Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Т.П. Злыднева

ИСТОРИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Часть 1

История математики

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

Магнитогорск
2015

УДК 51(091)

Рецензенты:

Заведующий кафедрой дифференциальных уравнений
Башкирского государственного университета,
доктор физико-математических наук, профессор
М.Г. Юмагулов

Заведующий сектором УМР РИПОДО
Челябинского государственного педагогического университета,
кандидат технических наук, доцент
Л.Е. Смушкевич

Злыднева Т.П.
История прикладной математики и информатики. Часть 1. История математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Татьяна Павловна Злыднева ; ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». – Изд. 2-е, подгот. по печ. изд. 2014 г. – Электрон. текстовые дан. (0,89 Мб). – Магнитогорск : ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2015. – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования : IBM PC, любой, более l GHz ; 512 Мб RAM ; 10 Мб HDD ; MS Windows XP и выше ; Adobe Reader 8.0 и выше ; CD/DVD-ROM дисковод ; мышь. – Загл. с титул. экрана.

Представленное учебное пособие включает в себя основные вехи развития математики как науки, подробные рекомендации по изучению материала. Может быть использовано при подготовке к лекционным и практическим занятиям по дисциплинам «История и методология прикладной математики и информатики», «История математики».

Предназначено для магистрантов направления подготовки 010400.68 «Прикладная математика и информатика» и студентов специальности 050201.65 «Математика с дополнительной специальностью (информатика)», может быть полезным студентам других специальностей, аспирантам, преподавателям, всем, кто хочет получить представление о пути, пройденном наукой, в области которой они работают, понять взаимосвязь между теоретическими и практическими исследованиями в математике.

УДК 51(091)

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Роль истории математики, как в обществе, так и в системе знаний, которой должен овладеть квалифицированный специалист-математик, очень велика. Значимость ее для научного творчества пропагандировали ученые-математики во все века: Эвдем Родосский, П. Рамус, Ж. Монтюкла, В.В. Бобынин, Ф. Клейн, А. Вейль, Ж. Дьедонне, А.Н. Колмогоров, Д.Д. Мордухай-Болтовской и др. Русский ученый В.В. Бобынин в полной мере охарактеризовал важность истории математики своими словами: «Так как математика ранее других наук возвысилась на степень науки в настоящем смысле этого слова и затем сделалась дедуктивною, то история ее развития может быть по справедливости названа частью истории чистого мышления или истории развития человеческого духа»

История математики (в том числе прикладной) как учебная дисциплина выступает, с одной стороны, как часть истории науки, тесно связанная с философией, а с другой – как дисциплина, изучающая саму математику, рассматриваемую в историческом измерении. Многие ученые справедливо считают, что сознательно подойти к выбору темы и определению методов исследования может только человек, знающий историю математики. «Через историю математики действующий математик оказывается способным воспринимать связь своей деятельности со всем многообразием проявлений человеческой культуры, в чем и состоит ее гуманитарное значение» (С.С. Демидов). «Правильно оценить соотношение прикладных и не имеющих сегодня приложений исследований можно только, зная историю. Пытаться оценить место решаемой задачи в сегодняшней математике и в ходе ее развития можно только, зная историю. Вообще, размышлять о математике, о ее задачах, целях, месте в современной культуре можно только, опираясь на ее историю. В этом практическое значение истории математики для всякого лица, претендующего быть в математике Мастером» (см. «Несколько вводных замечаний об истории математики» в пособии «Методические материалы для подготовки к кандидатскому экзамену по истории и философии науки», М.: Янус-К, 2003, с.5).

Как наука, история математики сформировалась в конце XIX века, при этом до сих пор существуют два основных метода исследований – антикваристский, когда материал исследуется исключительно в современном изучаемому памятнику историческом контексте в соответствии с идеями Мориса Кантора, и презентистский, когда изучение ведется с позиций современной исследователю науки (основоположник – Иероним Георг Цейтен). При изучении курса

«История и методология прикладной математики и информатики», учитываются оба подхода.

Учебное пособие «История прикладной математики и информатики» нацелено на формирование математического мировоззрения будущих специалистов-математиков широкого профиля, как ученых, так и ведущих преподавательскую деятельность, которое определяется структурными особенностями математического знания и местом математики в системе наук.

Наряду с общими вопросами (хронология, периодизация, биографические данные) особое внимание уделяется истории основных разделов математики, включенных в учебные планы направления подготовки «Прикладная математика и информатика»: алгебра, геометрия, математический анализ, теория вероятностей, функциональный анализ. Рассматриваются разделы, связанные с применением численных методов, с решением оптимизационных задач с применением ЭВМ. Всё это представлено в первой части пособия: «История математики».

Готовится к изданию часть 2: «История информатики», в которой раскрывается место информатики как науки в системе других наук, вехи развития информатики, а также история вычислительной техники, программного обеспечения, эволюция информационно-вычислительных сетей, некоторые вопросы искусственного интеллекта.

ВВЕДЕНИЕ

В процессе преподавания дисциплины «История и методология прикладной математики и информатики» кратко излагаются основные факты, события и идеи в ходе многовековой истории развития прикладной математики и информатики в целом. При этом необходимо решить следующие задачи:

– представить математику как единое целое, где тесно перемежаются проблемы так называемой «чистой» и «прикладной» математики;

– создать представление о том, как возникали и развивались основные математические методы, понятия, идеи, как складывались отдельные математические теории;

– показать роль математики и прикладной математики в истории развития цивилизации;

– дать характеристику научного творчества наиболее выдающихся учёных прошлого, оценить их вклад, внесенный в математику;

– установить связи между различными разделами математики;

– особое внимание уделить развитию математики и информатики в России.

Для изучения данной дисциплины магистранты должны обладать знаниями, умениями и навыками, полученными на предыдущей ступени образования: содержание курса тесно связано фактически со всеми дисциплинами, которые изучались ранее. Предполагается, что учащиеся владеют основными понятиями математического и функционального анализа, теории множеств, алгебры, геометрии, математической логики, компьютерных наук, а также имеют представление об основных философских теориях (в рамках курса «Философия» из блока общих гуманитарных и социально-экономических дисциплин). Большое внимание уделяется обучению навыкам работы с литературой, искусству библиографического поиска, умению правильно цитировать и ссылаться на использованные материалы (в том числе и электронные ресурсы сети Интернет).

Учебный материал в пособии «История прикладной математики и информатики» структурирован таким образом, чтобы его освоение не представляло особых трудностей для студентов. Для каждого раздела сначала излагается цель изучения, представлена аннотация, раскрывающая содержание тем, включенных в данный раздел, приводятся ссылки на литературу из рекомендуемого библиографического списка. Далее излагается теоретический материал, подлежащий изучению, но он составляет лишь часть информации, необходимой для освоения, поскольку основной акцент делается на самостоятельную работу магистрантов. В конце каждого раздела представлены контрольные вопросы.

В список литературы (см. Библиографический список) включены основные публикации, с помощью которых студент может осваивать курс самостоятельно. Фактически все рекомендуемые издания снабжены библиографическими указателями, использование которых позволяет глубже изучить материал.

Для конкретных целей можно использовать различные источники:

– при систематизации знаний и проведении периодизации истории математики: [1], [2], [25];

– для получения основных сведений об ученых: [6], [7];

– развитие математики в различных регионах мира: [5], [9], [11], [13], [49], [51];

– история отдельных областей математики: [3], [12], [14], [16], [26] – [29], [34] – [39], [43];

– при изучении конкретных тем: ([4], [10], [19], [24], [30], [41] – [42], [46], [50];

– материалы общего характера: [8], [17], [40], [44] , [45], [47], [48], [22] , [23];

– для организации тематического подбора материала (к изучаемым темам или подготавливаемому реферату): [15], [20] – [21], [31] – [33];

– при подготовке рефератов: [18] – регулярно выпускаемые историко-математические сборники, туда включаются обзорные тематические публикации, статьи, посвященные конкретным вопросам истории различных математических дисциплин, а также тексты первоисточников, снабженные комментариями;

– материалы биографического характера: [52] – [116].

Некоторые рекомендуемые издания, приведенные в списке, существуют в электронном виде.

Методика, предлагаемая для изучения курса «История и методология прикладной математики и информатики» ориентирована на лекции проблемно-информационного характера, семинарские занятия исследовательского типа и подготовку рефератов.

1. Лекции проблемно-информационного характера

Проблемно-информационный метод преподавания предполагает деятельность педагога по организации решения совместно с обучающимися учебных проблем, оптимально сочетающую на отдельных этапах разъяснение, сообщение необходимой учебной информации. Часть материала изучается обычным репродуктивным методом (получение информации – воспроизведение ее), другая часть – исследовательским методом. Начиная с создания познавательной потребности в решении возникшей в результате постановки учебной проблемной ситуации, необходимо добиться осознания студентами проблемы, провести поиск гипотезы, касающейся результата и пути его получения.

Границы применения исследовательского метода определяются фактором времени: с одной стороны, на усвоение материала требуется больше времени, а с другой, в условиях лекционных занятий, пределы применения этого метода сведены к минимуму. Поэтому решение проблемы, которое является основой перехода к следующей учебной проблеме и ведет к открытию нового знания, предполагается проводить вне лекционных часов.

2. Семинарские занятия исследовательского типа

Обмен информацией, полученной студентами в ходе самостоятельного исследования по поставленной проблеме, рекомендуется организовать в рамках семинарских занятий. Ценность данной формы занятий в том, что в процессе обсуждения можно высказать собственное мнение и попытаться доказать его правильность.

В учебном пособии «История прикладной математики и информатики» для каждого раздела предлагается большой перечень контрольных вопросов. Возможны три варианта использования данных вопросов при изучении теоретического материала: либо для контроля полученных студентами знаний по окончании семинара, либо для обсуждения каждого вопроса как мини-проблемы в ходе семинарского занятия, либо то и другое в определенном сочетании. Допускается иная постановка вопросов преподавателем, а самостоятельная формулировка студентами вопросов для обсуждения на таких семинарах только приветствуется.

