление. Ответ: 30,0 Ом; 400,0 Ом; 440,0 Ом; 50,0 Ом.

19.6. Конденсатор емкостью $C=16$ мкФ, катушка индуктивностью $L=1$ Гн и активное сопротивление $R=100$ Ом подключены последовательно к источнику переменного тока с напряжением $U=220$ В и частотой $\nu=50$ Гц. Найти ток, текущий в такой цепи. Как изменится сила тока в цепи, если увеличить сопротивление конденсатора путем уменьшения его емкости до 10 мкФ? Ответ: 1,44 А; 2,2 А.

19.7. Соленоид с индуктивностью $L=7$ мГн и активным сопротивлением $R=44$ Ом подключили к источнику постоянного напряжения U_0 , а затем к генератору синусоидального напряжения с действующим значением напряжения $U_d=U_0$. При какой частоте генератора мощность, по-

требуемая соленоидом, будет в 5 раз меньше, чем в первом случае? Ответ: $\nu=2$ кГц.

19.8. Катушка с индуктивностью $L=0,1$ Гн и омическим сопротивлением $R=2$ Ом соединена последовательно с конденсатором. Эта система присоединена к источнику переменного тока. Какова должна быть емкость конденсатора, чтобы при частоте 50 Гц по катушке шел наиболее сильный ток? Ответ: $C=0,1$ мФ.

19.9. Катушка длиной 25 см и радиусом 2 см имеет обмотку 1000 витков медного провода с площадью поперечного сечения 1 мм². Катушка включена в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Какую часть полного сопротивления катушки составляет: 1) активное сопротивление; 2) индуктивное сопротивление? Ответ: 1) 0,7; 2) 0,7.

19.10. Плоский конденсатор с площадью пластин $S=100$ мм² и расстоянием между ними $d=2$ мкм заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=2$. Конденсатор подключают последовательно с сопротивлением $R=1,0$ МОм в цепь переменного тока частотой $\nu=360$ Гц. Какую часть полного сопротивления цепи будет составлять сопротивление конденсатора? Как изменится это отношение, если из конденсатора вытечет диэлектрик? Ответ: 0,45; 0,7.

19.11. Конденсатор емкостью $C=20$ мкФ и реостат, активное сопротивление которого равно $R=80,0$ Ом, включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц. Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляет падение напряжения: 1) на конденсаторе; 2) на реостате? Ответ: 1) 0,89; 2) 0,45.

19.12. Реостат, активное сопротивление которого равно $R=90$ Ом, и катушка индуктивностью $L=0,19$ Гн включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц. Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляет падение напряжения: 1) на катушке; 2) на реостате? Ответ: 1) 0,56; 2) 0,83.

19.13. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно в цепь переменного тока напряжением 440 В и частотой 50 Гц. Какую емкость должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток в 0,5 А и падение напряжения на лампочке было равно 110 В? Ответ: 3,7 мкФ.

19.14. Катушка индуктивности и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Чему равна индуктивность катушки, если через лампочку протекает ток в 0,4 А, а падение потенциала на лампочке равно 110 В? Ответ: 1,5 Гн.

19.15. В цепь переменного напряжения 220 В и частотой 50 Гц включены последовательно емкость 35,4 мкФ, активное сопротивление 100 Ом и индуктивность 0,7 Гн. Найти силу тока в цепи и падение

напряжения на емкости, омическом сопротивлении и индуктивности. Ответ: 1,34 А; 121 В; 134 В; 295 В.

19.16. Лампочка с активным сопротивлением $R=50$ Ом включена последовательно с индуктивностью $L=0,19$ Гн в сеть переменного тока частоты 50 Гц и потребляет мощность $P=68$ Вт. Чему станет равна потребляемая лампочкой мощность, если в цепь последовательно включить конденсатор $C=106$ мкФ? Ответ: 122 Вт.

19.17. Катушка намотана в один слой медным проводом диаметром 0,2 мм на цилиндрический каркас диаметром 1,0 см и длиной 8,0 см так, что витки плотно прилегают к друг другу. Катушка подключена к источнику переменного тока с напряжением 10 В и частотой 4 кГц. Определить индуктивность катушки и силу тока в ней. Какой станет сила тока, если катушку присоединить к источнику постоянного тока с таким же напряжением? Ответ: 0,2 мГн; 1,2 А; 1,47 А.

19.18. Колебательный контур, содержащий последовательно соединенные катушку индуктивности L , конденсатор емкостью $C=2,5$ мкФ и активное сопротивление $R=1,27$ кОм, подключен к источнику переменного тока частотой $\nu=50$ Гц. Индуктивность контура подобрана таким образом, что в контуре течет максимально возможный ток. Как изменится величина этого тока, если из конденсатора вытечет диэлектрик с проницаемостью $\epsilon=3$? Ответ: уменьшится в 2,24 раза.

19.19. К источнику переменного тока с напряжением 30 В и круговой частотой 10^4 с⁻¹ последовательно соединены катушка с индуктивностью 0,6 мГн и с активным сопротивлением 3 Ом и батарея конденсаторов переменной емкости от 10 до 50 мкФ. В каких пределах будет изменяться сила тока в этой цепи, если емкость батареи плавно изменять от минимального до максимального значения? Ответ: от 6 до 10 А.

19.20. В цепь переменного напряжения $U=6$ В и частотой $\nu=100$ кГц включены последовательно резистор $R=60$ Ом и плоский конденсатор (площадь пластин $S=10^3$ см², расстояние между пластинами $d=0,1$ мм, диэлектрическая проницаемость диэлектрика между пластинами $\epsilon=2$). На сколько и как изменится мощность, выделяемая на резисторе, если в цепь дополнительно включить катушку с индуктивностью $L=0,143$ мГн? Ответ: на 0,42 Вт.

19.21. В колебательном контуре, изображенном на рис. 19.1, емкость плоского воздушного конденсатора может изменяться путем изменения площади перекрытия пластин. Чему равна эта площадь, если расстояние между пластинами конденсатора $d=1,0$ мм, а в контуре при частоте $\nu=100$ кГц течет максимально возможный ток? Индуктивность катушки $L=0,29$ Гн. Ответ: 10 см².

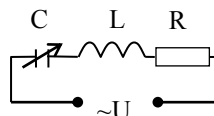


Рис.19.1

19.22. Катушку индуктивностью $L=0,1$ Гн и сопротивлением $R=10$ Ом подключили к источнику переменного тока с циклической частотой $\omega=100$ с⁻¹. При этом по катушке шел ток $I=1,0$ А. Каким станет ток после подключения последовательно катушке конденсатора емкости $C=2$ мФ? Ответ: 1,27 А.

19.23. Найти количество теплоты, выделяемое за время $t=5$ мин на катушке индуктивностью $L=5$ мГн и сопротивлением $R=2,75$ Ом, подключенной к источнику переменного тока с амплитудным значением ЭДС $U_0=5$ В и частотой $\nu=50$ Гц. Ответ: 10^{30} Дж.

19.24. За время $t=5$ мин на катушке индуктивностью $L=20$ мГн и сопротивлением $R=6,0$ Ом, подключенной к источнику переменного тока с циклической частотой $\omega=300$ рад/с, выделилось количество теплоты $Q=18$ Дж. Последовательно катушке в цепь подключают конденсатор емкости $C=278$ мкФ. Сколько тепла после этого выделится на катушке за время $\tau=10$ мин? Ответ: 36 Дж.

19.25. Как изменится ток в колебательном контуре, состоящем из последовательно соединенных катушки с индуктивностью L , конденсатора емкости $C=0,5$ мФ и реостата сопротивлением $R=10$ Ом, если в контур последовательно включить еще одну такую же катушку. Рассмотреть два случая: 1) $L=0,25$ Гн; 2) $L=0,075$ Гн. Циклическая частота в обоих случаях равна $\omega=100$ с⁻¹. Ответ: 1) уменьшится в 2,8 раза; 2) увеличится в 1,4 раза.

20. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

20.1. Электрон, ускоренный напряжением $U=200$ В, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,7 \cdot 10^{-4}$ Тл перпендикулярно силовым линиям. Найти радиус окружности, по которой движется электрон в магнитном поле и период его вращения. Ответ: $R=0,68$ м; $T=5,1 \cdot 10^{-7}$ с.

20.2. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U=20$ кВ, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,1$ Тл перпендикулярно силовым линиям. Найти радиус окружности, по которой движется протон в магнитном поле и угловую скорость его вращения. Ответ: $R=0,2$ м; $\omega=9,6 \cdot 10^6$ с⁻¹.

20.3. α -частица разгоняется электрическим полем и попадает в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,1$ Тл. Траектория движения частицы в магнитном поле представляет собой окружность радиуса $R=15,0$ см. Определите напряжение разгоняющего поля. Ответ: 5,4 кВ.

20.4. Электрон в ускоряющем электрическом поле прошел расстояние $S=20$ см и влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B=1,5$ мТл перпендикулярно силовым линиям. Определить напряженность ускоряющего электрического поля, если радиус кривизны траектории электрона в магнитном поле равен $R=10$ см. Ответ: $E=9,9$ кВ/м.

20.5. В однородном электрическом поле α -частица двигалась равноускоренно, прошла расстояние $S=20$ см и попала в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,5$ Тл. В магнитном поле α -частица движется по окружности радиусом $R=10$ см. Определить напряженность электрического поля. Ответ: $E=300$ кВ/м.

20.6. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов $U=100$ В и влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B=2,0$ мТл. Вектор скорости электрона направлен под углом $\alpha=30^\circ$ к линиям индукции. Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться частица. Ответ: $R=8,4$ мм; $h=92$ мм.

20.7. Протон, разгоняясь в электрическом поле, попадает в однородное магнитное поле с индукцией 29 мТл и движется под углом $\alpha=30^\circ$ к линиям магнитной индукции. Шаг винтовой траектории протона составляет 2 см. Найти ускоряющую разность потенциалов электрического поля. Ответ: $U=0,54$ кВ.

20.8. Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 2 кВ, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $3,8$ мТл и начал двигаться по винтовой линии радиуса 2 см. Под каким углом влетел электрон в магнитное поле? Ответ: $\alpha=30^\circ$.

20.9. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов попадает в однородное магнитное поле с индукцией $B=30$ мТл. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R=0,2$ мм и шагом $h=2,1$ мм. Определить ускоряющую разность потенциалов электрического поля. Ответ: $U=12$ В.

20.10. Электрон, ускоренный разностью потенциалов, попадает в однородное магнитное поле с индукцией 9 мТл и движется по винтовой линии с радиусом $0,9$ см и шагом $7,8$ см. Определить ускоряющую разность потенциалов электрического поля. Ответ: $1,7$ кВ.

20.11. Электрон в ускоряющем электрическом поле проходит расстояние $S=0,1$ м и попадает в однородное магнитное поле с индукцией $B=9$ мТл. Определить напряженность ускоряющего электрического поля, если электрон движется в магнитном поле по винтовой линии с радиусом $R=2,0$ см и шагом $h=15,6$ см. Ответ: $E=72$ кВ/м.

20.12. α -частица, ускоренная электрическим полем, прошла расстояние $S=21$ см и попала в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,5$ Тл. В магнитном поле α -частица движется по винтовой линии с

радиусом $R=5$ см и шагом $h=20$ см. Определить напряженность ускоряющего электрического поля. Ответ: $E=10^5$ В/м.

20.13. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса которого равна $m_1=12$ а.е.м., описал дугу окружности радиусом $R_1=4$ см. Определить массу второго иона m_2 , который описал дугу окружности радиусом $R_2=6$ см. Ответ: 27 а.е.м..

20.14. Ионы двух изотопов с массами $6,5 \cdot 10^{-26}$ кг и $6,8 \cdot 10^{-26}$ кг, ускоренные разностью потенциалов 0,5 кВ, влетают в однородное магнитное поле с индукцией 0,5 Тл перпендикулярно линиям индукции. Принимая заряд каждого иона равным элементарному электрическому заряду, определите, насколько отличаются радиусы траекторий ионов изотопов в магнитном поле. Ответ: $\Delta R=0,92$ мм.

20.15. Пройдя ускоряющую разность потенциалов 3,52 кВ, электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Индукция поля 0,01 Тл, радиус траектории 2 см. Определите удельный заряд электрона. Ответ: $1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

20.16. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U=1,0$ кВ, движется в однородном магнитном поле под углом $\alpha=30^\circ$ к вектору магнитной индукции, модуль которого 29 мТл. Найти шаг винтовой линии. Ответ: 2,0 см.

20.17. В плоский горизонтальный конденсатор под углом $\alpha=45^\circ$ к его пластинам влетает электрон, прошедший ускоряющее электрическое поле с разностью потенциалов $U_0=1,0$ кВ. Из конденсатора электрон вылетает параллельно его пластинам через $t=8,0$ нс и попадает в однородное магнитное поле, направленное вертикально. Магнитная индукция этого поля $B=1,0$ мТл. Определить радиус траектории электрона в магнитном поле и длину пластин конденсатора. Ответ: $R=75$ мм; $l=10,6$ см.

20.18. Электрон влетает со скоростью $v_0=10^7$ м/с в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам, длина которых $l=10,0$ см. Напряжение между пластинами конденсатора $U=200$ В, расстояние между пластинами $d=2$ см. При вылете из конденсатора электрон попадает в горизонтальное магнитное поле, направленное перпендикулярно вектору v_0 . В магнитном поле электрон движется по окружности радиуса $R=2,1$ см. Определить величину индукции магнитного поля. Под каким углом электрон вылетает из конденсатора? Ответ: $B=5,5$ мТл; $\alpha=60,4^\circ$.

20.19. Электрон в ускоряющем электрическом поле проходит расстояние $S=16$ см и попадает в однородное магнитное поле с индукцией $B=8$ мТл под углом $\alpha=45^\circ$ к линиям магнитной индукции. Определить напряженность ускоряющего электрического поля, если электрон дви-

жется в магнитном поле по винтовой линии с шагом $h=6,28$ см. Ответ: $E=7$ кВ/м.

20.20. Электрон влетает со скоростью $v=10$ Мм/с в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам, длина которых $l=4,0$ см и вылетает из него под углом $\alpha=45^\circ$ к первоначальному направлению скорости и попадает в однородное горизонтальное магнитное поле, направленное вдоль вектора $\mathbf{v}$. В магнитном поле электрон движется по винтовой линии с радиусом $R=1,0$ см. Определить напряженность электрического и магнитных полей. Ответ: $14,2$ кВ/м; $4,5$ кА/м.

20.21. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U=300$ В, влетает в магнитное поле соленоида под углом $\alpha=30^\circ$ к его оси. Соленоид содержит $N=800$ витков, его длина соленоида $l=0,5$ м. Найти радиус винтовой траектории электрона в магнитном поле, если по соленоиду протекает ток $I=1$ А. Ответ: $1,46$ см.

20.22. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U=1$ кВ, влетает в магнитное поле соленоида под углом $\alpha=45^\circ$ к его оси. Соленоид содержит $N=1000$ витков, его длина соленоида $l=0,5$ м. Найти шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле, если по соленоиду протекает ток $I=2$ А. Ответ: $9,4$ см.

20.23. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U=3$ кВ, влетает в магнитное поле соленоида под углом $\alpha=30^\circ$ к его оси. Длина соленоида $l=25$ см. Число ампер-витков соленоида $I \cdot N=5000$ А·в. Найти шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле. Ответ: 4 см.

20.24. Электрон влетает со скоростью $v_0=10^7$ м/с в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам, длина которых $l=5,0$ см. Напряженность электрического поля конденсатора $E=10,0$ кВ/м. При вылете из конденсатора электрон попадает в однородное магнитное поле, направленное вдоль вектора начальной скорости. В магнитном поле электрон движется по винтовой линии с радиусом $R=3,3$ см. Определить величину индукции магнитного поля. Ответ: $B=1,5$ мТл.

20.25. Электрон влетает со скоростью $v_0=10$ Мм/с в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам, длина которых $5,0$ см. Напряженность электрического поля конденсатора 10^4 В/м. При вылете из конденсатора электрон попадает в однородное магнитное поле, направленное вдоль вектора $\mathbf{v}_0$. Магнитная индукция этого поля 10 мТл. Определить радиус и шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле. Ответ: 5 мм; $3,6$ см.

21. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. ЗАКОН МАЛЮСА

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где I_0 и I – интенсивность плоскополяризованного света, падающего и прошедшего через поляризатор;

φ – угол между плоскостью поляризации падающего света и главной плоскостью поляризатора.

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} \alpha = n_{21}.$$

Угол поворота плоскости поляризации света:

в кристаллах и чистых растворах $\varphi = \alpha l$;
в растворах $\varphi = \alpha' c l$,

где α – постоянная вращения; C – концентрация оптически активного вещества в растворе; l – расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе.

21.1. Два поляризатора расположены так, что угол между их плоскостями пропускания равен 25° . Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света при прохождении: 1) через один (первый) поляризатор, 2) через оба поляризатора. Коэффициент поглощения света в поляризаторе равен 0,08. Ответ: 2,17; 2,88.

21.2. Естественный свет проходит через систему «поляризатор-анализатор», каждый из них имеет коэффициент поглощения, равный 0,05. Во сколько раз изменится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол между плоскостями пропускания анализатора и поляризатора изменить от 25 до 45° ? Ответ: 1,64.

21.3. Известно, что коэффициент пропускания света николя составляет 0,88. Во сколько раз изменится интенсивность естественного света при прохождении: 1) через такой николю; 2) через два последовательно установленных николя, развернутых друг относительно друга своими плоскостями пропускания на угол 60° ? Ответ: 2,27; 10,3.