Семинар исследовательского типа не только способствует углубленной проработке теоретического материала предмета на протяжении всего изучения курса, но и развивают творческую самостоятельность студентов, способность к обобщениям, укрепляя их интерес к науке и научным исследованиям, содействуя выработке практических навыков работы.

3. Рефераты

Реферат является итоговой формой контроля по освоению дисциплины « История и методология прикладной математики и информатики». При этом требуется, чтобы закончивший изучение курса магистрант владел информацией об основных математических понятиях, ориентировался в исторических эпохах, в особенностях развития математики в различных странах, умел грамотно вести библиографический поиск и творчески осмысливать собранную информацию.

Тема реферата выбирается студентом из числа предложенных преподавателем (см. Приложение 1) или может быть определена самостоятельно. Подготовку реферата следует начинать с библиографического поиска и составления библиографического списка, а также подготовки плана работы. При поиске информации необходимо опираться на различные источники, при этом желательно провести сравнительный анализ как результатов, полученных разными специалистами, так и взглядов на эту тему различных специалистов в области истории науки. Необходимо выявить предпосылки и отметить последствия анализируемых теорий, отметить философские и методологические особенности.

Реферат должен включать в себя оглавление, введение, основную часть, заключение, биографические справки об упоминаемых в тексте ученых и подробный библиографический список, составленный в соответствии со стандартными требованиями к оформлению литературы, в том числе к ссылкам на электронные ресурсы. Магистрант должен продемонстрировать умение работать с литературой, отбирать и систематизировать материал, увязывать его с существующими математическими теориями и фактами общей истории.

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы, определяются цели и задачи реферата, приводится характеристика проработанности темы в историко-математической литературе.

В основной части, разбитой на разделы, излагаются основные факты, проводится их анализ, формулируются выводы (по разделам). Необходимо охарактеризовать современную ситуацию, связанную с рассматриваемой тематикой. Заключение содержит итоговые выводы.

Биографические данные можно оформлять сносками или в качестве приложения к работе.

Список литературы может быть составлен в алфавитном порядке или в порядке цитирования. Ссылки в тексте должны быть оформлены также в соответствии со стандартными требованиями (с указанием номера публикации по библиографическому списку и страниц, откуда приводится цитата).

Изучение курса «История и методология прикладной математики и информатики» позволит магистрантам получить представление о пути, пройденном наукой, в области которой они работают, осознать внутреннюю логику развития науки; понять взаимосвязь между теоретическими и практическими исследованиями. Приобретенные знания будущие специалисты-математики могут использовать в своей научной и преподавательской деятельности.

1. ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИКИ КАК НАУКИ

Цель: Установить общие зависимости между математикой и общекультурными устремлениями эпохи, выяснить особенности развития математики в разных странах и причины становления математики как дедуктивной науки именно в Древней Греции. Проследить взаимосвязь между математическими науками в разных цивилизациях, их влияние друг на друга.

1.1. Основные этапы развития математики. Математика Древнего Египта и Вавилона

Содержание:

Основные этапы развития математики: взгляды на периодизацию А.Н. Колмогорова и А.Д. Александрова. Формирование первичных математических понятий: числа и системы счисления, геометрические фигуры. Алгоритмический характер математики древнего Египта и Вавилона. Влияние египетской и вавилонской математики.

Основная литература: [1] – [2], [25], [20, т.1, ч.1, гл.1-3], [9, гл.1-3], [44, I, лекции 1,2], [45, гл.1,2].

1.1.1. Возникновение первичных математических понятий

Начальные формы математических теорий возникают в математике около VI—V вв. до н. э. Материальные свидетельства немногочисленны и неполны. Исследователю приходится привлекать данные общей истории культуры человечества, по преимуществу археологические материалы и факты истории языка. История математики периода ее зарождения практически неотделима от этих данных.

Формы и пути развития математических знаний у различных народов весьма разнообразны. Однако общим для всех народов является то, что все основные понятия математики: понятие числа, фигуры, площади, бесконечно продолжающегося натурального ряда и т. д. — возникли из практики и прошли длинный путь совершенствования.

Например, понятие числа возникло вследствие практической необходимости пересчета предметов. Вначале счет производился с помощью подручных средств: пальцев, камней, еловых шишек и т. д. Следы этого сохранились в названии математических исчислений: calculus, которое имеет латинское происхождение и означает: счет камешками. Запас чисел на ранних ступенях весьма ограничен. Ряд известных и используемых натуральных чисел конечен и удлиняется лишь постепенно. Сознание неограниченной продолжительности натурального ряда является признаком уже сравнительно высокого уровня знаний и культуры.

Наряду с употреблением все больших и больших чисел возникали и развивались их символы, а сами числа образовывали системы. Для ранних периодов истории материальной культуры характерно разнообразие числовых систем. Историческое развитие постепенно приводило к совершенствованию и унификации систем счисления. Употребляемая ныне во всех странах десятичная позиционная система нумерации — итог длительного исторического развития. Ей предшествовали:

1. Различные иероглифические непозиционные системы. Например, египетская, финикийская, пальмирская, критская, сирийская, аттическая (или Геродиапова), старокитайская, староиндусская (карошти), ацтекская, римская. В каждой из них строится система так называемых узловых чисел (чаще всего 1, 10, 100, 1000, ...). Каждое такое число имеет индивидуальный символ — иероглиф. Остальные числа

образуются приписыванием с той или другой стороны узлового числа других узловых чисел и повторением их.

2. Алфавитные системы счисления. В этих системах буквы алфавита, взятые по 9, используются соответственно для обозначения единиц, десятков и сотен. Каждой букве при этом дается отличительный знак, указывающий, что она используется как число. В случае если букв алфавита недостаточно, привлекаются дополнительные буквы или знаки. Типичный пример алфавитной системы — греческая ионическая (древнейшая сохранившаяся запись, сделанная по этой системе, относится к V в. до н. э.).

3. Позиционные недесятичные, а затем десятичная система. К позиционным недесятичным системам относятся: вавилонская, индейская (племени майя на полуострове Юкатан), индийская, современная двоичная. Записи в позиционной десятичной системе с нулем впервые появились около 500 г. н. э. в Индии.

Также в результате длительного исторического развития из повседневной практической деятельности людей сформировались другие математические понятия: площади, объемы и другие абстракции пространственных свойств предметов.

Накопление знаний как численно-арифметического, так и геометрического характера создало следующие предпосылки для формирования математических теорий:

а) возможность предварять непосредственное оперирование с вещами оперированием с их упрощенными, схематическими изображениями и наименованиями (символами). На более поздней ступени это повело к развитию числовых систем и геометрических построений;

б) умение заменять конкретную задачу канонической задачей более общего вида, решаемой по определенным правилам, охватывающим целую совокупность частных случаев. Речь идет о первичных формах создания общих алгоритмов и связанных с ними математических исчислений.

Когда в истории наступает такой период, что указанные предпосылки оказываются действующими в заметных масштабах, а в обществе образуется прослойка людей, умеющих пользоваться определенной совокупностью математических приемов, тогда появляются основания говорить о начале существования математики как науки, о наличии ее элементов. Рассмотрим конкретно ранние стадии формирования математики на примере сохранившихся памятников математической культуры древних египтян и вавилонян.

1.1.2. Математика древнего Египта

Наши познания о древнеегипетской математике основаны главным образом на двух больших папирусах математического характера и на нескольких небольших отрывках. Один из больших папирусов носит название математического папируса Ринда (по имени обнаружившего его ученого) и находится в Лондоне. Он имеет приблизительно 5,5 м в длину и 0,32 м в ширину. Другой большой папирус, почти такой же длины и 8 см в ширину, находится в Москве. Содержащиеся в них математические сведения относятся примерно к 2000 г. до н. э.

Папирус Ринда представляет собой собрание 84 задач прикладного характера. При решении этих задач производятся действия с дробями, вычисляются площади прямоугольника, треугольника, трапеции и круга (равная $(8/9\ d)^2$, что соответствует грубому приближению π=3,1605…), объемы параллелепипеда, цилиндра, размеры пирамид. Имеются также задачи на пропорциональное деление, а при решении одной задачи находится сумма геометрической прогрессии.

В московском папирусе собраны решения 25 задач. Большинство их такого же типа, как и в папирусе Ринда. Кроме того, в одной из задач (№ 14) правильно вычисляется объем усеченной пирамиды с квадратным основанием. В другой задаче (№10) содержится самый ранний в математике пример определения площади кривой поверхности: вычисляется боковая поверхность корзины, т. е. полуцилиндра, высота которого равна диаметру основания.

Материалы, содержащиеся в папирусах, позволяют утверждать, что за 20 веков до нашей эры в Египте начали складываться элементы математики как науки. Эти элементы еще только начинают выделяться из практических задач, целиком подчинены их содержанию. Техника вычислений еще примитивна, методы решение задач не единообразны.

1.1.3. Математика древнего Вавилона

Другим примером того же рода может служить математическое наследие древнего Вавилона. Это название обычно распространяется на совокупность государств, располагавшихся в междуречье Тигра и Евфрата и существовавших в период от 2000 до 200 г. до н. э.

Вавилонская система имеет два основных элемента: «клин» с числовым значением 1 и «крючок» с числовым значением 10. Повторением этих знаков можно записать числа от 1 до 59. Система счисления оказывается позиционной 60-ричной. Однако эта система не знает нуля, а один и тот же знак «клина» может обозначать не только единицу, но любое число вида $60^{\pm k}$ (k — натуральное число). Различать числа, написанные в такой системе (она называется неабсолютной), оказывается возможным лишь исходя из условий задачи. Вавилоняне использовали таблицу умножения, таблицы обратных значений, таблицы квадратов целых чисел, их кубов, обращенные таблицы (таблицы квадратных корней), таблицы чисел вида $n^3 + n^2$ и т. д. Кроме того, вавилонянам были известны: суммирование арифметических прогрессий.