21.4. Стекланную пластину установили так, что падающий на нее сверху в вертикальной плоскости под углом Брюстера узкий луч естественного света после отражения распространяется горизонтально. На пути отраженного луча установили поляризатор. Как нужно ориентировать этот поляризатор (плоскостью пропускания относительно вертикали), чтобы поляризатор изменил интенсивность света в 4 раза? Ответ: 30° .

21.5. Поляризованный свет падает на систему из двух последовательно расположенных поляризаторов, плоскости пропускания которых составляют 60° . Причем угол между плоскостью поляризации падающего света и плоскостью пропускания первого поляризатора равен 30° . Во сколько изменяет интенсивность света первый поляризатор? Оба поляризатора? Ответ: 1,3; 5,3.

21.6. Решить предыдущую задачу при условии, что каждый поляризатор имеет коэффициент поглощения, равный 0,1. Ответ: 1,5; 6,6.

21.7. Угол между плоскостями пропускания двух поляризаторов равен 50° . Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 8 раз. Пренебрегая потерями света при отражении, определить коэффициент поглощения света в поляризаторах. Ответ: 0,22.

21.8. Первый поляризатор установлен так, что его плоскость пропускания вертикальна, второй поляризатор развернут по отношению к первому на угол 20° . Во сколько раз изменит интенсивность естественного света такая система? Под каким углом к вертикали нужно установить третий поляризатор, чтобы свет через такую систему не прошел? Ответ: 2,3; 70° .

21.9. Решить задачу 21.8 при условии, что поляризаторы имеют коэффициенты поглощения соответственно равные 0,05, 0,1, 0,15. Ответ: 2,65; 70° .

21.10. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен α . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8% падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9% интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти по этим данным угол α . Ответ: $62,5^\circ$.

21.11. На сколько процентов уменьшится интенсивность естественного света после прохождения через систему из трех последовательно расположенных николей, если каждый из них развернут по отношению к предыдущему на 30° , а потери света на поглощение в каждом никеле составляют 8%? Ответ: 78%.

21.12. Три последовательно расположенных поляризатора установлены так, что плоскость пропускания последующего поляризатора составляет $\alpha=20^\circ$ с плоскостью пропускания предыдущего. Во сколько раз такая система ослабляет интенсивность естественного света? Во сколько раз изменится интенсивность света, выходящего из последнего поляризатора, если угол α увеличить до 30° ? Ответ: 2,56; 3,56.

21.13. Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных поляризаторов, причем плоскость пропускания среднего поляризатора составляет угол 60° с такими же плоскостями двух других поляризаторов. Каждый поляризатор обладает поглощением таким, что при падении на него поляризованного света

коэффициент пропускания составляет 0,81. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения такой системы? Ответ: в 60.

21.14. Пучок естественного света падает на систему из $N=6$ николей, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол 30° относительно плоскости пропускания предыдущего николя. Какая часть светового потока проходит через эту систему? Ответ: 0,12.

21.15. Плоскополяризованный свет падает на призму Николя и полностью гасится. Но если на пути падающего луча поместить кварцевую пластинку толщиной 1,6 мм, то призма Николя будет ослаблять интенсивность света в два раза. Определить по этим данным постоянную вращения кварца. Поглощением и отражением света николем пренебречь. Ответ: 0,49 рад/мм.

21.16. Плоскополяризованный свет падает на призму Николя так, что его плоскость колебаний составляет некоторый угол ϕ_0 с плоскостью пропускания призмы. После того, как на пути падающего луча поставили кварцевую пластинку толщиной 0,5 мм, интенсивность света, выходящего из призмы, уменьшилась в 2,5 раза. Определить по этим данным угол ϕ_0 . Постоянная вращения кварца равна 30 град/мм, потерями света на поглощение в никеле пренебречь. Ответ: 52° .

21.17. Решить предыдущую задачу при условии, что потери света на поглощение в призме Николя составляют 10%. Ответ: $63,2^\circ$.

21.18. Естественный свет падает на систему из двух поляризаторов, угол между плоскостями которых составляет 20° . Потери света на поглощение в каждом поляризаторе составляют 11%. Во сколько раз изменится интенсивность света, вышедшего из второго поляризатора, если между ними поместить кварцевую пластинку толщиной 0,5 мм. Постоянная вращения кварца 40 град/мм. Считать, что пластина поворачивает плоскость поляризации света в сторону, противоположную повороту второго поляризатора. Ответ: 1,13.

21.19. Решить предыдущую задачу при условии, что поглощение в поляризаторах отсутствует, и что толщина кварцевой пластины 1 мм. Ответ: не изменится.

21.20. На первый из двух последовательно установленных поляризаторов падает поляризованный свет, плоскость поляризации которого составляет 10° с плоскостью пропускания поляризатора. Угол между плоскостями поляризаторов составляет 33° . На пути падающего на первый поляризатор света установили кварцевую пластину толщиной 1 мм (постоянная вращения кварца 20 град/мм). Во сколько раз изменится интенсивность света при прохождении такой системы? Ответ: 1,9 или 1,47.

21.21. Решить задачу 21.20 при условии, что кварцевую пластину устанавливают между поляризаторами. Ответ: 2, 85 или 1,06.

21.22. На систему, состоящую из двух поляризаторов, падает естественный свет. Поляризаторы установлены друг относительно друга так, что интенсивность света, выходящего из второго поляризатора, максимальна. Имеется кварцевая пластина толщиной 2 мм с постоянной вращения 15 град/мм. Во сколько раз изменяет интенсивность света система, состоящая из двух поляризаторов и пластины, если: 1) кварцевую пластину поставить перед первым поляризатором; 2) перед вторым поляризатором ? Ответ: 2; 2,67.

21.23. Поляризатор и анализатор установлены так, что их плоскости пропускания параллельны. На поляризатор падает естественный свет. Во сколько раз такая система ослабляет интенсивность света? Во сколько раз будет ослабляться интенсивность света, если между поляризатором и анализатором установить трубку длиной 30 см, содержащую водный раствор сахара с концентрацией 20%? Удельное вращение раствора 6,6 град/м·%. Поглощением света пренебречь. Ответ: 2; 3,37.

21.24. На систему из двух поляризаторов падает естественный свет. Поляризаторы ориентированы друг относительно друга так, что интенсивность выходящего из второго поляризатора света в 2,3 раза меньше, чем интенсивность падающего света. Как и во сколько раз может измениться интенсивность выходящего света, если между поляризаторами поместить трубку длиной 0,2 м с раствором сахара в воде с концентрацией 15%? Удельное вращение раствора равно 6,5 град/(м·%). Ответ: 2 или 3,48.

21.25. Какую трубку с раствором сахара ($C \cdot l$) необходимо поставить между двумя скрещенными поляризаторами, чтобы интенсивность света, вышедшего из второго поляризатора, оказалась в 3 раза меньше интенсивности естественного света, падающего на первый поляризатор? Считать, что удельное вращение раствора равно 6,23 град/(%·м). Трубка поглощает 15% проходящего через нее света, поляризаторы прозрачны. Ответ: $C \cdot l = 10 \% \cdot \text{м}$.

22. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ОТ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ СВЕТА

Условие интерференционного максимума:

$$\Delta\varphi = 2k\pi, \Delta l = \pm k\lambda.$$

Условие интерференционного минимума:

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi, \Delta l = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2},$$

где $k=0,1,2,\dots$, λ - длина световой волны в вакууме.

Формулы приближенного вычисления: если $a \ll 1$, то

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a, \quad \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a,$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a, \quad \frac{1}{(1 \pm a)^2} = 1 \mp a.$$

22.1. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает на пластинку перпендикулярно. Показатель преломления пластинки $n=1,5$. Длина волны света $\lambda=6 \cdot 10^{-7}$ м. Какова толщина пластинки? Ответ: 6 мкм.

22.2. В опыте Юнга стеклянная пластинка толщиной в 2 см помещается на пути одного из интерферирующих лучей перпендикулярно лучу. На сколько могут отличаться друг от друга значения показателя преломления в различных местах пластинки, чтобы изменение разности хода от этой неоднородности не превышало 1 мкм? Ответ: $\Delta n \leq 5 \cdot 10^{-5}$.

22.3. На рис.22.1 показана схема интерферометра, служащего для измерения показателя преломления прозрачных веществ. Здесь S – узкая щель, освещаемая монохроматическим светом длиной волны $\lambda=589$ нм, 1 и 2 – две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых $L=10$ см, Д – диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке 1 заменили аммиаком, то интерференционная картина на экране Э сместилась вверх на $N=17$ полос. Показатель преломления воздуха $n=1,000277$. Определить показатель преломления аммиака. Ответ: $n=1,000377$.

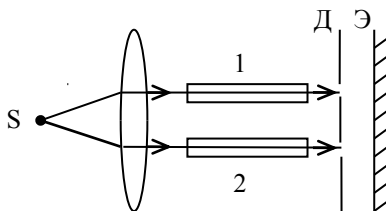


Рис. 22.1

22.4. Пучок лазерного излучения с длиной волны $\lambda=633$ нм падает по нормали на преграду с двумя узкими щелями. На экране, установленном за преградой, наблюдается система интерференционных полос. В какую сторону и на какое число полос сместится интерференционная картина, если одну из щелей перекрыть прозрачной пластинкой толщины $a=10$ мкм, изготовленной из материала с показателем преломления $n=1,633$? Ответ: $N=10$ полос, в сторону перекрытой щели.

22.5. Пучок лазерного излучения с длиной волны $\lambda=500$ нм падает по нормали на преграду с двумя узкими щелями. На экране, установленном за преградой, наблюдается система интерференционных полос. По

сле того, как щели перекрыли прозрачной пластинкой толщины $a=10$ мкм, интерференционная картина сдвинулась на $N=3$ полосы. На сколько отличаются показатели преломления пластинки в точках расположения щелей? Ответ: 0,15.

22.6. Монохроматическое излучение с длиной волны $\lambda=0,5$ мкм нормально падает на диафрагму с двумя узкими щелями. За диафрагмой установлен экран, на котором наблюдается интерференционная картина. Если щели закрыть стеклянной пластиной с показателем преломления $n=1,633$, то вся интерференционная картина сдвинулась на три полосы. На сколько отличается толщина пластинки в точках расположения щелей? Ответ: 3 мкм.

22.7. Расстояние между двумя когерентными источниками света ($\lambda=0,5$ мкм) равно $d=0,1$ мм. Расстояние между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно $\Delta x=1,0$ см. Определить расстояние от источников до экрана. Ответ: $L=2$ м.

22.8. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр ($\lambda_{\text{зел}}=5,0 \cdot 10^{-5}$ см) заменить красным ($\lambda_{\text{кр}}=6,5 \cdot 10^{-5}$ см)? Ответ: в 1,3 раза.

22.9. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом длиной волны $\lambda=6,0 \cdot 10^{-5}$ см, расстояние между отверстиями равно $d=1,0$ мм и расстояние от отверстий до экрана $L=3$ м. Найти положение трех первых светлых полос. Ответ: 1,8 мм, 3,6 мм, 5,4 мм.

22.10. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга равно $d=1,0$ мм, расстояние от щелей до экрана $L=3$ м. Определить длину волны, испускаемой источником монохроматического света, если ширина полос интерференции на экране равна $\Delta x=1,5$ мм. Ответ: $\lambda=500$ нм.

22.11. В опыте Юнга расстояние между двумя щелями равно $d=0,8$ мм, длина волны $\lambda=640$ нм. На каком расстоянии от щелей следует расположить экран, чтобы ширина интерференционной полосы на экране оказалась равной $\Delta x=2,0$ мм. Ответ: $L=2,5$ м.

22.12. В опыте, подобном тому, с помощью которого Юнг впервые определил длину волны света, пучок солнечных лучей, пройдя через светофильтр и узкую щель в непрозрачной преграде, падал на вторую преграду с двумя узкими щелями, находящимися на расстоянии $d=1,0$ мм друг от друга. За преградой на расстоянии $L=1,0$ м располагается экран, на котором наблюдались интерференционные полосы. Ширина полосы оказалась равной: а) $\Delta x=0,65$ мм для красного света и б) $\Delta x=0,45$ мм для синего света. Определить длину световой волны. Ответ: а) $\lambda=0,65$ мкм, б) $\lambda=0,45$ мкм.

22.13. В опыте Юнга источник испускает свет с длинами волн $\lambda_1=0,5$ мкм и $\lambda_2=0,6$ мкм. На экране, расположенном параллельно щелям,

наблюдаются две перекрывающиеся интерференционные картины. Какой наименьший по счету (не считая центрального) максимум интерференционной картины от волны λ_1 строго наложится на максимум интерференционной картины от волны с λ_2 ? Ответ: шестой.

22.14. В опыте Юнга источник испускает свет с длинами волн $\lambda_1=0,45$ мкм и $\lambda_2=0,54$ мкм. На экране, расположенном параллельно щелям, наблюдаются две перекрывающиеся интерференционные картины. Какой наименьший по счету (не считая центрального) максимум интерференционной картины от волны λ_1 строго наложится на минимум интерференционной картины от волны с λ_2 ? Ответ: третий.

22.15. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света было равно 0,5 мм, расстояние до экрана 5 м. В зеленом свете получились интерференционные полосы на расстоянии 5 мм друг от друга. Найти длину волны зеленого света. Ответ: $\lambda=0,5$ мкм.

22.16. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света ($\lambda=0,6$ мкм) было равно 0,5 мм, расстояние до экрана 3 м. Определить ширину полос интерференции на экране. Ответ: 3,6 мм.

22.17. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте с зеркалами Френеля, если фиолетовый светофильтр ($\lambda_{\text{ф}}=0,4$ мкм), закрывающий источник света от зеркал, заменить желтым ($\lambda_{\text{ж}}=0,6$ мкм)? Ответ: в 1,5 раза.

22.18. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света ($\lambda=0,5$ мкм) было равно 0,5 мм, расстояние от них до экрана 2 м. Определить на сколько сместится положение пятого максимума после того, как всю систему поместят в воду с показателем преломления $n=1,33$. Ответ: приблизится к центру картины на 2,5 мм.

22.19. Источник света S ($\lambda=0,6$ мкм) и плоское зеркало М расположены так, как показано на рис. 22.2 (зеркало Ллойда). Что будет наблюдаться в точке Р экрана, где сходятся лучи SP и SMP, – свет или темнота, если $|SP|=2$ м, $a=0,55$ мм а $|SM|=|MP|$? Ответ: свет.

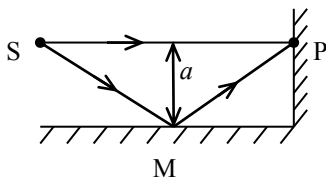


Рис. 22.2

22.20. В опыте Ллойда (см. рис. 22.2) свет, падающий на экран напрямую от источника, загородили плоской прозрачной пластинкой шириной $d=9$ мкм, изготовленной из материала с показателем преломления $n=1,5$. В какую сторону и на какое число полос сместится интерференционная картина на экране, если длина волны света $\lambda=0,45$ мкм? Ответ: 10, в сторону от зеркала.

22.21. Два точечных источника света расположены на расстоянии $d=2$ мм друг от друга и равноудалены от экрана на $L=3$ м. Длина волны

света, излучаемого источниками, $\lambda=0,6$ мкм. Определить результат интерференции света в точке, находящейся на расстоянии $x=3,6$ мм от центра экрана. Ответ: 4-й максимум.

22.22. По условию предыдущей задачи найти ширину интерференционной полосы на экране (расстояние между соседними минимумами). Ответ: $\Delta x=0,9$ мм.

10.23. От когерентных источников S_1 и S_2 выделены лучи 1 и 2, которые падают на экран в точку А (рис.22.3). Причем луч 1 распространяется перпендикулярно экрану. На рисунке $L=4$ м, $d=3$ мм. Какова длина волны света источников, если в точке А образуется второй минимум? Ответ: $\lambda=0,45$ мкм.

22.24. Определить результат интерференции лучей 1 и 2 в точке А на рис. 22.3 предыдущей задачи, если $d=3$ мм, $L=3$ м и длина волны света источников S_1 и S_2 равна $\lambda=0,5$ мкм. Ответ: максимум.

22.25. Решить задачу 22.23 с учетом того, что на пути луча 2 перпендикулярно ему установлена стеклянная пластинка толщиной $d=1,1$ мкм с показателем преломления $n=1,5$. Ответ: $0,65$ мкм.

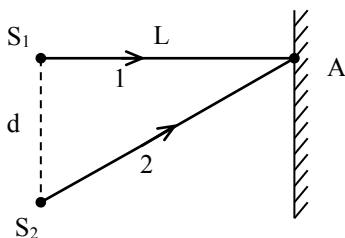


Рис. 22.3

22.26. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на расстояние $2,5$ мм. На экране, расположенном за диафрагмой на 100 см, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщиной 10 мкм? Ответ: сместятся в сторону перекрытой щели на 2 мм.

23. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ НА ПЛЕНКАХ

Оптическая разность хода световых лучей, отраженных от тонкой пластины толщиной d ,

$$\Delta L = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2},$$

где n – показатель преломления пленки; i – угол падения; λ – длина волны света.

Условия максимума и минимума интерференции

$$\Delta L = k\lambda, \Delta L = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

где k – целое число.

Справочные данные:

$$l^0 = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад},$$

$$l' = 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ рад},$$

$$l'' = 4,85 \cdot 10^{-6} \text{ рад}.$$

23.1. Плоскопараллельная стеклянная пластинка толщиной $d=1,2$ мкм и с показателем преломления $n_{\text{ст}}=1,5$ помещена между двумя средами с показателями преломления n_1 и n_2 . Свет с длиной волны $\lambda=0,6$ мкм падает нормально на пластинку. Определите оптическую разность хода волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пластинки, и определите, что усиление или ослабление интенсивности происходит при интерференции в следующих случаях: а) $n_1 < n < n_2$; б) $n_1 < n > n_2$. Ответ: а) 3,6 мкм, максимум, б) 3,3 мкм, минимум.