Б. Л. ван дер Варден классифицировал все приемы решения задач в вавилонских табличках. Он пришел к выводу, что эти приемы эквивалентны приемам решения следующих десяти видов уравнений и их систем:

а) уравнения с одним неизвестным: $ax=b$, $x^2=a;$ $x^2 \pm ax = b;$ $xz = a;$ $x^2(x+1)=a.$

б) системы уравнений с двумя неизвестными: $x \pm y = a;$ $xy = b;$ $x + y = a;$ $x^2+-y^2 =b.$

Геометрические знания вавилонян, по-видимому, превышали египетские, так как в текстах, помимо общих типов задач, встречаются начатки измерения углов и тригонометрических соотношений. Кроме того, вавилонянам были известны: суммирование арифметических прогрессий.

Вавилонские математические традиции распространялись на сопредельные государства Ближнего Востока и могут быть прослежены в них вплоть до эпохи эллинизма (ок. 330 г. — ок. 30 г. до н. э.).

Приведенные примеры показывают, как в разных странах происходил процесс накапливания большого конкретного математического материала в виде приемов арифметических действий, способов определения площадей и объемов, методов решения некоторых классов задач, вспомогательных таблиц и т. п. Примерно такой же процесс накопления математических знаний происходил в Китае и в Индии, о чем будет сказано в одной из дальнейших лекций. К середине первого тысячелетия до н. э. в ряде стран Средиземноморского бассейна сложились достаточные условия для того, чтобы математика могла быть осмыслена как самостоятельная наука. Следующая фаза развития математики с наибольшей силой определилась в античной Греции к VI—V вв. до н. э.

1.2. Формирование математики как науки в Древней Греции

Содержание:

Формирование математики как науки в Древней Греции (начиная с VI в. до н.э.). Ионийская (милетская) школа Фалеса. Место математики в пифагорейской системе знаний. Несоизмеримость, теория отношений и первый кризис в развитии математики. Геометрия циркуля и линейки, античные измерительные инструменты и алгоритмы. Парадоксы бесконечности и апории Зенона. «Метод исчерпывания» и кинематические схемы Евдокса. Математика и механика в системах взглядов Платона и Аристотеля. Аксиоматика «Начал» Евклида и работы Евклида по прикладной математике. Работы Архимеда в области математики, прикладной математики, механики. Аполлоний, его теория конических сечений и ее роль в последующем развитии прикладной математики и математического естествознания (законы Кеплера, динамика Ньютона). Представление о движении, геоцентрическая система мира. Диофантов анализ. Герон Александрийский, его работы в области геометрии и механики. «Вычислительная математика» (логистика) в Древней Греции. Тригонометрия и таблицы хорд. Закат античной культуры и комментаторская деятельность математиков поздней античности.

Основная литература: [9, гл.4-8], [20, т.1, ч.1, гл.4-5], [22, гл.I-II], [44, I, лекции 3-6], [45, гл.3].

1.2.1. Математики Греции. Пифагор

Классическим примером образования математических теорий и становления математики как науки является математика древней Греции.

Дошедшие до нас естественнонаучные и философские труды античных ученых и сведения о них показали, что в древней Греции сложились все основные типы мировоззрений, действовали естественнонаучные школы. Ведущее место среди греческих натурфилософских школ последовательно занимали: ионийская (VII—VI вв. до н. э.), пифагорейская (VI—V вв. до н. э.) и афинская (со второй половины V в. до н. э.). В этих школах с большой полнотой и обстоятельностью разрабатывались математические вопросы.

Настаивание греков на дедуктивном доказательстве было экстраординарным шагом. Ни одна другая цивилизация не дошла до идеи получения заключений исключительно на основе дедуктивного рассуждения, исходящего из явно сформулированных аксиом. Одно из объяснений приверженности греков методам дедукции мы находим в устройстве греческого общества классического периода. Математики и философы (нередко это были одни и те же лица) принадлежали к высшим слоям общества, где любая практическая деятельность рассматривалась как недостойное занятие. Математики предпочитали абстрактные рассуждения о числах и пространственных отношениях решению практических задач. Математика делилась на арифметику – теоретический аспект и логистику – вычислительный аспект. Заниматься логистикой предоставляли свободнорожденным низших классов и рабам.

Греческая система счисления была основана на использовании букв алфавита. Аттическая система, бывшая в ходу с V-III вв. до н.э., использовала для обозначения единицы вертикальную черту, а для обозначения чисел 5, 10, 100, 1000 и 10 000 начальные буквы их греческих названий. В более поздней ионической системе счисления для обозначения чисел использовались 24 буквы греческого алфавита и три архаические буквы. Кратные 1000 до 9000 обозначались так же, как первые девять целых чисел от 1 до 9, но перед каждой буквой ставилась вертикальная черта. Десятки тысяч обозначались буквой М (от греческого мириои – 10 000), после которой ставилось то число, на которое нужно было умножить десять тысяч.

В математике этого времени практические задачи, связанные с необходимостью арифметических вычислений и геометрических измерений и построений, продолжали играть большую роль. Однако новым было то, что эти задачи постепенно выделились в отдельную область математики, получившую название логистики. К логистике были отнесены: операции с целыми числами, численное извлечение корней, счет с помощью вспомогательных устройств, вроде абака, вычисления с дробями, численное решение задач, сводящихся к уравнениям 1-й и 2-й степени, практические вычислительные и конструктивные задачи архитектуры, землемерие и т. д.

Дедуктивный характер греческой математики полностью сформировался ко времени Платона и Аристотеля. Изобретение дедуктивной математики принято приписывать Фалесу Милетскому (ок. 640–546 до н.э.), который, как и многие древнегреческие математики классического периода, был также философом. Высказывалось предположение, что Фалес использовал дедукцию для доказательства некоторых результатов в геометрии, хотя это сомнительно.

Другим великим греком, с чьим именем связывают развитие математики, был Пифагор (ок. 585–500 до н.э.). Полагают, что он мог познакомиться с вавилонской и египетской математикой во время своих долгих странствий. Пифагор основал движение, расцвет которого приходится на период ок. 550–300 до н.э. Пифагорейцы создали чистую математику в форме теории чисел и геометрии. Целые числа они представляли в виде конфигураций из точек или камешков, классифицируя эти числа в соответствии с формой возникающих фигур («фигурные числа»). Слово «калькуляция» (расчет, вычисление) берет начало от греческого слова, означающего «камешек». Числа 3, 6, 10 и т. д. пифагорейцы называли треугольными, так как соответствующее число камешков можно расположить в виде треугольника, числа 4, 9, 16 и т. д. – квадратными, так как соответствующее число камешков можно расположить в виде квадрата, и т. д.

Из простых геометрических конфигураций возникали некоторые свойства целых чисел. Например, пифагорейцы обнаружили, что сумма двух последовательных треугольных чисел всегда равна некоторому квадратному числу. Они открыли, что если (в современных обозначениях) n^2 – квадратное число, то $n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$. Число, равное сумме всех своих собственных делителей, кроме самого этого числа, пифагорейцы называли совершенным. Примерами совершенных чисел могут служить такие целые числа, как 6, 28 и 496. Два числа пифагорейцы называли дружественными, если каждое из чисел равно сумме делителей другого; например, 220 и 284 – дружественные числа (и здесь само число исключается из собственных делителей).

Для пифагорейцев любое число представляло собой нечто большее, чем количественную величину. Например, число 2 согласно их воззрению означало различие и потому отождествлялось с мнением. Четверка представляла справедливость, так как это первое число, равное произведению двух одинаковых множителей.

Пифагорейцы также открыли, что сумма некоторых пар квадратных чисел есть снова квадратное число. Например, сумма 9 и 16 равна 25, а сумма 25 и 144 равна 169. Такие тройки чисел, как 3, 4 и 5 или 5, 12 и 13, называются пифагоровыми числами. Они имеют геометрическую интерпретацию, если два числа из тройки приравнять длинам катетов прямоугольного треугольника, то третье число будет равно длине его гипотенузы. Такая интерпретация, по-видимому, привела пифагорейцев к осознанию более общего факта, известного ныне под названием теоремы Пифагора, согласно которой в любом прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

Рассматривая прямоугольный треугольник с единичными катетами, пифагорейцы обнаружили, что длина его гипотенузы равна $\sqrt{2}$, и это повергло их в смятение, ибо они тщетно пытались представить число $\sqrt{2}$ в виде отношения двух целых чисел, что было крайне важно для их философии. Величины, непредставимые в виде отношения целых чисел, пифагорейцы назвали несоизмеримыми; современный термин – «иррациональные числа». Около 300 до н.э. Евклид доказал, что число $\sqrt{2}$ несоизмеримо. Пифагорейцы имели дело с иррациональными числами, представляя все величины геометрическими образами. Если 1 и $\sqrt{2}$ считать длинами некоторых отрезков, то различие между рациональными и иррациональными числами сглаживается. Произведение чисел $\sqrt{3}$ и $\sqrt{4}$ есть площадь прямоугольника со сторонами длиной $\sqrt{3}$ и $\sqrt{4}$. Мы и сегодня иногда говорим о числе 25 как о квадрате 5, а о числе 27 – как о кубе 3. Древние греки решали уравнения с неизвестными посредством геометрических построений. Были разработаны специальные построения для выполнения сложения, вычитания, умножения и деления отрезков, извлечения квадратных корней из длин отрезков; ныне этот метод называется геометрической алгеброй.

Приведение задач к геометрическому виду имело ряд важных последствий. В частности, числа стали рассматриваться отдельно от геометрии, поскольку работать с несоизмеримыми отношениями можно было только с помощью геометрических методов. Геометрия стала основой почти всей строгой математики по крайней мере до 1600. И даже в 18 в., когда уже были достаточно развиты алгебра и математический анализ, строгая математика трактовалась как геометрия, и слово «геометр» было равнозначно слову «математик».