23.2. Свет с длиной волны $\lambda=0,4$ мкм падает нормально на плоскопараллельную пластинку с показателем преломления 1,5 и толщиной 1,0 мм, которая находится между двумя средами с показателями преломления n_1 и n_2 . Определите оптическую разность хода волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пластинки, и результат их интерференции в следующих случаях: а) $n_1 > n > n_2$; б) $n_1 > n < n_2$. Ответ: а) 3,0 мкм, минимум, б) 3,2 мкм, максимум.

23.3. На мыльную пленку с показателем преломления $n=1,3$, находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. В результате интерференции отраженные лучи с длиной волны $\lambda=0,55$ мкм оказываются максимально усиленными. Определите: а) оптическую разность хода интерферирующих лучей (в общем виде), б) наименьшую толщину пленки, при которой произойдет это усиление. Ответ: 0,11 мкм.

23.4. Белый свет падает нормально на мыльную пленку с показателем преломления 1,3, находящуюся в воздухе. В результате интерференции проходящие лучи с длиной волны $\lambda=0,70$ мкм оказываются максимально ослабленными. Определите: а) оптическую разность хода интерферирующих лучей (в общем виде), б) наименьшую толщину пленки, при которой произойдет это ослабление. Ответ: 0,135 мкм

23.5. Пучок белого света падает нормально к поверхности стеклянной пластинки толщиной $d=0,5$ мкм, находящейся в воздухе. Показатель преломления стекла $n=1,5$. В результате интерференции интенсивность некоторых волн, длины которых лежат в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливается при отражении. Определите длины этих волн. Ответ: 0,6 мкм; 4 0,43 мкм.

23.6. Белый свет падает нормально на поверхность стеклянной пластинки толщиной $d=0,4$ мкм, находящейся в воздухе. Показатель преломления стекла $n_{\text{ст}}=1,5$. Определите: а) геометрическую и оптическую разности хода интерферирующих лучей в проходящем свете, б) длины волн, интенсивность которых ослабляется после прохождения пластинки. Считать, что видимая часть спектра лежит в интервале длин волн от 0,4 до 0,7 мкм. Ответ: 0,8 мкм; 1,2 мкм; 0,48 мкм.

23.7. Пучок белого света падает нормально к поверхности стеклянной пластинки толщиной $4 \cdot 10^{-7}$ м, лежащей на грани алмаза с показателем преломления $n=2,42$. Показатель преломления стекла $n_{\text{ст}}=1,5$. В результате интерференции интенсивность некоторых волн, длины которых лежат в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливается при отражении. Определите: а) геометрическую разность хода интерферирующих лучей; б) оптическую разность хода интерферирующих лучей; в) длины волн, интенсивность которых усиливается при отражении. Ответ: 0,8 мкм; 1,2 мкм; 0,6 мкм; 0,4 мкм.

23.8. На мыльную пленку, находящуюся в воздухе, падает белый свет под углом $i=45^\circ$ к поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды $n=1,33$. В результате интерференции отраженные лучи оказываются окрашенными в желтый цвет (длина волны $\lambda=600$ нм). Найти наименьшую толщину пленки, при которой произойдет это усиление. Ответ: 0,133 мкм.

23.9. На поверхность стеклянной пластинки с показателем преломления $n_{\text{ст}}=1,5$ нанесена тонкая прозрачная пленка с показателем преломления 1,2. Белый свет падает под углом $i=45^\circ$ к поверхности пленки. В результате интерференции отраженные лучи оказываются окрашенными в желтый цвет, длина волны которого 0,58 мкм. Определите, при каких толщинах пленки наблюдается такое явление. Ответ: 0,3 мкм; 0,6 мкм.

23.10. Пленка с показателем $n=1,33$ находится в воздухе. В результате интерференции свет с длиной волны $\lambda_1=0,64$ мкм испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны $\lambda_2=0,4$ мкм не отражается совсем. Угол падения света $i=30^\circ$. Определите наименьшую толщину пленки, при которой произойдет это усиление и ослабление. Ответ: 0,65 мкм.

23.11. Мыльная пленка, расположенная в воздухе вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. При наблюдении интерференционных полос в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 533$ нм оказалось, что расстояние между первой и пятой интерференционными полосами $\ell = 2$ см. Свет падает перпендикулярно к поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$. Найдите угол клина. Ответ: $4 \cdot 10^{-5}$ рад.

23.12. Мыльная пленка, расположенная в воздухе вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Интерференция на пленке наблюдается в отраженном свете через красное стекло (длина волны света $\lambda_1 = 631$ нм). Расстояние между соседними красными полосами при этом равно $\ell_1 = 3$ мм. Затем эта же пленка наблюдается через фиолетовое стекло ($\lambda_2 = 400$ нм). Найдите расстояние ℓ_2 между соседними синими интерференционными полосами. Считать, что за время измерений форма пленки не изменится и свет падает перпендикулярно к поверхности пленки. Ответ: 1,9 мм.

23.13. Монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 582$ нм падает нормально к поверхности стеклянного клина с показателем преломления $n = 1,5$, помещенного между средами с показателями преломления n_1 и n_2 (рис. 23.1). Угол клина $i = 20''$. В отраженном излучении на поверхности клина наблюдается интерференционная картина. Определите, какое количество темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина в следующих случаях: а) $n_1 > n > n_2$; б) $n_1 > n < n_2$. Ответ: 5 см^{-1} .

23.14. Тонкая клинообразная стеклянная пластина ($n = 1,5$) с углом $i = 1/3$ угл. мин. находится между двумя средами с показателями преломления n_1 и n_2 , как показано на рис. 23.1. Монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 485$ нм падает нормально к поверхности пластины. В результате интерференции в отраженном излучении на поверхности пластины наблюдается интерференционная картина, представляющая собой совокупность темных и светлых полос. Определите, какое количество светлых интерференционных полос приходится на единицу длины клина в следующих случаях: а) $n_1 < n < n_2$; б) $n_1 < n > n_2$. Ответ: 6 см^{-1} .

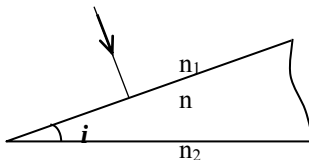


Рис. 23.1

23.15. На тонкий стеклянный клин с показателем преломления $n = 1,5$ падает нормально монохроматический свет. Клин помещен между средами с показателями преломления n_1 и n_2 (рис. 23.1). Двугранный угол между поверхностями клина $i = 2'$. В результате интерференции образуется система светлых и темных полос. Расстояние между смежными интерференционными максимумами в отраженном свете равно $b = 0,3$ мм. Определите длину световой волны в следующих случаях: а) $n_1 > n > n_2$; б) $n_1 > n < n_2$. Ответ: $0,52 \text{ мкм}$.

23.16. Монохроматический свет падает нормально на тонкий стеклянный клин с показателем преломления $n = 1,5$. Клин помещен между средами с показателями преломления n_1 и n_2 (рис. 23.1). Двугранный угол между поверхностями клина $i = 1/30$ град. В образовавшейся интерференционной картине расстояние между соседними интерференционными

минимумами в отраженном свете равно 0,4 мм. Определите длину падающей световой волны в следующих случаях: а) $n_1 < n < n_2$; б) $n_1 < n > n_2$. Ответ: 0,7 мкм.

23.17. Поверхности стеклянного клина (показатель преломления 1,5) образуют между собой угол $i = 0,3'$. Клин находится в воздухе. На клин нормально к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,524$ мкм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Определите ширину интерференционной полосы. Ответ: 2 мм.

23.18. На тонкий стеклянный клин, находящийся в воздухе, нормально к его поверхности падает монохроматический свет с длиной волны 582 нм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Определите угол между поверхностями клина, если расстояние между соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно $b = 4$ мм. Считать, что показатель преломления стекла равен 1,5. Ответ: $10''$.

23.19. Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками положили очень тонкую проволочку, расположенную параллельно линии соприкосновения пластинок и находящуюся на расстоянии $L = 75$ мм от нее. В отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определите диаметр поперечного сечения проволочки, если на протяжении $a = 30$ мм насчитывается $m = 16$ светлых полос. Ответ: 10 мкм.

23.20. Две плоскопараллельные стеклянные пластинки приложены одна к другой так, что между ними образовался воздушный клин с углом $i = 30''$. На одну из пластинок падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определите, на каких расстояниях ℓ_1 и ℓ_2 от линии соприкосновения пластинок будут наблюдаться в отраженном свете первая и вторая светлые интерференционные полосы. Ответ: 1,03; 3,09 мм.

23.21. Две плоскопараллельные стеклянные пластинки образуют клин с углом $i = 30''$. Показатель преломления стекла $n_{ст} = 1,5$. Пространство между пластинками заполнено кварцем, показатель преломления которого $n_k = 1,54$. На клин нормально к его поверхности падает пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Определите, сколько темных интерференционных полос приходится на 1 см длины клина. Ответ: 9.

23.22. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально к поверхности пластинки. Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиусы двух соседних темных колец равны 4 мм и 4,38 мм. Радиус кривизны линзы 6,4 м. Считая, что $r \ll R$, определите: а) порядковые номера колец; б) длину волны падающего света. Ответ: 5; 6; 500 нм.

23.23. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. В отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм наблюдается интерференционная картина. Считая, что радиусы интерференционных колец r много меньше радиуса кривизны линзы $R=1,2$ м, определите: а) толщину слоя воздуха там, где видно первое светлое кольцо Ньютона, б) радиус первого кольца. Ответ: 0,15 мкм; 0,6 мм.

23.24. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. В отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм наблюдается интерференционная картина. Диаметр второго светлого кольца Ньютона $d = 1,2$ мм. Считая, что радиус кольца r пренебрежимо мал по сравнению с радиусом кривизны линзы R , определите: а) геометрическую и оптическую разности хода интерферирующих лучей в месте образования второго кольца, б) оптическую силу плосковыпуклой линзы, взятой для опыта. Ответ: 0,9 и 1,2 мкм; 1,25 дптр.

23.25. Плосковыпуклая линза с оптической силой $D = 2$ дптр выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Показатель преломления стекла линзы $n_{ст} = 1,5$. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Радиус четвертого темного кольца Ньютона $r = 0,7$ мм. Считая, что радиус кольца r пренебрежимо мал по сравнению с радиусом кривизны линзы R , определите: а) геометрическую разность хода интерферирующих лучей в месте образования четвертого кольца; б) оптическую разность хода этих интерферирующих лучей; в) длину световой волны. Ответ: 1,96 мкм; 2,2 мкм; 0,49 мкм.

24. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА. ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ

24.1. Найдите радиусы первых трех зон Френеля для плоской волны, если расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения 1 м. Длина волны $\lambda=500$ нм. Ответ: 0,71; 1,0; 1,22 мм.

24.2. Плоская волна ($\lambda=0,5$ мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром 1,0 см. На каком расстоянии от отверстия на его оси должна находиться точка наблюдения, чтобы отверстие открывало: 1) одну зону Френеля; 2) две зоны Френеля? Ответ: 50; 25 м.

24.3. Точечный источник монохроматического света с длиной волны 500 нм находится на расстоянии $a=1$ м от преграды, представляющей экран с круглым отверстием, диаметр которого $D= 2$ мм. Сколько зон Френеля укладывается в этом отверстии для точки наблюдения, находящейся на расстоянии $b=1$ м от экрана на оси отверстия? Каким в световом отношении является отверстие для наблюдателя? Ответ: 4; темное.

24.4. Радиус четвертой зоны Френеля для плоского волнового фронта равен $r_4 = 3$ мм. Определить радиус шестой зоны Френеля r_6 . Ответ: $r_6=3,67$ мм.

24.5. На диафрагму с круглым отверстием диаметром $D=4$ мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda=570$ нм. Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии $v=1,0$ м от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдений поместить экран? Ответ: 7; светлое.

24.6. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен на расстоянии 1 м от точечного источника монохроматического света с длиной волны 0,5 мкм. Посередине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком наименьшем диаметре отверстия центр дифракционной картины будет темным? Ответ: 1 мм.

24.7. На плоской поверхности фронта световой монохроматической волны из некоторой точки радиус шестой зоны Френеля наблюдается равным 3 мм. Найти по этим данным радиус девятой зоны Френеля. Ответ: 3,67 мм.

24.8. На диафрагму с круглым отверстием с радиусом 0,2 см падает нормально световая плоская волна с длиной $\lambda=0,67$ мкм. На каком расстоянии от отверстия на его оси должна находиться точка наблюдения, чтобы отверстие открывало четыре зоны Френеля? Ответ: 1,5 м.

24.9. Точечный источник монохроматического света с длиной волны $\lambda=500$ нм находится на расстоянии $\ell=4$ м от экрана. Посередине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе отверстия r центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным? Ответ: 1 мм.

24.10. На непрозрачную преграду с отверстием радиуса $r=1,0$ мм падает монохроматическая плоская волна. Когда расстояние от преграды до установленного за ней экрана равно $v_1=0,575$ м, в центре дифракционной картины наблюдается максимум интенсивности. При увеличении расстояния до значения $v_2=0,862$ м максимум интенсивности сменяется следующим минимумом. Определите длину волны λ света. Ответ: $\lambda=580$ нм.

24.11. На диафрагму с диаметром 1,96 мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 600 нм. При каком наибольшем расстоянии между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно? Ответ: 0,8 м.

24.12. Точечный источник монохроматического света с длиной волны $\lambda=500$ нм находится на расстоянии $a=1$ м от ширмы с круглым отверстием диаметром $d_1=4,5$ мм. На расстоянии $v=a$ от ширмы расположен экран. Как изменится освещенность в точке экрана, лежащей на оси пучка, если диаметр отверстия увеличить до значения $d_2=5,2$ мм?

Источник света, центр отверстия и дифракционной картины находятся на одной линии. Ответ: минимум освещенности сменится максимумом.

24.13. На диафрагму с круглым отверстием радиусом $r=2$ мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda=0,55$ мкм. Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии $\varphi=1,46$ м от него. Какое световое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдений поместить экран? Ответ: зеленое пятно.

24.14. Свет от монохроматического источника с длиной волны 600 нм падает нормально на диафрагму с круглым отверстием радиусом 0,6 мм. Темным или светлым будет центр дифракционной картины на экране, находящемся на расстоянии 0,3 м от диафрагмы? На сколько минимально необходимо увеличить радиус отверстия, чтобы освещенность в центре картины изменилась на противоположную? Ответ: темный; 0,13 мм.

24.15. Между точечным источником света ($\lambda=0,50$ мкм) и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием радиусом $r=1,0$ мм. Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны соответственно $a=200$ см и $\varphi=200$ см. Как изменится освещенность экрана в точке, лежащей против центра отверстия, если точечный источник заменить плоской волной? Ответ: минимум освещенности сменится максимумом.

24.16. На диафрагму с круглым отверстием диаметром 4 мм нормально падает плоская монохроматическая световая волна с длиной 680 нм. На оси отверстия за диафрагмой на расстоянии 2,94 м образуется минимум интерференции дифрагирующих лучей. На каком расстоянии от диафрагмы образуется следующий минимум? Ответ: 1,47 м.

24.17. На круглое отверстие в перпендикулярном направлении падают параллельные световые лучи с длиной волны 0,41 мкм. За отверстием установлен экран, на котором образуется дифракционная картина. Максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины образуется темное пятно, равно 4,88 м. Каким станет центр дифракционной картины, если экран приблизить к отверстию на 1,63 м? Ответ: фиолетовый.

24.18. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии l от точечного источника монохроматического света ($\lambda=600$ нм). На расстоянии $a=0,5$ l от источника света помещена круглая непрозрачная преграда диаметром $D=0,3$ см. Найти расстояние l , если преграда закрывает только центральную зону Френеля. Ответ: $l=15$ м.

24.19. В плоском листе сделано небольшое круглое отверстие, диаметр которого можно менять. На отверстие перпендикулярно ему с одной стороны падает свет с длиной волны 0,7 мкм, а с другой стороны на оси отверстия на расстоянии 2 м находится точка наблюдения. Каким в световом отношении будет наблюдаться отверстие, если его диаметр сделать равным: 1) 2,36 мм; 2) 3,34 мм; 3) 4,1 мм? Ответ: красное, темное, красное.

24.20. Найдите радиусы первых трех зон Френеля для сферической волны, если расстояние от источника света до волновой поверхности $a=1,0$ м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения $b=1,0$ м. Длина волны $\lambda=500$ нм. Ответ: 0,5 мм; 0,71 мм; 0,87 мм.

24.21. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого r можно менять в процессе опыта. Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны $a=100$ см и $b=125$ см. Определить длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при $r_1=1,00$ мм и следующий максимум при $r_2=1,29$ мм. Ответ: $\lambda=0,6$ мкм.

24.22. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен на расстоянии $l=2$ м от точечного источника монохроматического света ($\lambda=0,7$ мкм). Посередине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком наименьшем радиусе отверстия центр дифракционной картины будет светлым? Ответ: 0,59 мм.

24.23. Точечный источник света с длиной волны $\lambda=650$ нм помещен на расстоянии $a=1,5$ м перед непрозрачной преградой с отверстием радиусом $r=1,5$ мм. С какого расстояния b от преграды до точки наблюдения (за преградой) в отверстии можно «увидеть» минимально возможное число полностью открытых зон Френеля? Ответ: $b=4,8$ м.