Одной из первых побудительных причин к созданию математических теорий явилось открытие иррациональности, вначале в виде установления геометрического факта несоизмеримости двух отрезков. Значение этого шага в развитии математики трудно переоценить. С ним в математику вошло такое понятие, которое представляет собой сложную математическую абстракцию, не имеющую достаточно прочной опоры в донаучном общечеловеческом опыте.

1.2.2. «Начала» Евклида

Абстрактность предмета математики и установившиеся приемы математического доказательства были основными причинами того, что математика стала излагаться как дедуктивная наука, представляющая логическую последовательность теорем и задач на построение и использующая минимум исходных положений. Сочинения, в которых в то время излагались первые системы математики, назывались «Началами». Первые «Начала», о которых дошли до нас сведения, были написаны Гиппократом Хиосским. Встречаются упоминания и о «Началах», принадлежащих другим авторам. Однако все эти сочинения оказались забытыми и утерянными практически с тех пор, как появились «Начала» Евклида. Они получили всеобщее признание как система математических знаний, логическая строгость которой оставалась непревзойденной в течение свыше двадцати веков. Все это время люди изучали геометрию по Евклиду. Его «Начала» до сих пор лежат в основе всех систематических «школьных курсов геометрии. Научные исследования по математике, в особенности элементарной, в очень большой степени опираются на систему Евклида, иногда подражая даже форме его изложения.

«Начала» состоят из тринадцати книг, каждая из которых состоит из последовательности теорем. Иногда к этим книгам добавляют книги 14 и 15, принадлежащие другим авторам и близкие по содержанию к последним книгам Евклида. Первой книге предпосланы определения, аксиомы и постулаты. Определения имеются и в некоторых других книгах (2—7, 10, 11). Аксиом и постулатов в других книгах «Начал» нет.

Определения — это предложения, с помощью которых автор вводит математические понятия путем их пояснения. Аксиомы, или общие понятия, у Евклида — это предложения, вводящие отношения равенства или неравенства величин. Аксиом в «Началах» пять:

1) равные одному и тому же, равны и между собой;
2) если к равным прибавляются равные, то и целые будут равны;
3) если от равных отнять равные, то и остатки будут равны;
4) совмещающиеся друг с другом равны между собой;
5) целое больше части.

В число исходных положений «Начал» входят постулаты (требования), т. е. утверждения о возможности геометрических построений. С их помощью Евклид обосновывает все геометрические построения и алгоритмические операции. Постулатов тоже пять:

1) через две точки можно провести прямую;
2) отрезок прямой можно продолжить неограниченно;
3) из всякого центра любым расстоянием можно описать окружность;
4) все прямые углы равны между собой;
5) если две прямые, лежащие в одной плоскости, пересечены третьей и если сумма внутренних односторонних углов меньше двух прямых, то прямые пересекутся с той стороны, где это имеет место.

Из этих десяти исходных положений Евклид смог вывести около 500 теорем.

Первые шесть книг — планиметрические, из них книги 1—4 содержат ту часть планиметрии, которая не требует применения теории пропорций. Первая книга вводит основные построения, действия над отрезками и углами, свойства треугольников, прямоугольников и параллелограммов, сравнение площадей этих фигур. Завершают первую книгу теорема Пифагора и обратная ей теорема.

Во второй книге рассматриваются соотношения между площадями прямоугольников и квадратов, подобранные таким образом, что они образуют геометрический аппарат для интерпретации алгебраических тождеств и для решения задач, сводящихся к квадратным уравнениям, т. е. геометрическая алгебра. Третья книга трактует о свойствах круга и окружности, хорд и касательных, центральных и вписанных углов. Четвертая книга посвящена свойствам правильных многоугольников: вписанных и описанных, а также построению правильных 3-, 5-, 6- и 15-угольников.

В пятой книге «Начал» развивается общая теория отношений величин, являющаяся прообразом теории действительного числа в форме, соответствующей дедекиндовым сечениям. Геометрические приложения теории отношений включены в шестую книгу.

Следующая группа книг (книги 7—9) содержит некоторый эквивалент теории рациональных чисел. Десятая книга «Начал» интересна в первую очередь громоздкой и сложной классификацией всех 25 возможных видов биквадратичных иррациональностей.

Последние три книги (11—13) «Начал» — стереометрические. Первая из них открывается большим числом определений, что вполне естественно, так как в предыдущих книгах вопросы стереометрии не рассматривались. Затем следует ряд теорем о взаимных расположениях прямых и плоскостей в пространстве и теоремы о многогранных углах. Последнюю треть книги составляет рассмотрение отношений объемов параллелепипедов и призм.

Исследование объемов других элементарных тел (пирамид, цилиндров, конусов и шаров) требует обязательного выполнения предельного по существу перехода. В двенадцатой книге «Начал» отношения объемов всех этих тел найдены с помощью метода, получившего впоследствии (в XVII в.) название метода исчерпывания.

В последней, тринадцатой, книге «Начал» находятся отношения объемов шаров и построения пяти правильных многогранников: тетраэдра (4-гранника), гексаэдра (6-гранника), октаэдра (8-гранника), додекаэдра (12-гранника), икосаэдра (20-гранника). В заключение доказывается, что других правильных многогранников не существует.

Для математиков текст Начал Евклида долгое время служил образцом строгости, пока в 19 в. не обнаружилось, что в нем имеются серьезные недостатки, такие как неосознанное использование не сформулированных в явном виде допущений.

1.2.3. Творчество Архимеда

Метод исчерпывания лежал в основе многих методов и выдающихся конкретных достижений античных математиков, в первую очередь Архимеда (ок. 287-212 гг. до н. э.). Сочинения Архимеда написаны преимущественно в виде писем. До нас дошли десять сравнительно крупных и несколько более мелких сочинений математического характера. Основной особенностью математических сочинений Архимеда является применение строгих математических методов в разработке экспериментально-теоретического материала из области механики и физики. Такая особенность делает труды Архимеда едва ли не наиболее ярким образцом развития прикладных математических знаний, техники вычислений и новых математических методов в эпоху поздней античности.

Многочисленные механические изобретения и открытия Архимеда широко известны. Ему принадлежат: архимедов винт, системы рычагов, блоков и винтов для поднятия и передвижения больших тяжестей, определение состава сплавов взвешиванием их в воде, планетарий, метательные машины и т. д. Известны и теоретические работы Архимеда по механике: «О равновесии плоских фигур», где изложен закон рычага, «О плавающих телах», «Книга опор» и т. д. В творчестве Архимеда работы по механике занимали настолько большое место, что механические приемы и аналогии проникли даже в математические методы. До недавнего времени о таком проникновении нельзя было судить достоверно. Вопрос окончательно прояснился после того, как в 1906 г. было найдено сочинение Архимеда «Послание к Эратосфену (Эфод)» о механическом методе решения геометрических задач. В соответствии с научной традицией своего времени Архимед переводил доказательства, полученные методом механической аналогии, на общепринятый язык метода исчерпывания с обязательным завершением последнего, в каждом отдельном случае, доказательством от противного.

Механические и физические аналогии и в последующие века часто применялись с успехом для решения трудных математических задач.

Следующей разновидностью методов античной древности является метод, могущий быть охарактеризованным как метод интегральных сумм. Наиболее яркие примеры применения этого метода находятся в сочинениях Архимеда: «О шаре и цилиндре», «О спиралях», «О коноидах и сфероидах». Существо этого метода в применении, например, к вычислению объемов тел вращения, состоит в следующем: тело вращения разбивается на части и каждая часть аппроксимируется описанным и вписанным телами, объемы которых можно вычислить. Сумма объемов описанных тел будет больше, а сумма вписанных тел — меньше объема тела вращения. Теперь остается выбрать аппроксимирующие сверху и снизу тела таким образом, чтобы разность их объемов могла быть сделана сколь угодно малой. Это достигается выбором в качестве указанных тел соответствующих цилиндриков.

Наконец, в античной математике рассматривались и так называемые вариационные задачи. У Архимеда подобная задача встречается только один раз — в заключительном предложении сочинения «О шаре и цилиндре». Здесь рассматриваются изоповерхностные сегменты различных шаров, и доказывается, что сегмент, имеющий форму полушара, имеет наибольший объем. Немного позднее вышло сочинение Зенодора, в котором теория изопериметрических фигур была строго и полно развита для многоугольников, кругов и, в некоторой степени, для многогранников, простейших тел вращения и для сферы. Предложения экстремального характера были широко распространены в то время, подчас нося не чисто математический, а механический или даже натурфилософский характер

Методы Архимеда особенно часто подвергались изучению ученых-математиков XVI и XVII вв. Лейбниц, один из основателей математического анализа, по этому поводу писал: «Изучая труды Архимеда, перестаешь удивляться успехам современных математиков».

1.2.4. Теория конических сечений Аполлония

Аполлоний (около 200 г. до н. э.) — младший современник и научный соперник Архимеда. Продолжительное время он жил и работал в Александрии. Затем возвратился на родину в г. Пергам (в Малой Азии), где был главой математической школы. Из многочисленных математических сочинений Аполлония до нас дошли в основном только 7 из 8 книг «Конических сечений». Первые четыре книги дошли до нас на греческом языке — на языке оригинала, книги 5—7 сохранились только в переводе на арабский язык; предполагаемое содержание восьмой книги восстановил английский астроном и физик Э. Галлей (1656—1742), исходя из содержания первых семи книг и сведений, сообщенных комментаторами Аполлония.

Теория конических сечений развивается Аполлонием на основе достаточно общих исходных посылок. Сразу вводятся обе полости произвольного конуса с круговым основанием и рассматриваются произвольные плоские его сечения. Каждая из получающихся при этом кривых рассматривается по отношению к некоторому диаметру и семейству сопряженных с ним хорд. Из образующегося класса кривых выделяются канонические формы, в которых диаметры перпендикулярны к сопряженным с ними хордам. Указывается, что эти канонические формы есть сечения конусов вращения.