24.24. Точечный источник света с длиной волны $\lambda=500$ нм помещен на расстоянии $a=0,5$ м перед непрозрачной преградой с отверстием радиусом $r=0,5$ мм. Определить расстояние b от преграды до точки, для которой число открываемых отверстием зон Френеля будет равно: а) 1, б) 5, в) 10. Ответ: $b=\infty$; $b=0,25$ м; $b=0,11$ м.

24.25. Экран с круглым отверстием радиусом $r=1,5$ мм расположен на расстоянии $a=8,6$ м от точечного источника света с длиной волны $\lambda=0,6$ мкм. Источник расположен на оси отверстия. На каком расстоянии от отверстия расположена точка наблюдения, если из нее видна одна первая зона Френеля? Ответ: 6,65 м.

24.26. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии l от точечного источника монохроматического света ($\lambda=700$ нм). На расстоянии $a=0,4$ м от источника света помещена круглая непрозрачная преграда диаметром $D=2,0$ мм. Чему равно расстояние l , если преграда закрывает только центральную зону Френеля? Ответ: $l=5,95$ м.

24.27. Точечный источник света S ($\lambda=0,50$ мкм), плоская диафрагма с круглым отверстием радиусом $r=1,0$ мм и экран расположены так, как показано на рис. 24.1 ($a=1,00$ м). Определить расстояние b до диафрагмы, при котором отверстие открывало бы для точки P три зоны Френеля. Ответ: $b=2,0$ м.

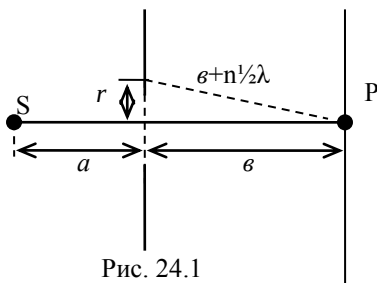


Рис. 24.1

25. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

Формула дифракционной решетки $d \cdot \sin \varphi = k\lambda$.

Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = kN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

Дисперсия дифракционной решетки

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{\kappa}{d \cdot \cos \varphi}.$$

25.1. Найти наибольший порядок спектра для желтой линии натрия с длиной волны $\lambda=589$ нм, если постоянная дифракционной решетки $d=2$ мкм. Сколько всего максимумов дает эта решетка? Под каким углом φ наблюдается последний максимум? Ответ: 3; 7; 62° .

25.2. Зрительная труба гониометра с дифракционной решеткой поставлена под углом $\varphi=19,5^\circ$ к оси коллиматора. При этом в поле зрения трубы видна красная линия гелиевой трубки с длиной волны $\lambda=668$ нм. Чему равна постоянная дифракционной решетки d , если обнаружено, что под тем же углом видна и синяя гелиевая линия ($\lambda=445$ нм) следующего порядка? Свет падает на решетку нормально. Ответ: 4 мкм.

25.3. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Красная линия с длиной волны $\lambda=630$ нм видна в спектре третьего порядка под углом $\varphi=71^\circ$. Какая спектральная линия видна под этим же углом в спектре четвертого порядка? Чему равна постоянная решетки? Сколько всего красных максимумов дает эта решетка? Ответ: 473 нм; 2 мкм, 7.

25.4. Какое число щелей на 1 мм длины имеет дифракционная решетка, если при нормально падающем на нее свете, зеленая линия с длиной волны $\lambda=550$ нм в спектре первого порядка видна под углом $\varphi=12^\circ$? Под каким углом наблюдается последний зеленый максимум? Ответ: 380; 56° .

25.5. При нормальном падении света на дифракционную решетку в спектре третьего порядка, под углом $\varphi=60^\circ$, видна красная линия с длиной волны $\lambda=650$ нм. Рассчитать период дифракционной решетки и число щелей на 1 см ее длины. Определить угловую дисперсию для красной линии в третьем порядке. Ответ: 2,25 мкм; 4400; $2,7 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$.

25.6. Дифракционная решетка установлена на расстоянии 80 см от экрана. На решетку падает монохроматический свет с длиной волны 0,65 мкм. На экране расстояние между максимумами первого и второго порядков равно 5,2 см. Сколько всего максимумов образует эта дифракционная решетка? Ответ: 31.

25.7. Лазерное излучение с $\lambda=650$ нм дифракционная решетка отклоняет на угол $\varphi=11,2^\circ$ в максимуме 1-го порядка. Ширина решетки $l=1$ см. Сколько всего щелей имеет эта решетка? Сможет ли она разрешить две линии в спектре первого порядка с длинами волн $\lambda_1=528,0$ нм и $\lambda_2=527,8$ нм? Ответ: 3000; да.

25.8. На дифракционную решетку направлен белый свет. На экране в одном из спектров фиолетовая граница с $\lambda_1=0,4$ мкм образуется под углом $\varphi_1=18,7^\circ$, а в спектре следующего порядка красная граница с $\lambda_2=0,7$ мкм образуется под углом $\varphi_2=57,1^\circ$. Сколько **полных** спектров укладывается на экране? Ответ: 6.

25.9. Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом с $\lambda=0,55$ мкм. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонен на угол $\varphi=12,7^\circ$. На какой угол отклонен максимум третьего порядка? Рассчитайте период дифракционной решетки и число щелей на ширине 1 мм. Ответ: $19,3^\circ$; 5 мкм; 200.

25.10. Дифракционная решетка шириной 0,8 см отклоняет монохроматический свет с $\lambda=0,5$ мкм на угол $\varphi=5,74^\circ$ в максимуме первого порядка. Эту решетку предполагается использовать для разделения двух излучений с длинами волн $\lambda_1=540,2$ нм и $\lambda_2=540,4$ нм. В максимуме какого порядка это можно сделать? Ответ: ≥ 2 .

25.11. Дифракционная картина на экране образуется белым светом, падающим на дифракционную решетку шириной 10 мм, содержащую 2500 щелей. Какой интервал длин волн в спектре второго порядка перекрывается световым излучением спектра третьего порядка? Считать, что видимое излучение лежит в интервале длин волн от 0,38 до 0,72 мкм. Какова угловая ширина спектра первого порядка? Ответ: 0,57–0,72 мкм, $4,9^\circ$.

25.12. Можно ли уложить на экран весь спектр третьего порядка от дифракционной решетки шириной 1 см с числом щелей 5000, если освещать решетку белым светом? Видимый спектр излучения лежит в интервале длин волн от 400 до 700 нм. Ответ: нет.

25.13. На дифракционную решетку, которая имеет 1000 щелей на ширине 1,5 мм, падает одновременно фиолетовое излучение с длиной волны $\lambda_1=400$ нм и оранжевое излучение с длиной волны $\lambda_2=600$ нм. Сколько всего максимумов образует дифракционная решетка? Под каким углом наблюдается последний максимум? Какого он цвета? Ответ: 9; 53° .

25.14. С помощью дифракционной решетки с периодом $d=20$ мкм требуется разрешить дублет натрия ($\lambda_1=589$ нм и $\lambda_2=589,6$ нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей ширине решетки l это возможно? Каков угол между лучами дуплета? Ответ: 1 см, $0,003^\circ$.

25.15. Нормально к поверхности дифракционной решетки падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в $n=3,5$ раза больше длины световой волны. Найти общее число максимумов,

которые теоретически можно наблюдать в данном случае. Рассчитайте угол дифракции, соответствующий последнему максимуму. Ответ: $7,59^\circ$.

25.16. В направлении нормали к поверхности дифракционной решетки падает монохроматический свет. Период решетки $d=2$ мкм. Главный максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка для красного света ($\lambda_1=0,7$ мкм) и для фиолетового ($\lambda_2=0,45$ мкм)? Под какими углами наблюдаются последние максимумы в обоих случаях? Ответ: 2, 4, 44° , 55° .

25.17. Дифракционная решетка освещается белым светом. На экране на расстоянии 1 м от решетки в дифракционной картине зафиксировано, что расстояние между длинноволновой границей спектра первого порядка и коротковолновой границей спектра второго порядка равно 1 см. Определить по этим данным период решетки. Считать, что видимый диапазон длин волн лежит в интервале длин волн от 400 до 700 нм. Ответ: 10 мкм.

25.18. Общее количество щелей дифракционной решетки – 2000. Если она освещается светом с длиной волны 0,6 мкм, то последний по счету максимум наблюдается под углом $64,2^\circ$. Под таким же углом образуется последний максимум и для света с длиной волны 0,45 мкм. Какую минимальную ширину должна иметь дифракционная решетка, чтобы образовать такую дифракционную картину? Ответ: 4 мм.

25.19. В направлении нормали к поверхности дифракционной решетки, содержащей $N=500$ штрихов на 1 мм, падает белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить ширину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L=1,2$ м. Длинноволновые границы видимости спектра $\lambda_1=720$ нм и $\lambda_2=400$ нм. Найти наибольший порядок спектра, который можно **целиком** наблюдать с помощью этой решетки. Ответ: 22 см, 2.

25.20. Дифракционная картина получена с помощью дифракционной решетки шириной $\ell=1,5$ см и периодом $d=5$ мкм. Определить, в спектре какого наименьшего порядка этой картины получатся отдельные изображения двух спектральных линий с разностью длин волн $\Delta\lambda=0,1$ нм, если линии лежат в крайней красной части спектра (длина волны $\lambda=720$ нм). Каков угол между разделяемыми дифрагирующими лучами в искомом спектре? Ответ: $3,38 \cdot 10^{-5}$ град.

25.21. Дифракционная решетка на ширине 2 мм содержит 200 щелей. Решетка освещается белым светом, а образованный спектр проецируется на экран, расположенный на расстоянии 0,8 м от нее. Найти, какова линейная ширина перекрытия спектров второго и третьего порядков на экране. Считать, что видимая часть спектра лежит в интервале длин волн от 0,38 до 0,74 мкм. Ответ: 2,7 см.

25.22. Свет от ртутной лампы падает нормально на дифракционную решетку, ширина которой 5 мм. Общее число штрихов решетки

1000. Определить угол между фиолетовыми (длина волны $\lambda_1=405$ нм) и желтыми ($\lambda_2=579$ нм) лучами в спектре первого порядка. Рассчитать номера последнего фиолетового и желтого максимумов, которые можно наблюдать при помощи этой решетки. Ответ: 2° , 12, 8.

25.23. Определить разрешающую способность дифракционной решетки шириной 1 см в третьем порядке, если постоянная дифракционной решетки 10 мкм. Каковы наименьшая разность длин волн для двух разрешаемых спектральных линий в желтой области (длина волны $\lambda=600$ нм) и угол дифракции между ними. Ответ: 3000; 0,2 нм; $3,5 \cdot 10^{-3}$ град.

26. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Вина	$b=2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Радиус Солнца	$R_C=6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$
Радиус Земли	$R_3=6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Радиус орбиты Меркурия	$\ell=57,87 \cdot 10^6 \text{ км}$
Радиус орбиты Земли	$\ell=149,5 \cdot 10^6 \text{ км}$
Радиус орбиты Марса	$\ell=227,8 \cdot 10^6 \text{ км}$

26.1. Определите, как и во сколько раз изменится мощность излучения черного тела, если длина волны, соответствующая максимуму энергии излучения, изменится от 720 до 400 нм. Ответ: 10,5.

26.2. Черное тело имеет температуру 3 кК. При охлаждении тела длина волны, приходящаяся на максимум излучательной способности, изменилась на 8 мкм. До какой температуры охладилось тело? Ответ: 323 К.

26.3. Черное тело нагрели от температуры 600 до 2400 К. Во сколько раз увеличилась общая тепловая энергия, излучаемая телом? На сколько изменились длина волны, соответствующая максимуму энергии излучения, и спектральный состав излучения? Ответ: 256, 3,6 мкм.

26.4. Площадь, ограниченная графиком зависимости излучательной способности а.ч.т. от длины волны излучения, при переходе от температуры T_1 к T_2 увеличилась в 5 раз. Определите, как при этом изменились длина волны, соответствующая максимумам этих графиков, и общая мощность излучения тела. Ответ: 1,5.

26.5. Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью 30 см² равна 1,3 кК. Принимая, что отверстие излучает как черное тело, определить, какая часть мощности рассеивается стенками, если потребляемая печью мощность составляет 1,5 кВт. В какой области спектра преимущественно излучает отверстие печи? Ответ: 0,68, ИК.

26.6. В результате нагревания черного тела длина волны, соответствующая максимуму энергии теплового излучения, уменьшилась от 2,7 до 0,9 мкм. Определите, во сколько раз увеличилась энергетическая светимость тела. Какой была и какой стала мощность излучения, если излучающая поверхность тела равна 20 см²? Ответ: 81, 0,15 и 12,2 кВт.

26.7. Мощность излучения а.ч.т. равна 10 кВт. Найти площадь излучающей поверхности тела, если максимум энергетической светимости приходится на длину волны 700 нм. Ответ: 6 см².

26.8. Поверхность вольфрама площадью 15 см² нагрета до температуры 3000 К и излучает в одну минуту 100 кДж. Какую энергию излучала бы эта поверхность, если бы она была черной? Найдите поглощательную способность поверхности металла в этих условиях и длину волны, на которую приходится максимум энергии теплового излучения. Ответ: 413 кДж; 0,24; 0,97 мкм.

26.9. Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что максимум его энергетической светимости приходится на длину волны 500 нм, определить: 1) температуру поверхности солнца; 2) энергию, излучаемую солнцем за 1 с; 3) массу, теряемую солнцем за счет излучения за это время. Ответ: 5800 К; $3,9 \cdot 10^{26}$ Дж; $4,3 \cdot 10^9$ кг.

26.10. Определите силу тока, протекающего по вольфрамовой проволоке диаметром 0,2 мм (удельное сопротивление $6,4 \cdot 10^{-7}$ Ом·м), температура которой в вакууме поддерживается равной 2800 К. Поверхность проволоки считать серой с поглощательной способностью 0,343. В какой области спектра лежит длина волны, приходящаяся на максимум энергетической светимости проволоки? Ответ: 6 А; ИК.

26.11. Поверхность тела первоначально была нагрета до 1000 К. Затем одна половина поверхности тела нагревается на 500 К, а другая охлаждается на 500 К. Во сколько раз изменится мощность излучения всей поверхности тела? Ответ: 2,56.

26.12. Определить полную мощность теплового излучения Земли и длину волны, соответствующую максимуму ее излучения. Считать Землю абсолютно черным телом с температурой поверхности 7°C. Ответ: $2,1 \cdot 10^{18}$ Вт; 10,4 мкм.

26.13. Одна из самых ярких звезд на небе – Вега – имеет радиус в три раза больше солнечного, а максимум ее излучательной способности приходится на длину волны 305 нм. Во сколько раз мощность излучения Веги превосходит мощность излучения Солнца? Температуру поверхности Солнца считать равной 5800 К. Ответ: 65.

26.14. Вольфрамовая нить накаливается в вакууме током с силой 1А до 1000 К. Какая сила тока понадобится для разогрева этой нити до температуры 3000 К ? Считать, что при этих температурах

коэффициенты поглощения поверхности вольфрама соответственно равны 0,115 и 0,334, а удельные сопротивления $25,7 \cdot 10^{-8}$ и $96,2 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Как в результате нагревания изменится длина волны, на которую приходится максимум энергии теплового излучения нити? Ответ: 7,9 А; от 2,9 до 0,97 мкм.

26.15. Какую энергию излучает в течение суток каменное здание с поверхностью общей площадью 1000 м^2 , если температура наружной поверхности 0°C ? Поглощательная способность поверхности равна 0,8. В какой области спектра излучает здание? Какую сумму денег придется заплатить за потребленную энергию, если внутренний обогрев здания осуществляется только электроэнергией? Ответ: 21,8 ГДж; ИК.

26.16. Солнечная постоянная для Земли (энергия излучения Солнца, падающая на единицу поверхности в перпендикулярном направлении в единицу времени на орбите Земли) равна $1,4 \text{ кВт/м}^2$. Найдите по этой величине: 1) температуру Солнца, 2) длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности Солнца, 3) мощность излучения Солнца. Ответ: 5800 К; 0,5 мкм; $3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$.

26.17. Вольфрамовый черный шарик радиусом 2 см нагревается размещенной внутри него электрической спиралью. Какую мощность имеет эта спираль, если на расстоянии 1 м от шарика зафиксирован поток излучения $88,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вт/см}^2$? Какова температура поверхности шарика? На какую длину волны приходится максимум энергии излучения шарика? Ответ: 1,1 кВт; 1400 К; 2,1 мкм.

26.18. Отверстие в стенке мартеновской печи площадью 20 см^2 излучает так, что максимум его энергетической светимости приходится на длину волны 1,45 мкм. Какой тепловой поток создает это отверстие на расстоянии 1,5 м? Ответ: 128 Вт/м².

26.19. В спектре излучения огненного шара радиусом 100 м, возникающего при ядерном взрыве, максимум энергии излучения приходится на длину волны 0,289 мкм. Какова температура шара? Определите максимальное расстояние, на котором будут воспламеняться деревянные предметы, если их поглощательная способность равна 0,7, а теплота воспламенения 5 Дж/см^2 . Время излучения принять равным 10^{-2} с . Ответ: 10^4 К ; 1070 м.

26.20. Диаметр вольфрамовой спирали в сороковаттной электрической лампочке 0,33 мм, а ее длина 5 см. Найдите температуру спирали. Считать, что вся выделяющаяся в спирали энергия теряется в результате излучения, а коэффициент поглощения поверхности равен 0,31. В какой области спектра преимущественно излучает лампочка? Ответ: 2600 К; ИК.

26.21. Звезда Вега имеет радиус $2,1 \cdot 10^9 \text{ м}$, а максимум ее энергетической светимости приходится на длину волны 0,305 мкм. На

каком расстоянии от этой звезды должна вращаться планета, чтобы падающий на нее поток излучения был таким же, как для Земли в солнечной системе ($1,4 \text{ кВт/м}^2$) ? Во сколько раз это расстояние больше, чем расстояние от Солнца до Земли? Ответ: 1200 млн км; 8.