При таком способе рассмотрения обеспечивается единообразие подхода ко всем видам конических сечений. При этом в рассмотрение включаются сразу обе ветви гиперболы. Отнесение к диаметрам и сопряженным с ними хордам содержит в себе идею метода координат, хотя и в несовершенной форме.

Первая книга «Конических сечений» включает в себя теоремы о проведении касательных. Во второй книге содержится теория главных осей, асимптот и сопряженных диаметров. Доказывается, в частности, что у эллипса, гиперболы или параболы имеется только одна пара взаимно-перпендикулярных осей, что если соединить прямой точку пересечения двух касательных с серединой хорды, соединяющей точки касания, то эта прямая будет диаметром и т. п. Наконец, сообщаются способы построения центров и осей данного конического сечения и др.

Третья книга начинается группой теорем о площадях фигур, образуемых секущими, асимптотами и касательными. В этой же книге находятся теоремы о полюсах и полярах и о получении конических сечений с помощью двух проективных или гомографических пучков. Наконец, через посредство свойств соответствующих площадей рассматриваются простейшие случаи проведения касательных, не пользуясь точками касания, а также теория фокусов эллипса и гиперболы.

Первая группа предложений четвертой книги относится к гармоническому делению прямых. Затем подробно разбирается вопрос о наибольшем числе точек пересечения и соприкосновения двух конических сечений. Книги 1—4 часто характеризуют как содержащие изложение основных свойств конических сечений. Следующие же книги считают относящимися к специальным вопросам теории конических сечений.

В пятой книге впервые решаются экстремальные задачи вроде задачи о кратчайшем расстоянии от данной точки до конического сечения. В ней же появляются элементы теории разверток в виде определения геометрического места центров кривизны.

Шестая книга содержит разбор проблемы подобия конических сечений и обобщения задачи о построении семейства конусов, проходящих через данное коническое сечение. В седьмой книге исследуются вопросы, связанные с функциями длин сопряженных диаметров, параметров и т. п. Разработка диоризмов (ограничений, налагаемых на условия задач) в конце седьмой книги указывает, что восьмая книга, возможно, содержит задачи, примыкающие к теоретическому материалу седьмой книги. Так и трактовал восьмую книгу Э. Галлей, работая над воссозданием ее утерянного текста.

1.3. Математика и ее приложения на средневековом Востоке

Содержание:

Освоение античного знания мусульманской наукой. Практический характер математики. Научные центры: Багдад (IX-X вв.), Бухара-Хорезм (X в), Каир (X в), Исфахан (XI в), Марага (XIII в.). Ал-Хорезми и выделение алгебры в самостоятельную науку. Работы Омара Хайяма (обобщающая теория кубических уравнений), ал-Бируни и Сабита ибн Корры (сферическая тригонометрия). Геометрические построения и исследования, алгоритмические методы на стыке алгебры и геометрии. Влияние науки мусульманского мира на европейскую науку.

Основная литература: [20, т.1, ч.2, гл.3], [44, I, лекция 8], [45, гл.4], [48, гл.3], [29].

1.3.1. Особенности математики Востока

Математика Востока, в отличие от древнегреческой математики, всегда носила более практичный характер. Соответственно наибольшее значение имели вычислительные и измерительные аспекты. Основными областями применения математики были торговля, ремесло, строительство, география, астрономия, механика, оптика, наследование. Начиная с эллинистической эпохи, в странах Востока огромным уважением пользовалась персональная астрология, благодаря которой поддерживалась также репутация астрономии и математики.

Преследование греческих учёных-нехристиан в Римской империи V-VI веков вызвало их массовое бегство на восток, в Персию и Индию. При дворе Хосрова I они переводили античных классиков на сирийский язык, а два века спустя появились арабские переводы этих трудов. Так было положено начало ближневосточной математической школе. Большое влияние на неё оказала и индийская математика, также испытавшая сильное древнегреческое влияние. В начале IX века научным центром халифата становится Багдад, где халифы создают «Дом мудрости», в который приглашаются виднейшие учёные всего исламского мира — сабии (потомки вавилонских жрецов-звездопоклонников, традиционно сведущие в астрономии), тюрки и др. На западе халифата, в испанской Кордове, сформировался другой научный центр, благодаря которому античные знания стали понемногу возвращаться в Европу.

Доступная нам история математики в странах Ближнего и Среднего Востока начинается в эпоху, следующую за эпохой мусульманского завоевания (VII—VIII века). Первая стадия этой истории состояла в переводе на арабский язык, изучении и комментировании трудов греческих и индийских авторов. Размах этой деятельности впечатляет — список арабских переводчиков и комментаторов одного только Евклида содержит более сотни имён. Арабский язык долгое время оставался общим языком науки для всего исламского мира. С XIII века появляются научные труды и переводы на персидском языке.

Ряд интересных математических задач, стимулировавших развитие сферической геометрии и астрономии, поставила перед математикой и сама религия ислама. Это задача о расчёте лунного календаря, об определении точного времени для совершения намаза, а также об определении киблы — точного направления на Мекку.

В целом, эпоха исламской цивилизации в математических науках может быть охарактеризована не как эпоха поиска новых знаний, но — как эпоха передачи и улучшения знаний, полученных от греческих математиков. Типичные сочинения авторов этой эпохи, дошедшие до нас в большом количестве — это комментарии к трудам предшественников и учебные курсы по арифметике, алгебре, сферической тригонометрии и астрономии. Некоторые математики стран ислама виртуозно владели классическими методами Архимеда и Аполлония, но новых результатов получено немного. Среди них:

1. Введение и первое применение десятичных дробей.
2. Разработка численных методов: извлечение корней, суммирование рядов, решение уравнений.
3. Открытие общего вида бинома Ньютона для натурального показателя степени.
4. Открытие связи пятого постулата Евклида с многими геометрическими теоремами.
5. Систематизация и расширение тригонометрии — как плоской, так и сферической, составление точных таблиц.

Главная историческая заслуга математиков исламских стран — сохранение античных знаний (в синтезе с более поздними индийскими открытиями) и содействие тем самым восстановлению европейской науки.

Арабская нумерация вначале была буквенной. Но с VIII века багдадская школа предложила индийскую позиционную систему, которая и прижилась.

Дроби в арабской математике, в отличие от теоретической арифметики древних греков, считались такими же числами, как и натуральные числа. Записывали их вертикально, как индийцы; черта дроби появилась около 1200 года. Наряду с привычными дробями в быту традиционно использовали разложение на египетские аликвотные дроби (вида 1/n), а в астрономии — 60-ричные вавилонские. Попытки ввести десятичные дроби делались, начиная с X века, однако дело продвигалось медленно. Только в XV веке ал-Каши изложил их полную теорию, после чего они получили некоторое распространение в Турции. В Европе первый набросок арифметики десятичных дробей появился раньше (XIV век, Иммануил Бонфис из Тараскона), но победоносное их шествие началось в 1585 году (Симон Стевин).

Понятия отрицательного числа в исламской математике в целом выработано не было. Некоторым исключением стала книга «Мухаммедов трактат по арифметике» ал-Кушчи (XV век). Ал-Кушчи мог познакомиться с этой идеей, будучи в молодости послом Улугбека в Китае. Перевод этой книги на латинский язык впервые в Европе содержал термины positivus и negativus (положительный и отрицательный).

1.3.2. Об ученых исламского мира в средние века

В IX веке жил *Ал-Хорезми* — сын зороастрийского жреца, прозванный за это ал-Маджуси (маг). Заведовал библиотекой «Дома мудрости», изучал индийские и греческие знания. Ал-Хорезми написал книгу «Об индийском счёте», способствовавшей популяризации позиционной системы во всём Халифате, вплоть до Испании. В XII веке эта книга переводится на латинский, от имени её автора происходит наше слово «алгоритм» (впервые в близком смысле использовано Лейбницем). Другое сочинение ал-Хорезми, «Краткая книга об исчислении аль-джабра и аль-мукабалы», оказало большое влияние на европейскую науку и породило ещё один современный термин «алгебра». В книге разбираются линейные и квадратные уравнения. Отрицательные корни игнорируются. Алгебры в нашем смысле тоже нет, всё разбирается на конкретных примерах, сформулированных словесно. Новые математические результаты в книгах ал-Хорезми фактически отсутствуют.

Сабит Ибн Курра вывел другим способом несколько результатов Архимеда, а также исследовал тела, полученные вращением сегмента параболы (купола). *Ибн ал-Хайсам* дополнил его результаты.

В средневековой исламской математике было сделано довольно много попыток доказать Пятый постулат Евклида. Чаще всего исследовалась фигура, позднее названная четырёхугольником Ламберта. Ал-Джаухари, Сабит ибн Курра, Омар Хайям и другие математики дали несколько ошибочных доказательств.

Одним из величайших учёных-энциклопедистов исламского мира был *Ал-Бируни*. Он родился в Кяте, столице Хорезма. В 1017 году афганский султан Махмуд захватил Хорезм и переселил Ал-Бируни в свою столицу, Газни. Несколько лет Ал-Бируни провёл в Индии. Главный труд Ал-Бируни — «Канон Мас‘уда», включающий в себя множество научных достижений разных народов, в том числе целый курс тригонометрии (книга III). В дополнение к таблицам синусов Птолемея (приведенных в уточнённом виде, с шагом 15'), Ал-Бируни даёт таблицы тангенса и котангенса (с шагом 1°), секанса и пр. Здесь же даются правила линейного и даже квадратичного интерполирования. Книга Ал-Бируни содержит приближённое вычисление стороны правильного вписанного девятиугольника, хорды дуги в 1°, числа и др.

Прославленный поэт и математик *Омар Хайям* (XI—XII вв.) внёс вклад в математику своим сочинением «О доказательствах задач алгебры и аль-мукабалы», где изложил оригинальные методы решения кубических уравнений. До Хайяма был уже известен геометрический метод, восходящий к Менехму и развитый Архимедом: неизвестное строилось как точка пересечения двух подходящих конических сечений. Хайям привёл обоснование этого метода, классификацию типов уравнений, алгоритм выбора типа конического сечения, оценку числа положительных корней и их величины. Хайям, однако, не заметил возможности для кубического уравнения иметь три вещественных корня. До формул Кардано Хайяму дойти не удалось, но он высказал надежду, что явное решение будет найдено в будущем. В «Комментариях к трудностям во введениях книги Евклида» (ок. 1077), Хайям рассматривает иррациональные числа как вполне законные. В этой же книге Хайям пытается решить проблему пятого постулата, заменив его на более очевидный.

Насир ад-Дин ат-Туси, выдающийся персидский математик и астроном, наибольших успехов достиг в области сферической тригонометрии. В его «Трактате о полном четырехстороннике» (1260) тригонометрия впервые была представлена как самостоятельная наука. Трактат содержит довольно полное и целостное построение всей тригонометрической системы, а также способы решения типичных задач, в том числе труднейших, решенных самим ат-Туси. Сочинение ат-Туси стало широко известно в Европе и существенно повлияло на развитие тригонометрии. Ему принадлежит также первое известное нам описание извлечения корня любой степени; оно опирается на правило разложения бинома.

Джемшид Ибн Масуд ал-Каши, сотрудник школы Улугбека, написал сочинение «Ключ арифметики» (1427). Здесь вводится система десятичной арифметики, включающая учение о десятичных дробях, которыми ал-Каши постоянно пользовался. Он распространил геометрические методы Хайяма на решение уравнений 4-й степени. «Трактат об окружности» (1424) ал-Каши является блестящим образцом выполнения приближенных вычислений. Используя правильные вписанный и описанный многоугольники, аль-Каши для числа π получил значение 3,14159265358979325 (ошибочна только последняя, 17-я цифра мантиссы). В другой своей работе он сосчитал, что $\sin 1° =$ 0,017452406437283571 (все знаки верны — это примерно в два раза точнее, чем у ал-Бируни). Итерационные методы ал-Каши позволяли быстро численно решить многие кубические уравнения.

1.4. Прикладной характер математики в Китае и Индии

Содержание:

Основные этапы развития математики в Китае и Индии. Древнекитайская нумерация и приспособления для вычислений. «Математика в девяти книгах» как итог работы математиков Китая 1-го тысячелетия до н.э. – энциклопедия прикладных математических знаний. Наивысший подъем алгебры в Китае в XIII в. Интерполяционные приемы китайских ученых. Важнейшие математические сочинения Индии («Правила веревки» – VII-V вв. до н.э., сиддханты – IV-V вв., «Ариабхаттиам» - V в., курсы арифметики Магавиры и Сриддхарты – IX-XI вв, «Венец науки» Бхаскары второго – XII в.). Индийская нумерация и особенности проведения арифметических действий, техника вычислений и вспомогательные приборы, алгебраические вычисления, приемы для нахождения площадей и объемов. Достижения индусов в области тригонометрии.

Основная литература: [20, т.1, ч.2, гл.1-2], [44, I, лекция 7], [45, гл.2,4], [48, гл.1-2], [5], [11], [29], [49].

1.4.1. Арифметика, алгебра и теория чисел в индийской математике

Счет целых чисел в Индии с древних времен носил десятичный характер. Наряду с цифровой записью в Индии широко применялась словесная система обозначения чисел, этому способствовал богатый по своему словарному запасу санскритский язык, имеющий много синонимов. При этом нуль обозначался словами «пустое», «небо», «дыра»; единица — предметами, имеющимися только в единственном числе: Луна, Земля; двойка — словами «близнецы», «глаза», «ноздри», «губы»; четверка — словами «океаны», «стороны света» и т. д.

Применение позиционного принципа в словесной нумерации, в котором одно и то же слово в зависимости от места имеет разное числовое значение, а названия разрядов опускаются, зафиксировано еще в V в. Например, число 1021 записывалось словами «Луна — дыра — крылья — Луна».

На основе цифр брахми выработались современные индийские цифры «деванагари» (божественное письмо), применяющиеся в десятичной позиционной системе, от которой происходят десятичные позиционные системы арабов и европейцев. Именно от индийской позиционной нумерации происходит наша нумерация. Индийцы первые разработали правила арифметических действий, основанные на этой нумерации. К основным арифметическим действиям индийцы относили сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в квадрат и куб и извлечение квадратного и кубического корней.

Вычисления индийцы производили на счетной доске, покрытой песком или пылью, а то и прямо на земле. Поэтому арифметические вычисления иногда назывались «дхули-карма» — работа с пылью. Числа записывались заостренной палочкой. Чтобы хорошо различать цифры, их писали довольно крупно, поэтому промежуточные выкладки стирались. Это наложило отпечаток на индийские способы вычисления. Сложение и вычитание производились как справа налево, т. е. от низших разрядов к высшим, так и слева направо, от высших разрядов к низшим.

Для умножения существовало около десятка способов. При основном способе умножения операцию можно было начинать как с низшего, так и с высшего разряда. В процессе умножения цифры множимого постепенно стирались, а на их месте записывались цифры произведения. Индийцы применяли и более удобные приемы умножения. Например, расчерчивали счетную доску на сетку прямоугольников, каждый из которых разделен пополам диагональю, по сторонам сетки записывали сомножители, а промежуточные произведения писали в треугольниках и складывали их по диагоналям (см. приложение 6).

При делении делитель подписывался под делимым так, чтобы первые их цифры находились одна под другой, и из цифр делимого, написанных над делителем, вычиталось максимальное кратное делителя, не превосходящее числа, образованного этими цифрами. Затем делитель передвигался на один разряд вправо и таким же образом вычитался из цифр остатка.

Извлечение квадратного корня в Индии, как и в Китае, основано на разложении квадрата двучлена, но при этом (как и при извлечении кубического корня) не применялся метод Горнера.

Так как при выполнении арифметических действий приходилось стирать промежуточные выкладки, проверить непосредственно, верны ли окончательные результаты, было невозможно. Для проверки умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня индийцы рекомендовали не обратные операции, а так называемую проверку с помощью девятки, основанную на том, что остаток при делении целого числа на 9 равен остатку при делении на 9 суммы цифр этого числа. Первое описание этого правила применительно к умножению, делению с остатком и извлечению квадратного и кубического корней встречается у Ариабхаты II (X в.).

Индийские математики, начиная с Брахмагупты (VII в.), систематически пользовались отрицательными числами и трактовали положительное число как имущество, а отрицательное — как долг. Брахмагупта приводит все правила арифметических действий над отрицательными числами. Ему еще не была известна двузначность квадратного корня, но уже в 850 г. Магавира в своей книге «Ганита-сара-санграха» («Краткий курс математики») пишет: «Квадрат положительного или отрицательного — числа положительные, их квадратные корни будут соответственно положительными и отрицательными. Так как отрицательное число по своей природе не является квадратом, то оно не имеет квадратного корня». Последние слова Маг-авиры показывают, что он ставил вопрос и об извлечении корня из отрицательного числа, но пришел к выводу, что эта операция невозможна. Не исключено, что об отрицательных числах индийские ученые узнали в результате контактов с китайской наукой. Во всяком случае, в Индии отрицательные числа не применялись при решении систем линейных уравнений.

Индийские математики создали развитую алгебраическую символику. В Индии впервые появились особые знаки для многих неизвестных величин свободного члена уравнения, степеней, основных арифметических действий. Большинство символов представляли собой первые слоги санскритских терминов. Например, неизвестную величину индийцы называли «йаваттават» («столько-сколько»), ее обозначали слогом «йа». Если неизвестных было несколько, то им давали наименования различных цветов: чёрный – «калака», голубой – «нилака», жёлтый – «питака» - и записывали слогами «ка», «ни», «пи» и т. п.

Индийские математики достигли больших успехов в решении задач, связанных с алгебраическими вычислениями. Ариабхата оставил задачи, сводящиеся к решению линейного уравнения с одним неизвестным. У Магавиры, Бхаскары и других ученых есть задачи, приводящие к системам линейных уравнений с несколькими неизвестными. Вот одна из задач Магавиры: «Стоимость 9 лимонов и 7 лесных яблок равна 107; стоимость 7 лимонов и 9 лесных яблок равна 101. О, математик, быстро назови мне цену лимона и лесного яблока». Задача приводит к системе двух линейных уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} 9x + 7y = 107, \\ 7x + 9y = 101. \end{cases}$$

Метод решения, изложенный Магавирой, не отличается от современного способа решения с помощью уравнивания коэффициентов.

Бхаскара предлагает такую задачу: «Один имеет 300 монет и 6 лошадей; другой имеет 10 таких лошадей, но у него недостает 100 монет. Оба одинаково богаты. Какова цена лошади?». Условие выражается уравнением $6x + 300 = 10x - 100$. Отсюда Бхаскара находит, что лошадь стоит 100 монет.

Задачи на квадратные уравнения есть уже в «Шульба-сутре», где приведены уравнения вида $ax^2 = b$, $ax^2 + x = b$. Однако их решения мы впервые встречаем у Ариабхаты. Это задачи на сложные проценты и на нахождение числа членов арифметической прогрессии.

Индийские математики успешно решали неопределенные уравнения, которые возникали в астрономических задачах. В отличие от Диофанта, искавшего любые рациональные корни, индийцы дали способ решения неопределенных уравнений в целых положительных числах. Линейное уравнение в целых числах с двумя неизвестными $ax + b = cy$ приводит уже Ариабхата, но более подробно о нем рассказывают в своих сочинениях Брахмагупта и Бхаскара.