26.22. Можно считать, что Солнце – это абсолютно черное тело, у которого максимум излучательной способности приходится на длину волны 0,5 мкм. Какую равновесную температуру будет иметь тонкая черная пластинка, нагреваемая от солнечного излучения, установленная перпендикулярно падающим лучам в вакууме на расстоянии от солнца, равном радиусу орбиты: 1) Меркурия, 2) Земли, 3) Марса? Ответ: 535 К; 333 К; 270 К.

26.23. В вакууме находятся сильно разогретый шар радиусом 5 см и на расстоянии 2 м от его центра небольшой зачерненный кубик, расположенный так, что одна из его граней перпендикулярна падающему от шара излучению. Установившаяся температура кубика равна 202 К. Считая, что нагрев кубика обусловлен только падающим на него излучением от шара, найти температуру последнего. На какую длину волны приходится максимум энергии излучения шара? Шар считать абсолютно черным телом. Ответ: 2000 К; 1,45 мкм.

27. КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ

Закон сохранения импульса

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_3,$$

Закон сохранения энергии

$$E_1 = E_2 + E_3,$$

где $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$, E_1 и E_2 – импульсы и энергии фотона соответственно до и после рассеяния; $\vec{p}_3$ и E_3 – импульс и кинетическая энергия электрона после рассеяния.

Изменение длины волны λ фотона при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \alpha),$$

где h – постоянная Планка; m – масса рассеивающей частицы; c – скорость света; α – угол рассеяния.

27.1. Определить максимальное изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии: 1) на свободных электронах, 2) на свободных протонах. Ответ: 4,9 пм; 2,6 фм.

27.2. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на рассеивающее вещество. При этом длина волны излучения,

рассеянного под углами 60° и 120° , отличается друг от друга в 2 раза. Считая, что рассеяние происходит на свободных электронах, найти длину волны падающего излучения. Ответ: 1,2 пм.

27.3. Фотон с энергией 0,25 МэВ рассеялся на свободном электро-не. Энергия рассеянного фотона равна 0,20 МэВ. Определить угол рассеяния. Ответ: 59° .

27.4. Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходит-ся на электрон отдачи, если фотон претерпел рассеяние на угол 180° ? Энергия фотона до рассеяния 0,255 МэВ. Ответ: 0,5.

27.5. Фотон с энергией 0,4 МэВ рассеялся под углом 90° на сво-бодном электро-не. Определить энергию рассеянного фотона и кинетиче-скую энергию электрона отдачи. Ответ: 0,225 МэВ; 0,175 МэВ.

27.6. Рентгеновский фотон с энергией 30 кэВ упруго взаимодей-ствует с покоящимся электроном. В результате электрон начинает дви-гаться со скоростью 20 Мм/с. Найдите угол рассеяния фотона. Ответ: 71° .

27.7. Фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рас-сеян на угол 180° на свободном электро-не. Определить импульс рассеян-ного фотона. Ответ: $9 \cdot 10^{-23}$ кг·м/с.

27.8. Фотон с длиной волны 6 пм рассеялся под прямым углом на покоившемся свободном электро-не. Найти: 1) частоту рассеянного фото-на, 2) кинетическую энергию электрона отдачи. Ответ: $3,6 \cdot 10^{19}$ с $^{-1}$; 0,06 МэВ.

27.9. Фотон с энергией 1 МэВ рассеялся на свободном покоившем-ся электро-не. Найти угол рассеяния фотона и кинетическую энергию электрона отдачи, если в результате рассеяния длина волны фотона изме-нилась на 25%. Ответ: 0,2 МэВ; 29° .

27.10. Фотон с начальной энергией 100 кэВ после рассеяния на свободном электро-не имеет длину волны 14,85 ПМ. Электрон отдачи движется под углом 30° к направлению первоначального распро-странения фотона. Во сколько раз отличаются импульсы фотона и электрона после рассеяния? Ответ: 2.

27.11. Угол рассеяния фотона равен 90° . Угол отдачи электрона равен 30° . Определить энергию падающего фотона. Ответ: 0,37 МэВ.

27.12. Фотон с импульсом $p_1 = 5,44 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с рассеялся на сво-бодном покоившемся электро-не, в результате чего его импульс стал ра-вен $p_2 = 1,36 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с. Под каким углом рассеялся фотон? Какую кине-тическую энергию получил при этом электрон? Ответ: 117° ; 0,77 МэВ.

27.13. В результате упругого рассеяния γ -кванта на свободном электро-не первоначальная энергия фотона 0,1 МэВ уменьшилась на 16,3 кэВ. При этом оказалось, что импульс электрона отдачи в 2 раза больше импульса рассеянного фотона. В каком направлении движется электрон? Ответ: 30° .

27.14. В явлении Комптона энергия падающего фотона распределялась поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния равен $\pi/2$. Найти энергию и импульс рассеянного фотона. Ответ: 0,26 МэВ; $1,4 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

27.15. В результате комптоновского рассеяния γ -фотона на покоившемся свободном электроне энергия фотона изменилась от 124 до 99,6 кэВ. Под каким углом друг относительно друга движутся электрон и фотон после рассеяния? Ответ: 128° .

27.16. Фотон мягкого рентгеновского излучения с энергией 15 кэВ рассеялся на свободном электроне под углом 90° и изменил свою энергию на 0,43 кэВ. Под каким углом движется электрон отдачи? Рассеивающий электрон считать нерелятивистским. Ответ: 44° .

27.17. Излучение с длиной волны 17,8 пм рассеивается свободными электронами вещества. Наблюдается излучение, рассеянное под углом $\pi/3$. Определить угол между падающим фотоном и электроном отдачи. Ответ: 65° .

27.18. Фотон с энергией 0,28 МэВ в результате рассеяния на покоившемся свободном электроне уменьшил свою энергию до 133,7 кэВ. Найти импульс и направление распространения электрона отдачи. Ответ: $2,2 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

27.19. После рассеяния γ -кванта на свободном электроне эти частицы движутся под углом 140° друг к другу. Длина волны фотона до и после рассеяния равна соответственно 3 и 5 пм. Определить импульс электрона отдачи. Ответ: $4 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

27.20. Фотон рентгеновского излучения с длиной волны 21,4 нм в результате эффекта Комптона испытал рассеяние под углом 90° к первоначальному направлению. Какую часть своей энергии фотон передал электрону? В каком направлении полетит электрон? Ответ: 10,2%; 42° .

27.21. Длина волны рентгеновского фотона, имевшего первоначально энергию 200 кэВ, в результате упругого рассеяния на свободном электроне изменилась на 4 нм. В каком направлении начал двигаться электрон? Ответ: $37,5^\circ$.

28. ФОТОЭФФЕКТ

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$E = A + W_m,$$

где E – энергия фотона (по формуле Планка $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, где h – постоянная Планка; c – скорость света; ν , λ – частота и длина волны света);

W_m – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов; A – работа выхода электрона из металла.

Металл	Cs	K	Li	Zn	Cu	W	Pt
A, эВ	1,89	2,15	2,39	3,74	4,47	4,50	5,3

28.1. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 275 нм. Найти: 1) работу выхода электрона из этого металла, 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волн 180 нм, 3) максимальную кинетическую энергию этих электронов. Ответ: 4,52 эВ; $9,1 \cdot 10^5$ м/с; 2,38 эВ.

28.2. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания электрона, если красная граница фотоэффекта 307 нм и максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов 1 эВ? Ответ: 0,8.

28.3. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла соответствует частоте $1,03 \cdot 10^{15}$ с⁻¹ падающего света. Какая часть энергии фотона, вызывающего фотоэффект, расходуется на работу выхода, если максимальная скорость электронов, вырванных с поверхности металла, составляет 1 Мм/с? Ответ: 0,6.

28.4. Определить красную границу фотоэффекта для цинка и максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с его поверхности электромагнитным излучением с длиной волны 250 нм. Ответ: 332 нм; $6,6 \cdot 10^5$ м/с.

28.5. Кванты света с энергией 4,9 эВ вырывают фотоэлектроны из вольфрама. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона. Ответ: $3,4 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с.

28.6. Найти частоту света, вырывающего с поверхности металла электроны, полностью задерживающиеся обратным потенциалом 3 В. Фотоэффект у этого металла начинается при частоте падающего света в $6 \cdot 10^{14}$ с⁻¹. Найти работу выхода электрона из этого металла. Ответ: $13,2 \cdot 10^{14}$ с⁻¹; 2,48 эВ.

28.7. На поверхность лития падает монохроматический свет с длиной волны 304 нм. Чтобы прекратить фотоэмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов не менее 1,7 В. Определить работу выхода электронов из лития. Ответ: 2,39 эВ.

28.8. Определить наименьший задерживающий потенциал, необходимый для прекращения эмиссии с поверхности фотокатода, если он освещается излучением с длиной волны 0,4 мкм, а красная граница для материала катода равна 0,67 мкм. Ответ: 1,24 В.

28.9. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужна задерживающая разность потенциалов 3,7 В. Если платиновую пластинку заменить дру-

гой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до 6 В. Определить работу выхода электронов с поверхности второй пластинки. Найти длину волны облучающего света. Ответ: 3 эВ; 0,14 мкм.

28.10. Определить постоянную Планка, если известно, что фотоэлектроны, вырывающиеся с поверхности некоторого металла светом с частотой $2,2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, полностью задерживаются обратным потенциалом 6,6 В, а вырывающиеся светом с частотой $4,6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – потенциалом 16,5 В. Используя полученные данные найти работу выхода электронов из этого металла. Ответ: $6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; 4,2 эВ.

28.11. При фотоэффекте с платиновой поверхности величина задерживающего потенциала оказалась равной 0,8 В. Найти: 1) длину волны применяемого излучения, 2) максимальную длину волны, при которой еще возможен фотоэффект. Ответ: 0,204 мкм; 0,234 мкм.

28.12. Вакуумный фотоэлемент состоит из центрального анода (вольфрамовый шарик) и катода (посеребренная внутренняя поверхность колбы). Контактная разность потенциалов между электродами равна 0,6 В и ускоряет вылетающие фотоэлектроны. Если между электродами фотоэлемента приложить задерживающую разность потенциалов 1 В, то при какой предельной длине волны падающего на катод света начнется фотоэффект? Ответ: 0,254 мкм.

28.13. При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волн 0,35 и 0,54 мкм обнаружили, что соответствующие максимумы скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в 2 раза. Найти работу выхода электронов с поверхности этого металла. Ответ: 1,9 эВ.

28.14. На литиевый катод фотоэлемента с площадью поверхности 2 см^2 падают одновременно два монохроматических излучения с длинами волн 0,6 и 0,5 мкм и с интенсивностями 0,2 и 0,3 Вт/см². Считая, что фотоэлектрический выход составляет в среднем 0,02 фотоэлектрона на фотон, найти количество электронов, выходящих в секунду со всей поверхности катода в результате фотоэффекта. Ответ: $3 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$.

28.15. До какого максимального потенциала зарядится удаленный от других тел медный шарик при облучении его электромагнитным излучением с длиной волны 140 нм? Ответ: 4,4 В.

28.16. Уединенный цинковый шарик радиусом 1 см находится в вакууме и длительное время освещается ультрафиолетовым излучением с длиной волны 0,25 мкм. Определить число недостающих электронов в объеме шарика. Ответ: $8,5 \cdot 10^6$.

28.17. На одну из двух медных пластин плоского конденсатора падает электромагнитное излучение с длиной волны 100 нм. Расстояние между пластинами 2 см. Какова напряженность электрического поля между пластинами в режиме электрического равновесия? Ответ: 400 В/м.

28.18. Плоский конденсатор состоит из двух медных пластин с площадью по 5 см^2 , расположенных близко друг к другу. Одна пластина освещается ультрафиолетовым излучением с интенсивностью 1 Вт/см^2 и частотой $1,5 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Между пластинами приложено напряжение, обеспечивающее протекание тока насыщения. Какова сила этого тока, если фотоэлектрический выход электронов составляет 0,01 фотон на фотон? Каким станет ток между пластинами, если использовать излучение с длиной волны $0,3 \text{ мкм}$? Ответ: $8,1 \text{ мА}$.

28.19. Катод вакуумного фотоэлемента покрыт литием. На него падает световое излучение, которое включает в себя все видимые волны с длинами от $0,4$ до $0,7 \text{ мкм}$. Между катодом и анодом фотоэлемента установлена ускоряющая разность потенциалов $1,2 \text{ В}$. В каком числовом диапазоне лежат скорости электронов, падающих на анод? Ответ: $(6,5-8,2) \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

28.20. На металлический шарик диаметром 1 см , находящийся в вакууме, падает монохроматическое излучение с частотой $2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Установившийся равновесный заряд шарика $2,1 \text{ пКл}$. Из какого металла сделан шарик? Ответ: W.

29. ВОЛНЫ де БРОЙЛЯ

Дебройлевская длина волны движущейся частицы

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot V},$$

где h – постоянная Планка; m – масса частицы; V – ее скорость.

29.1. Какую энергию нужно дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от 200 до 150 пм ? Ответ: $28,9 \text{ эВ}$.

29.2. Электрон обладает кинетической энергией 30 эВ . Определить дебройлевскую длину волны электрона. Во сколько раз изменится эта длина волны, если кинетическая энергия уменьшится на 20% ? Ответ: $2,2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; $1,12$.

29.3. Вычислить дебройлевские длины волн электрона, протона и атома урана, имеющих одинаковые кинетические энергии 200 эВ . Ответ: 87 пм ; 2 пм ; $0,13 \text{ пм}$.

29.4. Найти дебройлевские длины волн для молекул азота и водорода, имеющих наиболее вероятные скорости при нормальных условиях. Ответ: $3,5 \cdot 10^{-11} \text{ м}$; $13,2 \cdot 10^{-11} \text{ м}$.

29.5. Дебройлевская длина волны протона при его ускорении в электрическом поле уменьшилась от 10^{-10} до $3 \cdot 10^{-11} \text{ м}$. На сколько увеличилась энергия протона? Ответ: $0,83 \text{ эВ}$.

29.6. Какова дебройлевская длина волны электрона, имеющего кинетическую энергию 1 МэВ? Ответ: 0,12 пм.

29.7. Вычислить дебройлевские длины волн для электрона и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов 10 В. Ответ: 390 пм; 9,1 пм.

29.8. На какую величину и на сколько процентов по отношению к нормальным условиям должна измениться температура идеального газа, чтобы дебройлевская длина волны его молекул уменьшилась на 10%? Ответ: 64 К; 23%.

29.9. Какую ускоряющую разность потенциалов в электрическом поле должна пройти α -частица, чтобы ее дебройлевская длина волны уменьшилась от 180 до 50 пм? Ответ: 0,04 В.

29.10. α -частица была ускорена в электрическом поле с разностью потенциалов $\Delta\phi$. При этом на выходе из поля ее дебройлевская длина волны оказалась равной 2,62 пм. Какую дебройлевскую длину волны будет иметь позитрон, если его ускорить в этом же электрическом поле? Ответ: 31,6 пм.

29.11. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти релятивистский электрон, чтобы его дебройлевская длина волны оказалась равной 1,8 пм? Ответ: 350 кВ.

29.12. Найти дебройлевскую длину волны протонов, движущихся со скоростью $0,9c$ (где c – скорость света). Во сколько раз изменится эта длина волны, если кинетическая энергия протона уменьшится в 1000 раз? Ответ: $6,3 \cdot 10^{-16}$ м; 41.

29.13. Атом водорода, находящийся первоначально в основном состоянии, поглотил фотон с энергией 17 эВ. Какую дебройлевскую длину волны будет иметь выбитый электрон вдали от атома? Ответ: 0,667 нм.

29.14. Фотон с длиной волны 82 нм ионизирует атом водорода, который находился в невозбужденном состоянии. Какую дебройлевскую длину волны будет иметь образовавшийся свободный электрон? Ответ: 1 нм.

29.15. Электрон обладает кинетической энергией 1,02 МэВ. Во сколько раз изменится его дебройлевская длина волны, если кинетическая энергия уменьшится вдвое? Ответ: 1,6 раза.

29.16. Электрон движется по окружности радиусом 1 см в однородном магнитном поле с индукцией 0,05 Тл. Какова дебройлевская длина волны этого электрона? Ответ: 8,3 пм.

29.17. Пучок параллельно движущихся электронов, имеющих скорости 10^6 м/с, падает нормально на диафрагму с длинной щелью шириной 1 мкм. На экране за щелью на расстоянии 0,5 м образуется дифракционная картина. Определить линейное расстояние между дифракционными минимумами первого порядка. Ответ: 0,36 мм.

29.18. α -частица, движущаяся по окружности радиусом 10 см в однородном магнитном поле, имеет длину волны, равную 10 пм. Найти индукцию магнитного поля, в котором движется частица. Ответ: 2 мТл.

29.19. Найти дебройлевскую длину волны электрона, движущегося по круговой орбите в атоме водорода, находящегося в основном состоянии. Сравнить ее с длиной орбиты. Ответ: $3,3 \cdot 10^{-10}$ м.

29.20. Во сколько раз изменяется дебройлевская длина волны электрона при переходе его в атоме водорода из основного энергетического состояния в первое возбужденное? Ответ: 2.

29.21. Сколько дебройлевских длин волн укладывается на длине орбиты электрона в атоме водорода: 1) в невозбужденном состоянии? 2) в первом возбужденном состоянии? 3) на пятой орбите? Ответ: 1, 2, 5.