Вершина достижений индийских математиков в теории чисел – решение в целых положительных числах неопределённого уравнения второй степени с двумя неизвестными $ax^2 + b = y^2$, где a – целое число, не являющееся квадратом. Это уравнение рассматривали Брахмагупта и бхаскара, который на примерах изложил метод, называемый теперь циклическим. Позже в Европе с этим уравнением занимались П. Ферма, Л. Эйлер, Ж. Л. Лагранж. Метод нахождения полного решения, открытый Лагранжем в 1759 г., близок к индийскому.

Арифметические и геометрические прогрессии занимали видное место в индийской математике. Некоторые задачи очень известны, к примеру, задача о награде за изобретение шахмат, которая сводится к нахождению суммы геометрической прогрессии со знаменателем 2. Суммирование числовых рядов интересовало многих индийских математиков. Ариабхата приводит правила суммирования рядов треугольных чисел, натуральных квадратов и кубов, а Магавира – правила суммирования рядов квадратов и кубов членов арифметической прогрессии.

1.4.2. Достижения индийских математиков в геометрии и тригонометрии

Знания и открытия индийских математиков в геометрии скромнее, чем в арифметике, алгебре и теории чисел. Специальных сочинений по геометрии в Индии не было, эти сведения сообщались в арифметических трактатах или в арифметических разделах сочинений по астрономии.

Геометрические теоремы приводились без доказательств. Обычно это был только чертеж со словом «смотри». Лишь в редких случаях его сопровождали краткие пояснения. По-видимому, доказательства учащимся сообщались устно. В геометрических задачах вопросы чаще всего сводились к вычислениям и гораздо реже – к построениям.

Самые ранние сведения о познаниях индийцев в области геометрии содержатся в руководстве по постройке алтарей и храмов – «Шульба-сутре». Храмы возводили, подчиняясь ряду правил: здания должны были иметь в основаниях определённые фигуры и быть сориентированы по странам света. Для этого требовалось умение строить прямой угол, квадрат, прямоугольные треугольники, стороны которых выражаются целыми числами. Индийцы знали, как построить квадрат, равновеликий прямоугольнику, и квадрат, площадь которого кратна площади данного квадрата. Отправной точкой многих построений служила теорема Пифагора. Бхаскара приводит доказательство этой теоремы в виде чертежа с надписью «Смотри».

На развитие астрономии в Индии, по-видимому, оказали влияние труда Птолемея, которые индийцы преобразовали в систему расчетных правил. Главным их достижением стала замена хорд синусами, что позволило вводить различные функции, связанные со сторонами и углами прямоугольного треугольника. Таким образом, в Индии было положено начало тригонометрии как учению о тригонометрических величинах. Индийские учёные пользовались различными тригонометрическими соотношениями, в том числе и теми, которые в современной форме выражаются как

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1,$$
$$sin\,\alpha = \cos\,(90^{\circ} - \alpha),$$
$$\sin(\alpha \pm \beta) = sin\alpha \times cos\beta \pm cos\alpha \times sin\beta.$$

Индийцы также знали формулы для кратных углов $sin\ n\alpha$, $cos\ n\alpha$, где $n = 2, 3, 4, 5$.

Тригонометрия необходима для астрономических расчетов, которые оформляются в виде таблиц. Первая таблица синусов имеется в «Сурья-сиддханте» и у Ариабхаты. Она приведена через 3°45'. Позднее ученые составили более подробные таблицы: например, Бхаскара приводит таблицу синусов через 1°.

Южноиндийские математики в XVI в. добились больших успехов в области суммирования бесконечных числовых рядов. По-видимому, они занимались этими исследованиями, когда искали способы вычисления более точных значений числа π. Нилаканта словесно приводит правила разложения арктангенса в бесконечный степенной ряд. А в анонимном трактате «Каранападдхати» («Техника вычислений») даны правила разложения синуса и косинуса в бесконечные степенные ряды. Нужно сказать, что в Европе к подобным результатам подошли лишь в XVII – XVIII вв. Так, ряды для синуса и косинуса вывел И. Ньютон около 1666 г., а ряд арктангенса был найден Дж. Грегори в 1671 г. и Г. В. Лейбницем в 1673 г.

1.5. Математика, прикладная математика, механика в европейских странах. Особенности XV–XVI вв.

Содержание:

Математическое образование в средневековой Европе, квадривиум и первые университеты. Беда Достопочтенный и теория пальцевого счета. Герберт, его популяризаторская деятельность и «правила счета на абаке». Дальнейшее совершенствование техники вычислений, «книга абака» Леонардо Пизанского (1202 г.). «Абацисты» и «алгористы» (приверженцы теоретической арифметики). Парижская и Оксфордская школы натурфилософии, проблемы места и движения. Иордан Неморарий (XIII в.): изложение алгористической арифметики и вопросы статики. Томас Брадварин (XIV в.) и учение о континууме. Николай Орем и учение об интенсивности форм. Региомонтан и развитие тригонометрии (XV в.). Совершенствование символики, школа коссистов (XVI в.). Решение алгебраических уравнений 3-й и 4-й степени в XVI в. (Сципион дель Ферро, Антон Мария Фиоре, Людовико Феррари, Николо Тарталья, Джироламо Кардано), алгебра Франсуа Виета. Симон Стевин и его работы по гидростатике и механике. Работы Леонардо да Винчи в области прикладной математики. Теория перспективы и работы Альбрехта Дюрера.

Основная литература: [20, т.1, ч.2, гл.4-5], [44, I, лекция 9], [45, гл.5], [48, гл.4], [16, с.10-16], [22], [23].

1.5.1. Основные достижения европейской математики VIII-XIII веков

В Западной Европе математика не имеет столь древнего происхождения, как в странах Ближнего и Дальнего Востока. Заметные успехи появились тут лишь в эпоху позднего Средневековья и особенно Возрождения. А основной организационной предпосылкой развития математики в Европе стало открытие учебных заведений. Одно из первых организовал во французском городе Реймсе Герберт (940-1003), позже ставший римским папой с именем Сильвестр II.

Французский монах Герберт из Орильяка – первый профессиональный ученый католической Европы. В 970-е годы он поселился в Барселоне, выучил арабский язык и начал беседовать с учеными иноверцами обо всем на свете. Астрономия и арифметика, изготовление бумаги и музыкальных инструментов – во всем этом жители Андалузии превосходили лучших мастеров Франции или Италии, и все это Герберт старался перенять. Через пять лет он сделал очередной шаг: направился в центр Андалузии – Кордову и три года учился у местных мудрецов. Ему не раз предлагали принять ислам. Но у него была другая цель: соединить арабскую мудрость, ученость древних греков и римлян с христианским богословием; сделать этот сплав достоянием всех католиков.

Вернувшись во Францию, Герберт устроил в городе Реймсе училище по своему вкусу. В нем юноши обучались латыни и греческому, а желающие – также арабскому и древнееврейскому языкам. Кроме этого, преподавались астрономия и музыка, арифметика на основе арабских цифр. Все необходимые приборы строил сам Герберт с помощью учеников. Герберт привез с собой много книг из-за Пиренеев; это были Платон и Аристотель, Евклид и Птолемей, множество арабских рукописей. В реймсской школе Герберта, кроме прочих наук, учили счету с применением счетной доски – абака, которую усовершенствовали путем замены пустых жетонов, каждый из которых имел значение единицы, на жетоны с написанными на них цифрами.

В то время существовало много способов счета. Были даже две враждующие партии: абакистов и алгоритмиков. Первые отличались требованием обязательного использования абака и двенадцатиричной римской нумерации. Алгоритмики пользовались индусскими цифрами, некоторые вводили знак нуля, счет вели на бумаге, применяли шестидесятиричные дроби. В спорах формировались системы счисления и приемы арифметического счета, все более близкие к привычным нам системам и приемам. Многие европейские правители стремились отдать своих сыновей в учение к Герберту. В 996 году один из его питомцев (Роберт II) получил корону Франции; Герберт был назначен епископом Реймса, и этот город на века стал церковным центром Франции. В 999 году другой его ученик (Оттон III) стал императором Священной Римской империи. Тут уж Герберту пришлось стать римским папой.

Многие европейские ученые того времени стремились перевести на общедоступную латынь с арабского или греческого языков труды древних ученых Эллады и Рима. Аделяр перевел «Начала» Евклида и ряд книг Хорезми. Герардо открыл для католиков Аристотеля и Птолемея. Длинное название книги Птолемея («Мегале Математике Синтаксис») арабы сократили до первого слова: получилось «Величие» – Аль-Магест. Новым европейцам понравилось второе слово в этом названии – «Учение» (Математика). И вот с XII века все европейцы называют так науку о числах и фигурах.

В XII–XIII веках появились в Европе университеты. Самыми первыми были итальянские в Болонье и Салерно. Вслед за ними открылись университеты в Оксфорде и Париже (1167), Кембридже (1209), Неаполе (1224), Праге (1347), Вене (1367).

Эти учебные заведения были безраздельно подчинены церкви. Уровень математических познаний выпускников был низок; во многих европейских университетах вплоть до XVI века от лиц, претендовавших на звание магистра, по математике требовалась только клятва, что он знает шесть книг евклидовых «Начал».

В 1202 году Европа получила первый собственный учебник арифметики для широкого читателя, называвшийся «Книга Абака». Его составил Леонардо Фибоначчи из Пизы (1180–1240). Арифметике он учился в Алжире у местных мусульман. Позднее Фибоначчи написал учебник «Практическая геометрия» и «Книгу квадратов». В них впервые были изложены на латыни правила действий с нулем и отрицательными числами, а также появились знаменитые *числа Фибоначчи*.

Время, протекшее после работ Леонардо Фибоначчи вплоть до эпохи Возрождения, в историю математики не внесло ярких идей и больших открытий. Но математические знания распространялись среди все более широких кругов ученых, а наличие большого числа поставленных и осознанных, но еще не решенных теоретических и практических задач влекло к новому научному подъему. В этих условиях наметились два главных направления развития математики: серьезное усовершенствование алгебраической символики и оформление тригонометрии как особой науки.