29.22. Из теории Бора для атома водорода следует, что стационарными для электронов атома являются такие орбиты, на длине которых укладывается целое число длин дебройлевских волн. Исходя из этого, найдите числовые значения момента импульса электрона в атоме водорода на первых трех боровских орбитах. Ответ: $1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $2,1 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $3,16 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

29.23. Поток одинаково ускоренных электронов падает нормально на щель шириной 0,2 мкм. В дифракционной картине за щелью минимум второго порядка наблюдается под углом $2,9^\circ$. Найти по этим данным разность потенциалов ускоряющего электрического поля. Ответ: 0,06 В.

29.24. Параллельный поток моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с узкой прямоугольной шириной 1 мкм. Определить скорости этих электронов, если на экране, расположенном от щели на расстоянии 50 см, ширина центрального дифракционного максимума равна 0,36 мм. Ответ: $2 \cdot 10^6$ м/с.

29.25. Известно, что движущиеся нерелятивистские протон и альфа-частица имеют одинаковые дебройлевские длины волн. Во сколько раз отличаются их кинетические энергии? Ответ: 4.

30. СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

Соотношение неопределенностей для координаты и импульса

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar.$$

Соотношение неопределенностей для энергии и времени

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar.$$

30.1. Определить неточность в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью 2,2 Мм/с, если допустить, что неточность в определении скорости составляет 10% от ее ве-

личины. Сравнить полученную неточность с размером атома и выяснить, применимо ли понятие «траектории» в данном случае. Ответ: 0,53 нм.

30.2. Оценить с помощью соотношения неопределенностей неопределенность скорости электрона в атоме водорода, полагая, что размер атома равен 0,2 нм. Сравнить полученное значение со скоростью электрона на первой боровской орбите данного атома. Можно ли применять классическую механику для описания поведения электрона в атоме водорода? Ответ: 0,6 Мм/с.

30.3. При движении частицы вдоль оси x скорость ее может быть определена с точностью (ошибкой) до 1 см/с. Найти неопределенность координаты, если частицей является: 1) электрон, 2) дробинка массой 0,1 г. Ответ: 0,01 м; 10^{-28} м.

30.4. Сравнить неопределенность в определении скорости α -частицы (энергия 6 МэВ), если ее координата установлена с точностью до 10^{-5} м, и шарика массой 10^{-4} кг, если координата его центра тяжести определена с такой же точностью. Какую механику (классическую или квантовую) необходимо использовать в данном случае для описания поведения этих частиц? Ответ: $1,6 \cdot 10^{-3}$ м/с, $\sim 10^{-25}$ м/с, классическая.

30.5. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке диаметром 1 мкм. Оценить относительную неточность, с которой может быть определена скорость электрона. Ответ: $5 \cdot 10^{-3}\%$.

30.6. Моноэнергетический поток электронов с энергией 10 эВ падает на щель шириной a . Можно считать, что когда электрон проходит через щель, его координата известна с неточностью $\Delta x = a$. Оценить получаемую при этом относительную неточность в определении импульса $\Delta p/p$ электрона в двух случаях: 1) $a = 100$ нм, 2) $a = 0,1$ нм. В каком случае можно пользоваться классической механикой? Ответ: $6,2 \cdot 10^{-4}$; 0,62.

30.7. Пылинки массой по 10^{-12} г взвешены в воздухе и находятся в тепловом равновесии с ним. Можно ли установить, наблюдая за движением пылинок, отклонение от законов классической механики? Принять, что воздух находится при нормальных условиях, пылинки имеют сферическую форму, плотность вещества пылинок равна $2 \cdot 10^3$ кг/м³. Ответ: нет.

30.8. Во сколько раз дебройлевская длина волны частицы меньше неопределенности Δx ее координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса в 1%? Ответ: ~ 16 .

30.9. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определить относительную неточность в определении импульса этой частицы. Ответ: 0,16.

30.10. Используя соотношение неопределенностей для координаты и импульса найти выражение, позволяющее оценить минимальную кине-

тическую энергию электрона, находящегося в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной ℓ . Ответ: $\frac{\hbar^2}{2m\ell^2}$.

30.11. Используя соотношение неопределенностей оценить минимальную кинетическую энергию электрона в атоме водорода. Принять, что линейный размер атома $\sim 0,1$ нм. Ответ: ~ 4 эВ.

30.12. Показать, используя соотношение неопределенностей, что в ядре не могут находиться электроны. Линейные размеры ядра принять равными 5 фм.

30.13. Приняв, что минимальная энергия нуклона в ядре равна 10 МэВ, оценить, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра. Ответ: 1,4 фм.

30.14. Электронный пучок ускоряется в электронно-лучевой трубке напряжением 500 В. Принимая, что неопределенность импульса равна 0,1% импульса электрона, найти неопределенность его координаты. Ответ: $8,7 \cdot 10^{-9}$ м.

30.15. Ширина следа электрона, обладающего энергией 1,5 кэВ, на фотопластинке, полученного с помощью камеры Вильсона, составляет $\Delta x = 1$ мкм. Можно ли по этому следу обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики? Ответ: $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-6}$; нет.

30.16. Электронный пучок ускоряется напряжением 1 кВ. Известно, что неопределенность скорости электронов составляет 10^{-3} от ее числового значения. Найти неопределенность координаты электрона. Являются ли электроны в данных условиях классическими частицами? Ответ: $6,2 \cdot 10^{-9}$ м.

30.17. Определить отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до 10^{-5} м, и пылинки массой 10^{-12} кг, если ее координата установлена с той же точностью. Ответ: $\sim 10^{18}$.

30.18. Электронный пучок выходит из электронной пушки, ускоренный разностью потенциалов 200 В. Определить, можно ли одновременно измерить траекторию электрона с точностью до 100 пм (порядка диаметра атома) и его скорость с точностью 10%. Ответ: нет.

30.19. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с очень высокими стенками. Ширина ямы ℓ . Оценить с помощью соотношения неопределенностей силу давления электрона на стенки ямы при минимально возможной его энергии. Ответ: $F = \frac{\hbar^2}{m\ell^3}$.

30.20. Используя соотношение неопределенностей для энергии и времени оценить ширину энергетического уровня в атоме водорода, находящегося: 1) в основном состоянии; 2) в возбужденном состоянии с временем жизни $\sim 10^{-8}$ с. Ответ: 0, 10^{-7} эВ.

30.21. Атом излучил фотон с длиной волны 0,58 мкм за время $\sim 10^{-8}$ с. Оценить неопределенность Δx , с которой можно установить координату фотона в направлении его движения, и относительную неопределенность его длины волны. Ответ: 3 м; $3 \cdot 10^{-8}$.

30.22. Свободно движущаяся частица имеет относительную неопределенность кинетической энергии, равную $1,6 \cdot 10^{-4}$. Оценить, во сколько раз неопределенность координаты такой частицы больше ее дебройлевской длины волны. Ответ: 2000.

30.23. Возбужденный атом испускает фотон в течение $\sim 0,01$ мкс. Длина волны излучения 600 нм. Найти с помощью соотношений неопределенностей с какой относительной точностью может быть определена энергия фотона. Ответ: $3,2 \cdot 10^{-6}\%$.

30.24. Определить с помощью соотношений неопределенностей степень монохроматичности $\Delta\lambda/\lambda$ первой фиолетовой линии в спектре излучения водорода, если известно, что время перехода электрона с пятой орбиты на вторую ~ 10 нс, а энергия излучаемого фотона равна 2,87 эВ. Ответ: $2,3 \cdot 10^{-8}$.

31. ЧАСТИЦА В БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

Уравнение Шредингера для частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0.$$

Волновая функция для частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме

$$\psi(x) = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx} \quad \text{или} \quad \psi(x) = C \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right).$$

Энергия частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2} n^2,$$

где ψ – волновая функция частицы; x – координата; m – масса; E – кинетическая энергия частицы; C_1 , C_2 , C – амплитудные значения волновой функции; ℓ – геометрическая ширина ямы; $\hbar$ – постоянная Планка; k – волновое число, $i = \sqrt{-1}$, $n=1,2,3$.

31.1. Собственная функция, описывающая состояние микрочастицы в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной ℓ , имеет вид

$\psi_n(x) = C \sin \frac{\pi n}{l} x$. Используя условия нормировки, определить постоянную C . Ответ: $C = \sqrt{\frac{2}{l}}$.

31.2. Решение уравнения Шредингера для микрочастицы массой m в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l можно записать в виде $\psi_x = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx}$, где $K = \sqrt{2mE} / \hbar$. Используя граничные условия нормировки ψ - функции, определить: 1) коэффициенты C_1 и C_2 ; 2) собственные значения энергии E_n . Найти выражение для собственной нормированной ψ -функции. Ответ: 1) $C_1 = -C_2 = 1/\sqrt{2l}$; 2) $E_n = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2ml^2$ и $\psi = i\sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right)$.

31.3. Изобразить на графике вид первых трёх собственных ψ -функций, описывающих состояние электрона в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной ℓ , а также вид $|\psi_n(x)|^2$. Установить соответствие между числом N узлов волновой функции (числом точек, где волновая функция обращается в нуль в интервале $0 < x < \ell$) и квантовым числом n . Функцию считать нормированной на единицу. Ответ: число узлов N растёт с увеличением квантового числа n : $N = n-1$, т.е. на единицу меньше, чем квантовое число. С увеличением энергии число узлов возрастает.

31.4. Частица в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной ℓ находится в возбуждённом состоянии с $n = 2$. Определить, в каких точках интервала $0 < x < \ell$ плотность вероятности $|\psi_n(x)|^2$ нахождения частицы максимальна и минимальна. Ответ: максимальна при $x_1 = \frac{l}{4}$ и $x_3 = \frac{3l}{4}$; минимальна при $x_2 = \frac{l}{2}$.

31.5. Электрон находится в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной ℓ . В каких точках в интервале $0 < x < \ell$ плотность вероятности нахождения электрона на первом и втором энергетических уровнях одинакова? Вычислить плотность вероятности для этих точек. Решение пояснить графически. Ответ: $x_1 = \ell/3$; $x_2 = 2\ell/3$; $|\psi(x)|^2 = \frac{3}{2l}$.

31.6. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме имея минимальную энергию. Какова вероятность обнаружения частицы в средней трети ямы? Ответ: 0,609.

31.7. Электрон движется в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной 0,6 нм имея энергию 16,6 эВ. Какова вероятность обнаружения этого электрона в первой четверти ямы? Ответ: 0,25.

31.8. Электрон находится в сильно связанном состоянии и может двигаться только в одном координатном направлении в пределах отрезка 1,12 нм. Какую энергию необходимо сообщить электрону, чтобы он перешел из нормального энергетического состояния в первое возбужденное? Как при этом изменится вероятность обнаружения электрона в центре отрезка? На второй вопрос задачи дать качественный ответ, обосновав его графически. Ответ: 0,9 эВ.

31.9. В бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной $\ell = 792$ пм находится электрон в первом возбужденном состоянии. Электрону дополнительно сообщили энергию 7,2 эВ. Как в результате этого изменится плотность вероятности обнаружения электрона в точке $x = \ell/4$ потенциальной ямы? Ответ: от $2,5 \cdot 10^{-9} \text{ м}^{-1}$ до 0.

31.10. Микрочастица в бесконечно глубокой потенциальной яме находится в основном энергетическом состоянии. Какова вероятность обнаружения частицы в крайней трети ямы? Ответ: 0,195.

31.11. В одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной ℓ находится электрон в невозбужденном энергетическом состоянии. Вычислить вероятность обнаружения электрона в интервале шириной $\ell/4$, равноудалённом от стенок ямы. Ответ: 0,475.

31.12. Электрон в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной $\ell = 1$ нм с бесконечно высокими стенками находится в возбуждённом состоянии с $n = 4$. Определить: 1) энергию электрона; 2) вероятность обнаружения электрона в первой четверти ямы. Пояснить физический смысл полученного результата, изобразив графически плотность вероятности обнаружения частицы в данном состоянии. Ответ: 1) $E = 2,4 \cdot 10^{-17}$ Дж; 2) 0,25.

31.13. Волновая функция $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)$ описывает основное энергетическое состояние частицы в бесконечно глубокой прямоугольной яме шириной ℓ . Вычислить вероятность обнаружения частицы в малом интервале $\Delta x = 0,01\ell$ вблизи стенки ямы. Ответ: $6,6 \cdot 10^{-6}$.

31.14. Волновая функция $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме шириной ℓ . Вычислить вероятность нахождения частицы в малом

интервале $\Delta x = 0,01\ell$ в средней части ямы $\left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta x}{2}\right) \leq x \leq \left(\frac{l}{2} + \frac{\Delta x}{2}\right)$.

Ответ: 0,02.

31.15. Частица в одномерной потенциальной яме шириной ℓ с бесконечно высокими вертикальными стенками находится в первом возбуждённом состоянии. Определить вероятность обнаружения частицы в области $\frac{3}{8}l \leq x \leq \frac{5}{8}l$. Пояснить решение графически. Ответ: 0,091.

31.16. В прямоугольной потенциальной яме шириной ℓ с абсолютно непроницаемыми стенками $0 < x < \ell$ находится частица в основном энергетическом состоянии. Какова вероятность нахождения этой частицы в области $\frac{l}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}l$. Поясните физический смысл полученного результата, изобразив графически плотность вероятности обнаружения частицы в данном состоянии. Ответ: 0,818.

31.17. Вычислить отношение вероятностей нахождения электрона на первом и втором энергетических уровнях в интервале $\Delta x = \frac{l}{4}$, равноудаленных от стенок одномерной потенциальной «ямы» шириной ℓ . Поясните смысл полученного результата графически. Ответ: 5,22.

31.18. Микрочастица находится в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной ℓ , имея минимальную энергию. Во сколько раз отличаются вероятности обнаружения частицы на отрезке шириной $\ell/4$, если этот отрезок лежит: а) в середине ямы; б) на краю ямы? Поясните смысл полученного результата графически.

31.19. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Во сколько раз различаются вероятности обнаружения электрона в средней части ямы на отрезке $\Delta x = \ell/4$, равноудаленном от стенок ямы: 1) в его основном энергетическом состоянии; 2) в возбужденном состоянии с $n=2$. Ответ: 5,22.

31.20. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной ℓ с бесконечно высокими стенками. Какова вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится во втором возбуждённом состоянии? Поясните физический смысл полученного результата, изобразив графически плотность вероятности обнаружения электрона в данном состоянии. Ответ: 0,33.

31.21. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной ℓ с бесконечно высокими стенками находится в возбуждённом состоянии с $n = 3$. Определите, в каких точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы: 1) максимальна, 2) минимальна. Поясните полученный результат графически. Указание: запишите формулу вероятности нахождения частицы и решите задачу на экстремум. Ответ: 1) максимальна при $x = \ell/6, \ell/2, 5\ell/6$; 2) минимальна при $x = \ell/3, 2\ell/3$.

31.22. Микрочастица с массой $m=10^{-30}$ кг находится в одномерной потенциальной яме шириной $\ell=1$ нм и имеет энергию 3,08 эВ. Считая, что энергия частицы много меньше «глубины» ямы, найти графически вероятность ее обнаружения на отрезке от $x_1 = \ell/3$ до $x_2 = \ell/2$. Ответ: 0,17.

31.23. Вычислите отношение вероятностей ω_3 / ω_2 обнаружения электрона на отрезке $\frac{1}{4}\ell \leq x \leq \frac{1}{2}\ell$ в одномерной потенциальной яме шириной ℓ с бесконечно высокими стенками, когда он находится в энергетических состояниях с $n=3$ и $n=2$. Ответ: 1,21.

31.24. Микрочастица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной ℓ с бесконечно высокими стенками. Вычислите отношение вероятностей ω_5 / ω_3 нахождения частицы на отрезке $\frac{1}{3}\ell \leq x \leq \frac{1}{2}\ell$ на третьем ($n=3$) и пятом ($n=5$) энергетических уровнях. Ответ: 1,14.

31.25. В одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной ℓ с бесконечно высокими стенками находится микрочастица. На сколько отличаются вероятности обнаружения частицы ($\omega_4 - \omega_3$) на отрезке $\frac{1}{3}\ell \leq x \leq \frac{1}{2}\ell$, если частица находится: 1) на четвертом энергетическом уровне; 2) на третьем энергетическом уровне? Ответ: 0,034.

31.26. В бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме находится микрочастица. Ширина ямы равна ℓ . Вычислите отношение вероятностей ω_4 / ω_3 обнаружения частицы на интервале $\frac{1}{3}\ell \leq x \leq \frac{1}{2}\ell$ при энергиях, соответствующих четвертому и пятому энергетическим уровням. Ответ: 1,06.

32. БОРОВСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА ВОДОРОДА

Основные уравнения в теории атома водорода Бора – условие вращения электрона массы m по круговой орбите радиуса r под действием кулоновской силы $F_{кул}$ со стороны ядра и условие Бора квантования момента импульса атома.

$$\begin{cases} F_{кул} = m a_{цс}; \\ m V r = n \hbar, \end{cases}$$

где $n=1,2,3,\dots$

32.1. Вычислить радиусы первых трех орбит электрона в атоме водорода. Ответ: 53 пм; 212 пм; 476 пм.

32.2. Определить скорость электрона на второй орбите в атоме водорода. Ответ: $1,1 \cdot 10^6$ м/с.

32.3. На сколько отличаются скорости электронов на первой орбите в атоме водорода и в ионе He^+ ? Ответ: $2,2 \cdot 10^6$ м/с.

32.4. Вычислить для иона He^+ радиус первой боровской орбиты и скорость электрона на ней. Ответ: 26,5 пм; $4,4 \cdot 10^6$ м/с.

32.5. Найти силу взаимодействия ядра атома водорода и электрона, вращающегося по первой стационарной боровской орбите. Ответ: $8,2 \cdot 10^{-8}$ Н.

32.6. Какая по номеру орбита электрона в ионе He^+ имеет радиус в 2 больше, чем вторая орбита электрона в атоме водорода? Ответ: 4.

32.7. Найти значение импульса электрона, вращающегося по первой боровской орбите в атоме водорода. Как изменяется величина импульса при переходе электрона на более далекие орбиты? Ответ: $19,8 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с; уменьшается.

32.8. Определить частоту вращения электрона на второй орбите в атоме водорода. Ответ: $8,2 \cdot 10^{14}$ 1/с.

32.9. Найти частоты вращения электрона на первой орбите в атоме водорода и в ионе He^+ . Ответ: $6,56 \cdot 10^{15}$ 1/с; $26,2 \cdot 10^{15}$ 1/с.

32.10. Определить кинетическую энергию электрона на первой орбите в атоме водорода. Как она будет изменяться с увеличением номера орбиты? Ответ: 13,6 эВ; уменьшается.

32.11. Найти период обращения электрона на первой боровской орбите в атоме водорода. Ответ: $1,43 \cdot 10^{-16}$ с.

32.12. Вычислить частоты ν_2 и ν_3 вращения электрона на второй и третьей орбитах в атоме водорода и сравнить их с частотой излучения, возникающего при переходе электрона с третьей орбиты на вторую. Ответ: $8,2 \cdot 10^{14}$; $2,4 \cdot 10^{14}$; $4,6 \cdot 10^{14}$ 1/с.

32.13. На сколько отличаются периоды вращения электрона на второй орбите в ионе He^+ и в атоме водорода? Ответ: $9,1 \cdot 10^{-16}$ с.

32.14. Найти потенциальную энергию электрического взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода. Ответ: $27,2/n^2$ эВ.

32.15. С каким ускорением движется электрон по первой орбите в атоме водорода? Ответ: $9 \cdot 10^{22}$ м/с².

32.16. Вычислить полную энергию электрона на первой орбите в атоме водорода и в ионе He^+ . Ответ: - 13,6 эВ; - 54,5 эВ.

32.17. Вычислить индукцию магнитного поля в центре атома водорода, образованного вращением электрона по первой боровской орбите (считать вращающийся электрон круговым постоянным током). Ответ: 12,5 Тл.

32.18. Найти угловую скорость вращения электрона в атоме водорода на первых трех боровских орбитах. Ответ: $41,1 \cdot 10^{15}$ с⁻¹; $5,1 \cdot 10^{15}$ с⁻¹; $1,5 \cdot 10^{15}$ с⁻¹.

32.19. Сравните числовые значения импульса электрона на второй боровской орбите в атоме водорода и в ионе He^+ . Ответ: $9,92 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; $19,8 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

32.20. Найти нормальное, тангенциальное и полное ускорения электрона на произвольной стационарной орбите в ионе He^+ . Ответ: $7,2 \cdot 10^{23}/n^4 \text{ м/с}^2$.

32.21. Какой кинетической энергией обладает электрон в ионе He^+ , если его орбитальный магнитный момент равен $4,64 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$? Ответ: $2,2 \text{ эВ}$.

32.22. Найти импульс электрона в атоме водорода, если индукция магнитного поля, созданного им в центре орбиты при вращении, равна $0,39 \text{ Тл}$. Ответ: $10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

33. ИЗЛУЧЕНИЕ АТОМА ВОДОРОДА И ВОДОРОДОПОДОБНЫХ ИОНОВ

Формула Бальмера

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$
$$\omega = R'Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

где λ – длина волны фотона, возникающего при переходе электрона в водородоподобном ионе с k -й орбиты на m -ю;

ω – частота перехода между энергетическими уровнями с квантовыми числами k и m ;

Z – порядковый номер иона в таблице Менделеева;

R, R' – постоянная Ридберга ($R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$, $R' = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$).

33.1. Вычислить для атомарного водорода длины волн видимой части спектра излучения. Ответ: 655 нм ; 485 нм ; 433 нм ; 410 нм .

33.2. Определить длину волны, соответствующую третьей линии серии Бальмера: 1) в спектре излучения водорода; 2) в спектре излучения иона гелия. Ответ: 434 нм , 109 нм .

33.3. Найти наибольшую и наименьшую длины волн серии Пашена в спектре излучения водорода. Сравнить полученные значения с длинами волн видимого излучения. Ответ: $1,87 \text{ мкм}$, $0,82 \text{ мкм}$.

33.4. Рассчитать и изобразить на шкале длин волн спектральные интервалы, в которых заключены серии Лаймана, Бальмера и Пашена для атомарного водорода. Выделить на этой шкале видимую часть спектра.

33.5. Вычислить частоту и энергию фотона, соответствующего второй линии серии Лаймана спектра водорода. Ответ: $2,9 \cdot 10^{15}$ Гц; 12,1 эВ.

33.6. Определить наибольшую и наименьшую энергии фотонов ультрафиолетовой серии спектра излучения водорода. Ответ: 13,6 эВ; 10,2 эВ.

33.7. Определить длины волн головных линий и коротковолновых границ серий Лаймана и Бальмера атомарного водорода. Ответ: 121 и 655 нм; 91 и 364 нм.

33.8. Рассчитать длину волны и частоту света, соответствующего пятой линии серий Лаймана и Пашена в спектре излучения водорода. В каких областях спектра лежат эти линии? Ответ: 93,4 нм и $3,2 \cdot 10^{15}$ Гц; 954,7 нм и $0,31 \cdot 10^{15}$ Гц.

33.9. Покоившийся атом водорода испустил фотон, соответствующий второй линии серии Лаймана. Какую скорость приобрел при этом атом? Ответ: 3,9 м/с.

33.10. Покоящийся ион He^+ испустил фотон, соответствующий головной линии серии Лаймана. Найти энергию, импульс и массу этого фотона. Ответ: 41,4 эВ; $2,2 \cdot 10^{-26}$ кг·м/с; $7,4 \cdot 10^{-35}$ кг.

33.11. Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на первый. Определить энергию, длину волны, массу и импульс излученного фотона. Ответ: 12,8 эВ; 97 нм; $2,3 \cdot 10^{-35}$ кг; $6,8 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с.

33.12. Если считать, что граница между видимым и ультрафиолетовым излучениями составляет 0,4 мкм, то сколько линий серии Бальмера можно в принципе увидеть невооруженным глазом в спектре излучения водорода? Ответ: 4.

33.13. Во сколько раз различаются длины волн излучения атомарного водорода, соответствующие первой и третьей линиям в сериях Бальмера и Пашена? Ответ: 1,5 и 1,7.

33.14. Определить энергии фотонов, соответствующих головным линиям серий Лаймана, Бальмера и Пашена в спектре излучения водорода. Ответ: 10,2 эВ; 1,9 эВ; 0,66 эВ.

33.15. Атомарный водород, возбужденный светом определенной длины волны, при переходе в основное состояние испускает только три спектральные линии. Определите длины волн этих линий и укажите, каким сериям они принадлежат. Ответ: серии Лаймана: 121,6 нм, 102,6 нм; серии Бальмера 656,3 нм.

33.16. Какие линии содержит спектр атомарного водорода в диапазоне длин волн от 95 до 130 нм? Ответ: 97,0 нм; 102,3 нм; 121,6 нм.

33.17. Какому элементу принадлежит спектр, длины волн которого в 4 раза короче, чем у атома водорода? Определить для этого иона длину волны, соответствующую коротковолновой границе серии Лаймана. Ответ: He^+ , $2,3 \cdot 10^{-8}$ м.

33.18. Вычислить постоянную Ридберга, если известно, что для ионов He^+ разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана равна 133,7 нм. Ответ: $1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$.

33.19. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 121,5 \text{ нм}$. На какую орбиту перешел электрон? Определить радиус этой орбиты.

33.20. Электрон при переходе в атоме водорода из некоторого возбужденного состояния в основное энергетическое состояние излучил последовательно два фотона с длинами волн 121,2 и 656,3 нм. На какой по номеру орбите находился первоначально электрон? Ответ: 3.

33.21. В спектре излучения некоторых водородоподобных ионов длина волны третьей линии серии Бальмера равна 108,5 нм. Найти для этих ионов энергию связи электрона в основном состоянии. Ответ: 54,4 эВ (He^+).

33.22. Атом водорода в основном состоянии поглотил фотон с длиной волны 102,3 нм. На какую орбиту перешел электрон? Фотоны с какими длинами волн может излучить такой атом при обратном переходе в основное состояние? Ответ: 3; 102,6 нм; 121,6 нм; 656,3 нм.

33.23. Найти квантовое число n , соответствующее возбужденному состоянию иона He^+ , если при переходе в основное состояние ион испустил последовательно два фотона с длинами волн 108,5 нм и 30,4 нм. Ответ: 5.

33.24. Возбужденный атом водорода перешел в основное энергетическое состояние и излучил фотон с длиной волны 97,3 нм. Вычислить энергию связи электрона в исходном возбужденном состоянии. Ответ: 0,85 эВ.

33.25. С какой минимальной кинетической энергией должен двигаться атом водорода, чтобы при неупругом лобовом соударении с другим, покоящимся, атомом водорода один из них оказался способным испустить фотон? Считать, что до соударения оба атома находились в основном состоянии. Ответ: 20,5 эВ.

34. РАДИОАКТИВНОСТЬ

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T}.$$

Активность радиоактивного изотопа

$$A = \frac{\Delta N}{t},$$

$$A = \lambda \cdot N,$$

где N_0 – начальное число ядер (атомов) радиоактивного элемента;

N – число оставшихся (не распавшихся) ядер спустя время t ;

ΔN – число ядер, распавшихся за время t ;

λ – постоянная распада;

T – период полураспада.

34.1. Определите период полураспада и начальную активность висмута ${}^{210}_{83}\text{Bi}$, если известно, что висмут массой $m = 1$ г выбрасывает $4,58 \cdot 10^{15}$ β -частиц за 1 с. Во сколько раз изменится активность за месяц? Ответ: 5 сут; 64 раза.

34.2. Первоначальная масса изотопа иридия ${}^{192}_{77}\text{Ir}$ равна $m = 5$ г, период полураспада 75 сут. Определите, сколько ядер распадется за 1 с в этом препарате. Сколько атомов этого препарата останется через 30 сут и во сколько раз изменится активность препарата за это время? Ответ: $1,67 \cdot 10^{15}$; $1,2 \cdot 10^{22}$; 1,32.

34.3. Период полураспада изотопа натрия ${}^{24}_{11}\text{Na}$ равен $T = 15$ ч, первоначальная масса $m = 1$ мкг. Определите, сколько β -частиц испускает этот изотоп за один час и чему будет равна его активность по истечении часа. Ответ: $1,13 \cdot 10^{15}$; $3 \cdot 10^{11}$ Бк.

34.4. Найдите постоянную распада, среднее время жизни и период полураспада радиоактивного изотопа ${}^{55}_{27}\text{Co}$, если известно, что его активность уменьшается на 4% за час. За какое время активность этого изотопа уменьшится на 40%? Ответ: $4,08 \cdot 10^{-2}$ 1/ч; 24,5 ч; 17 ч; 12,5 ч.

34.5. Препарат ${}^{238}_{92}\text{U}$ массы $m = 1$ г излучает $1,24 \cdot 10^4$ α -частиц в секунду. Найдите период полураспада этого препарата, его начальную активность и активность через 1 млрд лет. Ответ: $4,5 \cdot 10^9$ лет; 12,4 кБк; 10,6 кБк.

34.6. Найдите постоянную распада и период полураспада радона ${}^{222}_{86}\text{Rn}$, если известно, что число атомов радона уменьшается за время $t=1$ сут на 18,6%. Ответ: 0,2 сут⁻¹; 3,5 сут.

34.7. Некоторый радиоактивный изотоп имеет постоянную распада $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ с⁻¹. Определите, через какое время распадется 75% первоначальной массы препарата. Во сколько раз изменится активность этого препарата за это время? Ответ: 0,11 года; 4.

34.8. При распаде радиоактивного полония-210 массой $m = 0,66$ г в течение времени $t = 1$ ч образовался гелий, который при нормальных условиях занял объем $V = 89,5$ мм³. Определите период полураспада полония. Ответ: 138 сут.

34.9. В результате распада массы $m = 1$ г радия-226 за время $t=1$ год образовалась некоторая масса гелия, занимающая при нормаль-

ных условиях объем $V = 43 \text{ мм}^3$. Найдите из этих условий период полураспада радия. Ответ: 1600 лет.

34.10. В таблице приведены результаты измерения зависимости активности a некоторого радиоактивного элемента от времени t . Определите период полураспада этого элемента. Ответ: 3,9 ч.

$t, \text{ ч}$	0	3	6	9	12	15
$a, \cdot 10^7 \text{ Бк}$	21,6	12,6	7,6	4,2	2,4	1,8

34.11. Свинец, содержащийся в урановой руде, является конечным продуктом распада уранового ряда, поэтому из отношения массы урана в руде к массе свинца в ней можно определить возраст руды. Найдите возраст урановой руды, если известно, что на массу $m_1 = 1 \text{ кг}$ урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ приходится масса $m_2 = 320 \text{ г}$ свинца ${}^{206}_{82}\text{Pb}$. Период полураспада урана 4,5 млрд лет. Ответ: 2 млрд лет.

34.12. Предприятие, производящее сварочные работы, закупило для дефектоскопии сварных швов радиоизотоп иридий-192 (период полураспада 75 сут) с начальной активностью 10^{13} Бк . Какова масса этого радиоактивного изотопа? Как изменится активность источника спустя нормативный срок его работы (3 года)? Ответ: 0,03 г; 420 МБк.

34.13. Масса радиоактивного препарата за двое суток уменьшилась в 3 раза. За какое время масса препарата уменьшится в 6 раз? Каков период полураспада такого радиоактивного элемента? Ответ: 3,26 сут; 1,26 сут.

34.14. Период полураспада изотопа ${}^{14}_6\text{C}$ равен 5570 лет. Определите возраст древних деревянных предметов, если известно, что удельная активность изотопа ${}^{14}_6\text{C}$ у них составляет $3/5$ удельной активности этого изотопа в только что срубленных деревьях. Ответ: 4100 лет.

34.15. В урановой руде отношение числа ядер ${}^{238}_{92}\text{U}$ к числу ядер ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ равно 2,8. Оценить возраст руды, считая, что весь свинец является конечным продуктом распада уранового ряда. Период полураспада ${}^{238}_{92}\text{U}$ равен $4,5 \cdot 10^9$ лет. Ответ: 2 млрд лет.

34.16. Зная периоды полураспада радия-226 и урана-238 ($T_U = 4,5 \cdot 10^9$ лет, $T_{\text{Ra}} = 1620$ лет), найдите число атомов урана, приходящееся на один атом радия в природной урановой руде. Ответ: $2,8 \cdot 10^6$.

34.17. Определите, какая доля первоначальной массы радиоактивного изотопа распадётся и как изменится активность этого препарата за среднее время его жизни. Ответ: 63%; уменьшится в 2,72 раза.

34.18. Для снижения удельной активности радиоизотопа к массе $m_1 = 10 \text{ мг}$ радиоактивного изотопа ${}^{43}_{20}\text{Ca}$ (период полураспада 40,5 года)

добавлена масса $m_2 = 30$ мг нерадиоактивного изотопа $^{40}_{20}\text{Ca}$. Определите, на сколько уменьшилась удельная активность радиоактивного источника. Ответ: $8 \cdot 10^{15}$ Бк/кг.

34.19. Радиоактивные препараты Ra-226 и Sr-90 имеют одинаковую активность 1 Кю. Каковы массы этих препаратов? Во сколько раз изменяется активности препаратов за 100 лет? Ответ: 1 г; $7 \cdot 10^{-3}$ г; 1,04; 11,9.

34.20. Какую массу m_1 радиоактивного изотопа $^{210}_{83}\text{Bi}$ нужно добавить к $m_2 = 5$ мг нерадиоактивного изотопа $^{209}_{83}\text{Bi}$, чтобы через время $t = 10$ сут после этого отношение числа распавшихся атомов к числу нераспавшихся было равно 0,5? Постоянная распада изотопа $^{210}_{83}\text{Bi}$ равна $\lambda = 0,14 \text{ сут}^{-1}$. Ответ: 4 мг.

34.21. Больному ввели внутривенно раствор объемом 1 см³, содержащий искусственный радиоизотоп натрия $^{24}_{11}\text{Na}$ активностью $a_0 = 2000 \text{ с}^{-1}$. Активность крови объемом 1 см³, взятой через 5 ч, оказалась $a = 0,27 \text{ с}^{-1}$. Найдите объем крови человека. Период полураспада используемого изотопа равен 15 ч. Ответ: 6 л.

34.22. Определите, какое количество теплоты выделяется при распаде радона начальной активностью $A_0 = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк за время $t = 1$ ч и за среднее время жизни, если энергия вылетающей α -частицы $W = 5,5$ Мэв. Энергией отдачи дочернего ядра пренебречь. Ответ: 9,8 кДж.

34.23. Масса $m = 1$ г урана $^{238}_{92}\text{U}$ в равновесии с продуктами его распада выделяет мощность $P = 1,07 \cdot 10^{-7}$ Вт. Найдите теплоту, выделяемую ураном за среднее время жизни ядер урана. Ответ: $1,3 \cdot 10^{10}$ Дж.

35. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ

ВНИМАНИЕ! Все записываемые ядерные реакции должны быть обоснованы законами сохранения.

Справочная таблица

Частица	Электрический заряд	Барионный заряд	Лептонный заряд	Спин
Электрон $^0_{-1}\text{e}$	-1	0	+1	$\pm 1/2$
Позитрон $^0_{+1}\text{e}$	+1	0	-1	$\pm 1/2$
Нейтрино ν	0	0	+1	$\pm 1/2$
Антинейтрино $\bar{\nu}$	0	0	-1	$\pm 1/2$
Протон ^1_1p	+1	+1	0	$\pm 1/2$
Нейтрон ^1_0n	0	+1	0	$\pm 1/2$

35.1. Ядро бериллия-7 β -радиоактивно по схеме К-захвата. Записать реакцию. Какие частицы при этом образовались?

35.2. Нейтринное излучение звезды может возникнуть за счет объединения двух протонов с образованием дейтона. Запишите реакцию. Какие частицы еще образуются в этой реакции?

35.3. В центре солнца протекает термоядерная реакция синтеза гелия из водорода, в которой из четырех протонов образуется ядро He^4 и два позитрона. Запишите эту реакцию. Еще какие частицы образуются в ней?

35.4. При бомбардировке изотопа ${}^{14}_7\text{N}$ нейтронами получается изотоп углерода ${}^{14}_6\text{C}$, который оказывается β -радиоактивным. Напишите уравнения обеих реакций.

35.5. Висмут-210 является α -радиоактивным изотопом, а образованное им дочернее ядро – β -радиоактивным. Запишите обе ядерные реакции и найдите продукт этих распадов. Какие еще частицы (кроме α и β) образуются в этих реакциях?

35.6. Какой изотоп образуется из ${}^{238}_{92}\text{U}$ после двух β -распадов и одного α -распада? Какие еще частицы образуются в этих превращениях?

35.7. Радон-222 и его дочернее ядро α -радиоактивны, а два последующих в цепочке превращений ядра β -радиоактивны. Запишите и обобщите суммарную реакцию этих четырех ядерных превращений. Какое ядро в результате образуется?

35.8. При бомбардировке изотопа алюминия ${}^{27}_{13}\text{Al}$ α -частицами получается радиоактивный изотоп ${}^{30}_{15}\text{P}$, который затем распадается с выделением позитрона. Написать уравнения обеих реакций.

35.9. Последовательный ряд радиоактивных распадов ядер, начинающийся с радия-226, включает в себя три α -превращения и два β -превращения. Какой изотоп, сколько и какие нейтрино при этом образуются?

35.10. Какой изотоп образуется из ${}^8_3\text{Li}$ после одного β -распада и одного α -распада?

35.11. Сколько α - и β -распадов испытывает уран-238, превращаясь в конечном счете в стабильный изотоп свинца-206? Какие еще частицы образуются в этих превращениях?

35.12. Почему невозможно протекание записанных ниже ядерных реакций: ${}^{14}_6\text{C} + p = N^{13} + n$, ${}^{40}_{18}\text{K} + {}^{-1}_0e = {}^{39}_{18}\text{Ar} + n$?

35.13. Ядро ${}^{62}_{30}\text{Zn}$ захватило электрон с К-слоя атома, а спустя некоторое время образованное ядро испустило позитрон. Какое ядро получилось в результате этих превращений?

35.14. Какой изотоп образуется из α -радиоактивного ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ в результате пяти α -распадов и четырех β -распадов?

35.15. Радиоактивный ряд α - и β -распадов нептуния-237 оканчивается висмутом-209. Сколько ядер содержит этот ряд? Какие и сколько частиц при этом образуются?

35.16. Найдите физические причины, по которым запрещено протекание следующих ядерных реакций: ${}^7\text{Li} + p = \text{He}^3 + \alpha$, ${}^{56}\text{Fe} + \alpha = \text{Cu}^{60} + \beta$.

35.17. Некоторый радиоактивный ряд α - и β -распадов оканчивается свинцом-206 и содержит восемь α -распадов. Каким изотопом урана этот ряд начинается? Сколько β -распадов содержит этот ряд?

35.18. Какой изотоп образуется из ${}^{238}\text{U}$ после трех α -распадов и двух β -распадов? Сколько нейтрино при этом образуется?

35.19. Ядро урана-238 поглотив нейтрон испускает последовательно 2 электрона. Запишите эти три реакции. Какой трансурановый элемент образуется при этом?

35.20. В ядерной реакции ${}^9\text{Be}(\alpha, n)X$ образуются нейтроны. В свободном состоянии нейтрон является нестабильной частицей и, распадаясь, превращается в протон. Запишите обе реакции. Какие частицы при этом еще образуются?

35.21. Какой из приведенных ниже процессов запрещен законами сохранения: $p + e^{-1} \rightarrow n + \nu$, $n \rightarrow p + e^{-1} + \nu$?

35.22. Спонтанное деление ядра ${}^{238}\text{U}$ приводит к образованию двух ядер, одним из которых является стронций-96, и вылету трех нейтронов. Запишите эту реакцию и назовите второе образующееся ядро. Запишите реакцию β -распада стронция-96.

35.23. По современным представлениям ядро ${}^7\text{Li}$ может образоваться только в результате соединения изотопов ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ с последующим захватом электрона промежуточным ядром. Запишите обе реакции. Какие еще частицы образуются при этом?

35.24. При ядерном взрыве ядро урана-238 подверглось облучению мощным потоком нейтронов. В результате последующих восьми β -распадов оно превратилось в трансурановый изотоп фермий ${}_{100}^{255}\text{Fm}$. Сколько всего нейтронов поглотило ядро урана? Запишите суммарную ядерную реакцию.

35.25. В радиоактивном ряду урана ядро висмута-212 может превратиться в ядро свинца-208 двумя способами (претерпевая α - и β -распады), напишите возможные реакции. Какие промежуточные ядра и какие частицы при этом образуются?

35.26. Ядро, состоящее из 92 протонов и 143 нейтронов, выбросило α -частицу. Какое ядро образовалось при α -распаде? Определить дефект массы и энергию связи образовавшегося ядра.

35.27. В какой элемент превращается ${}_{92}^{238}\text{U}$ после трех α -распадов и двух β -распадов?

36. ВЫДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ

Энергия, выделяющаяся в ядерной реакции

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2,$$

где Δm – изменение масс частиц (ядер) в реакции; c – скорость света.

Так как $\Delta m = 1,00000$ а.е.м. соответствует $\Delta E = 931,5$ МэВ, то для практических расчетов можно использовать формулу $\Delta E = 931,5 \cdot \Delta m$, где Δm – в а.е.м., а ΔE – в МэВ.

Массы частиц и атомов

Z	Изотоп, частица	Атомная масса, а.е.м.	Z	Изотоп, частица	Атомная масса, а.е.м.
	Электрон, e	0,00055	8	^{16}O	15,99492
	Протон, p	1,00728	13	^{27}Al	26,98154
	Нейтрон, n	1,00867	14	^{30}Si	29,97376
1	^1H	1,00783	19	^{41}K	40,96184
1	^2H	2,01410	26	^{53}Fe	52,94558
1	^3H	3,01605	29	^{63}Cu	62,92960
2	^3He	3,01603	38	^{92}Sr	91,91052
2	^4He	4,00260	39	^{97}Y	96,90022
3	^6Li	6,01513	42	^{96}Mo	95,90455
3	^7Li	7,01601	53	^{136}I	135,91474
4	^7Be	7,01693	54	^{141}Xe	140,90374
4	^8Be	8,00531	57	^{139}La	138,90606
4	^{10}Be	10,01294	82	^{206}Pb	205,97452
5	^{11}B	11,00931	84	^{212}Po	211,98886
6	^{10}C	10,01683	92	^{235}U	235,04393
6	^{12}C	12,00000			

36.1. Найти энергию связи ядра, которое имеет одинаковое число протонов и нейтронов и радиус, в полтора раза меньший радиуса ядра ^{27}Al . Ответ: ^8Be , 56, 5 МэВ.

36.2. Найти с помощью табличных значений масс атомов среднюю энергию связи на один нуклон в ядре ^{16}O . Ответ: 8,0 МэВ.

36.3. Найти с помощью табличных значений масс атомов энергию связи нейтрона и α -частицы в ядре ^{11}B . Ответ: 11,5 МэВ; 8,7 МэВ.

36.4. Вычислить в а.е.м. массу ядра ^{10}C , у которого энергия связи на один нуклон равна 6,04 МэВ. Ответ: 10,0135 а.е.м.

36.5. Ядра-изобары ^3H и ^3He состоят из одинакового числа частиц (нуклонов). Одинаковы ли у них энергии связи? Какое из этих ядер более устойчиво? Ответ: 8,5 и 7,7 МэВ.

36.6. Одним из способов получения потоков нейтронов является так называемый ядерный фотоэффект: выбивание из ядер нейтронов под действием электромагнитных фотонов с очень большой энергией. Какую минимальную энергию должны иметь фотоны для выбивания нейтрона из дейтона и бериллия-9? Ответ: 2,24 МэВ; 1,67 МэВ.

36.7. Какую массу воды можно нагреть от 0°C до кипения, если использовать все тепло, выделяющееся в реакции $^7\text{Li}(p, \alpha)$, при полном разложении протонами одного грамма лития? Ответ: 570 г.

36.8. Какая энергия выделится в ядерной реакции $^{27}_{13}\text{Al}(\alpha, p)$, если претерпевают ядерное превращение все ядра алюминия в 1 г его массы? Какое количество угля эквивалентно в энергетическом отношении выделенной энергии? Удельная теплота сгорания угля $q=3\cdot 10^7$ Дж/кг. Ответ: $8,5\cdot 10^9$ Дж; 280 кг.

36.9. Ядра лития-7 бомбардируются протонами. В результате протекания ядерной реакции образуются две одинаковых частицы. Найти импульсы этих частиц. Под каким углом они разлетаются? Считать, что ядро-мишень неподвижно, а энергия налетающего протона равна 2,6 МэВ. Ответ: $1,5\cdot 10^{-19}$ кг·м/с; 165° .

36.10. Сколько тепла выделяется при образовании одного грамма гелия-3 из дейтерия? Какая масса каменного угля эквивалентна в тепловом отношении полученной величине? Ответ: 10^{11} Дж; 3,5 т.

36.11. В цепной реакции деления урана-235 в ядерном реакторе под действием теплового нейтрона образуются три вторичных нейтрона и ядро иода-136. Запишите эту реакцию и найдите ее энергетический выход (энергией поглощаемого нейтрона пренебречь). Рассчитайте, какая энергия выделяется на единицу массы урана, сравните ее с удельным энерговыделением при горении нефти. Ответ: 198 МэВ; $8,1\cdot 10^{13}$ Дж/кг.

36.12. В центре Солнца протекает реакция ядерного синтеза гелия из водорода, в которой из четырех протонов образуется ядро гелия-4. Напишите эту реакцию и найдите ее энергетический выход. Найдите по законам теплового излучения мощность излучения Солнца и оцените по этим данным, какое количество водорода «выгорает» каждую секунду в Солнце. Ответ: 25,8 МэВ; $3,9\cdot 10^{26}$ Вт; 630 млн т/с.

36.13. В термоядерных реакторах будущего предполагается проводить дейтерий-дейтериевые термоядерные реакции, в которых образуются один из изотопов гелия и нейтрон. Запишите эту реакцию и найдите, какая энергия в ней выделяется. Сколько тяжелого водорода надо «сжечь» в таком реакторе за сутки, чтобы обеспечить ему мощность в 1 ГВт (выходная электрическая мощность современного типового ядерного реактора)? Ответ: 3,3 МэВ; 1,1 кг.

36.14. При взрыве водородной бомбы протекает дейтерий-тритиевая реакция ядерного синтеза ($H_1^2 + H_1^3$), в которой в частности образуются нейтроны. Найдите энергию, выделяющуюся в этой реакции. Сколько по массе нужно взять дейтерия и трития, чтобы сделать водородную бомбу с тротиловым эквивалентом 100 килотонн (тепловой эффект для тротила равен $4,1 \cdot 10^6$ Дж/кг)? Ответ: 17,6 МэВ; (0,49+0,73) кг.

36.15. Вычислить с помощью табличных значений масс атомов энергию на один нуклон, которая выделяется при протекании термоядерной реакции ${}^6\text{Li} + {}^2\text{H} \rightarrow 2\text{He}^4$. Сравнить полученную величину с энергией на один нуклон, освобождающейся при делении ядра ${}^{235}\text{U}$; считать, что деление ядра происходит так, как описано в задаче 36.11. Ответ: 2,8 МэВ; 0,84 МэВ.

36.16. Найти энергию связи ядра ${}^4_2\text{He}$. Сколько гелия необходимо образовать из протонов и нейтронов, чтобы выделилась такая же энергия, которая выделяется при сгорании одного вагона угля (50 т)? Ответ: 28,4 МэВ; 2,2 г.

36.17. Построить график зависимости энергии связи ядер ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{41}_{19}\text{K}$, ${}^{63}_{29}\text{Cu}$, ${}^{96}_{42}\text{Mo}$, ${}^{139}_{57}\text{La}$, ${}^{206}_{82}\text{Pb}$, приходящейся на один нуклон, от общего числа нуклонов в ядре. Какую физическую информацию несет этот график?

36.18. Какое количество ${}^{235}\text{U}$ «выгорает» за год в ядерном реакторе с электрической мощностью 1 ГВт и КПД 38%? Считать, что распад ядер урана под действием тепловых нейтронов приводит к образованию изотопов ксенона-141, стронция-92 и трех вторичных нейтронов. Ответ: 606 кг.

36.19. Солнечная постоянная для Земли (энергия солнечного излучения, падающего в единицу времени на единицу площади в перпендикулярном направлении) равна 1370 Дж/с·м². Опираясь на эту величину, найдите, сколько по массе водорода выгорает каждую секунду внутри солнца, если известно, что источником энергии солнца является синтез четырех ядер водорода с образованием ядра гелия-4. Ответ: 630 млн т/с.

36.20. Во Франции начато строительство международного термоядерного реактора, в котором предполагается проводить управляемую

реакцию $H_1^2 + H_1^2$, в которой образуются изотоп гелия и нейтрон. Какую мощность будет иметь такой реактор, если в нем будет «выгорать» 1 мг тяжелого водорода в секунду? Ответ: 7,8 млн кВт.

36.21. Из первоначально свободных протонов и нейтронов образуется ядро углерода-12. Какая энергия при этом выделяется, как она называется? Если синтезировать таким образом 1 г углерода, то сколько всего выделится при этом энергии? Какому количеству нефти эта энергия эквивалентна? Ответ: 92,4 МэВ; 740 ГДж; 16 т.

36.22. Найти электрическую мощность ядерного реактора атомной электростанции, расходующего 0,5 кг урана-235 в сутки, если КПД реактора 32%. Считать, что цепная реакция деления урана проходит по схеме, описанной в задаче 36.18. Ответ: 0,15 ГВт.

36.23. Взрыв водородной бомбы обусловлен очень быстрым энерговыделением, которое происходит в результате реакции ядерного синтеза тяжелых изотопов водорода: дейтерия и трития. В этой реакции также образуются в частности нейтроны. Найти количество нейтронов, которые пройдут через площадку в 1 см^2 , установленную перпендикулярно потоку этих частиц на расстоянии 1 км от эпицентра взрыва. Считать, что мощность бомбы эквивалентна 100 кт тротила, а удельное выделение энергии тротила составляет $4,1 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$. Ответ: $1,2 \cdot 10^{13}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Числовое значение
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8$ м/с
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	m_e	$9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar$	$1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	R	$1,097 \cdot 10^7$ м ⁻¹
	R'	$2,07 \cdot 10^{16}$ с ⁻¹
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

2. Масса покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частицы	m, а.е.м.
Электрон	$5,486 \cdot 10^{-4}$
Протона	1,00728
Нейтрона	1,00728
α -частица	4,00260

3. Некоторые внесистемные единицы

$1 \overset{0}{A} = 10^{-10}$ м	1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж	1 Ку(Кюри) = $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ	3
2. КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ	7
3. ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЙ	11
4. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ	15
5. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ	18
6. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ	21
7. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА	25
8. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ	28
9. МКТ. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ	32
10. ЯВЛЕНИЕ ПЕРЕНОСА	37
11. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ	42
12. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ	46
13. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ	49
14. РАСЧЕТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ	51
15. ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ КОНДЕНСАТОРЫ	58
16. ЗАКОНЫ КИРХГОФА	63
17. РАСЧЕТЫ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ	69
18. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ	75
19. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК	80
20. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ	83
21. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. ЗАКОН МАЛЮСА	87
22. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ОТ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ СВЕТА	90
23. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ НА ПЛЕНКАХ	94
24. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА. ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ	99
25. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА	103
26. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ	106
27. КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ	109
28. ФОТОЭФФЕКТ	111
29. ВОЛНЫ де БРОЙЛЯ	114
30. СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ	116
31. ЧАСТИЦА В БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ	119
32. БОРОВСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА ВОДОРОДА	123
33. ИЗЛУЧЕНИЕ АТОМА ВОДОРОДА И ВОДОРОДОПОДОБНЫХ ИОНОВ	125
34. РАДИОАКТИВНОСТЬ	127
35. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ	130
36. ВЫДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ	133
ПРИЛОЖЕНИЕ	137

Учебное текстовое электронное издание

**Кочкин Юрий Павлович
Богачева Ирина Юрьевна**

**УЧЕБНЫЕ ЗАДАЧИ
ПО ФИЗИКЕ**

Учебное пособие

1,35 Мб

1 электрон. опт. диск

Редактор Т.А. Колесникова

г. Магнитогорск, 2015 год

ФГБОУ ВПО «МГТУ»

Адрес: 455000, Россия, Челябинская область, г. Магнитогорск,
пр. Ленина 38

ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»

Кафедра физики

Центр электронных образовательных ресурсов и
дистанционных образовательных технологий

e-mail: ceor_dot@mail.ru