Еще современник Фибоначчи генерал доминиканского монашеского ордена Иордан Неморарий (род. 1237) изображал с помощью букв произвольные числа. Впрочем, буквенного исчисления из этого не получилось, так как результат любой операции над двумя буквами обязательно обозначался третьей буквой ($a+b=c$, $ab=d$ и т. д.). Профессор Парижского университета Николай Орезм (1328–1382) обобщил понятие степени, введя дробные показатели степени, правила производства операций над ними и специальную символику, предваряя фактически идею логарифма.

В конце XV века бакалавр Парижского университета Н. Шюке, помимо дробного показателя степени, ввел также отрицательные и нулевые показатели, отрицательные числа, а также внес усовершенствования в алгебраическую символику. В этой символике нет еще специального символа для *неизвестного*, а большинство символов образовано путем сокращения слов. Например, m – сокращение слова minus. Знаком корня служит R от слова radix, корень, знаком сложения – p.

В Англии развивал теорию ученый богослов Роберт Гросетест («Головастый»), епископ Линкольна (1175–1253), увлекавшийся к тому же оптикой. Он начал суммировать бесконечные ряды чисел и вскоре научился отличать сходящийся ряд от расходящегося. Но и расходиться ряд может с разной скоростью. Гросетест заметил, что сумма натуральных чисел растет гораздо медленнее, чем сумма их квадратов, а сумма квадратов – медленнее, чем сумма последовательных степеней двойки. Так первый из христиан проник в область бесконечно больших и бесконечно малых величин, вторым после Архимеда, на четыре столетия опережая Ньютона.

Гросетест считал, что античных классиков (особенно Аристотеля) нужно изучать в подлиннике, а не по дурным переводам на латынь, сделанным к тому же с арабских переводов. Поэтому Гросетест пригласил в Англию ученых греков – беглецов из Константинополя, разоренного крестоносцами в 1204 году. Так в Оксфорде и Кембридже появились первые греческие профессора. Среди учеников Гросетеста оказались выдающийся алхимик Роджер Бэкон (один из изобретателей пороха) и граф Симон де Монфор – организатор первого выборного парламента в Англии. Коллегой и соперником Роберта Гросетеста был Фома Аквинский (1225–1274), решивший следовать Аристотелю и Евклиду, чтобы изложить всю христианскую ученость в виде цепи определений, аксиом и теорем.

Жан Буридан (1300–1358) был профессором Парижского университета (Сорбонны). Многим известны рассказы о *буридановом осле.* Этот осел из теории ученого стоял между двух одинаковых кормушек с сеном и не мог решить, откуда поесть. И сдох. Эти мысленные эксперименты дают представление о попытках развития принципов доказательства. Еще один профессор Сорбонны, Раймонд Луллий (1235–1315), прочел книги Аристотеля и Евклида глазами инженера; в результате появилась идея машины, автоматически выполняющей все арифметические действия с числами и логические операции над любыми утверждениями. Это был первый проект механического счетного устройства. Построить его Луллию не удалось: слишком низок был тогда уровень механического ремесла во всем мире.

Большой вклад в формально-символическое усовершенствование алгебры внесли в XV и XVI веках математики Южной Германии. Они разработали несколько систем символов, более удобных для записи математических действий, а некоторые из них высказали в своих сочинениях идеи, близкие к понятию логарифма. Так же были очевидны успехи тригонометрии, явившиеся следствием развития астрономии. Факты тригонометрии были восприняты, как и другие факты математики, в большинстве при переводе научных трактатов с арабского языка. При этом в поле зрения европейских математиков оказывались достижения астрономов и математиков как Византии, так и более поздней арабской науки.

В XV веке, когда дальние плавания стали возможны, когда изученный мир стал расширяться и представления о нем быстро изменялись, резко возрос интерес к астрономии. В 1461 году в Европе появилось сочинение «Пять книг о треугольниках всякого рода», в котором впервые тригонометрия была отделена от астрономии и трактована как самостоятельная часть математики. Написал его немецкий математик Иоганн Мюллер (1436–1476), более известный как Региомонтан.

В этой книге систематически рассмотрены все задачи на определение треугольников, плоских и сферических, по заданным элементам. При этом Региомонтан расширил понятие числа, включив в него иррациональность, возникающую в случае геометрических несоизмеримостей, и прилагая алгебру к решению геометрических задач. Тем самым было открыто новое понимание предмета тригонометрии и ее задач.

Региомонтан продолжил начатую ранее другими учеными работу по составлению таблиц тригонометрических функций. Его таблица синусов имела частоту через каждую минуту и точность до седьмого знака. Для этого величину радиуса образующей окружности он брал равной 107, так как десятичные дроби еще не были известны. Он ввел в европейскую практику тригонометрические функции, получившие в XVII веке названия тангенса и котангенса, составив таблицу их значений.

В 1482 году в Венеции была впервые напечатана (по латыни) книга Евклида «Начала». С этого момента для математиков кончилось Средневековье и началось Новое время.

1.5.2. Леонардо Пизанский и его «Книга абака»

Первым самостоятельным математиком Западной Европы, полностью осветившим все достижения математиков стран ислама и продвинувшимся дальше их, был итальянец Леонардо Пизанский (1180—1240), известный также под именем Фибоначчи. Леонардо родился в Пизе — крупном торговом центре Италии того времени. Его отец в конце XII в. торговал в Буджии (Алжир), где Леонардо изучал математику у арабских учителей. Леонардо посетил также Египет, Сирию, Византию и Сицилию.

Основной труд Леонардо — «Книга абака» — написан им в 1202 г. и переработан в 1228 г. Под словом «абак» Леонардо подразумевает не счетную доску, а арифметику вообще. Эта замечательная книга послужила одним из важных средств распространения новой арифметики и других математических знаний в Европе. Леонардо систематизировал в ней огромное количество сведений, почерпнутых из арабских трудов, добавил, как он выражается сам, кое-что из геометрического искусства Евклида, а по существу — из античного наследия вообще, а также присоединил ко всему этому собственные задачи и методы. Арифметику и алгебру линейных и квадратных уравнений Леонардо изложил с непревзойденной ни ранее, ни долгое время спустя полнотой и глубиной, что относится и к латинской и к арабской литературе.

В сочинении 15 глав (книг).

Книга I вводит арабо-индийские цифры, сразу описывает алгоритм умножения (который в новой системе неизмеримо проще, чем в старой, римской) и показывает, как преобразовать числа из старой системы в новую. Стоит отметить, что Фибоначчи вводит как самостоятельное число и ноль (zero), название которого производит от zephirum, латинской формы «ас-сифр» (пустой).

Книга II содержит многочисленные практические примеры денежных расчётов.

В книге III излагаются разнообразные математические задачи — например, китайская теорема об остатках, совершенные числа, прогрессии и пр.

В книге IV даются методы приближённого вычисления и геометрического построения корней и других иррациональных чисел.

Далее идут разнообразные приложения и решение уравнений. Часть задач — на суммирование рядов. В связи с контролем вычислений по модулю приводятся признаки делимости на 2, 3, 5, 9. Изложена содержательная теория делимости, в том числе наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Именно здесь помещена задача о кроликах, приводящая к знаменитому ряду Фибоначчи.

Многие важные задачи впервые известны именно из книги Леонардо; однако даже при изложении классических задач он внёс много нового. Методы решения уравнений часто оригинальные, по существу алгебраические, хотя символика отсутствует. Во многих вопросах Леонардо пошёл дальше китайцев. Фибоначчи — впервые в Европе — свободно обращается с отрицательными числами, толкуя их в индийском стиле, как долг. Самостоятельно открыл несколько численных методов (некоторые из них, впрочем, были известны арабам).

«Книга абака», по сути, служила учебником, справочником и источником вдохновения европейских учёных. Особенно неоценима её роль в быстром распространении в Европе десятичной системы и индийских цифр.

В 1220 г. он написал «Практику геометрии» — книгу, которая, вопреки своему названию, не была руководством специально по прикладной землемерной геометрии, а содержала разнообразные теоремы (с доказательствами), относящиеся к измерению величин, к арифметике, планиметрии и стереометрии. Кроме результатов, известных из древности, имеются и принадлежащие самому Леонардо или снабженные оригинальными доказательствами. Так, он не просто приводит утверждение, что три медианы треугольника пересекаются в одной точке (что было известно еще Архимеду), а доказывает его. Не встречается у Евклида теорема Леонардо о квадрате диагонали прямоугольного параллелепипеда. С собственно геометрическими предложениями переплетается изложение некоторых землемерных приемов в последнем, седьмом разделе книги. Здесь же Леонардо учит определению расстояний и высот с помощью определенным образом размеченного квадрата. Имеются и задачи на деление фигур. В целом книга несет печать влияния как греческой, так и арабской литературы. При определении π Леонардо вычисляет периметры правильных вписанного и описанного 96-угольников и получает неравенства $1440 / (458 + 4/9) < \pi < 1440 / (458 + 1/5)$. Арифметическое среднее 4/9 и 1/5 есть 29/90 или почти 1/3, и за π принимается 864/275 что равно 3,1418...

Около 1225 г. Леонардо написал «Книгу квадратов», содержащую задачи на неопределенные квадратные уравнения. В одной задаче, предложенной ему магистром Иоанном Палермским, философом императора Фридриха II, в присутствии последнего, требовалось найти (рациональное) квадратное число, которое, будучи увеличено или уменьшено на 5, вновь дает (рациональные) квадратные числа. Леонардо был, вероятно, знаком с приемами решения таких задач в арабской литературе, но он применил собственный прием, исходя из того, что всякое квадратное число n^2 является суммой первых n нечетных чисел, и используя изящно полученные им формулы суммирования последовательных четных и нечетных натуральных квадратов.

В другой задаче требуется найти числа x, y, z такие, чтобы каждая из сумм $x + y + z + x^2$, $x + y + z + x^2 + y^2$, $x + y + z + x^2 + y^2 + z^2$ была квадратным числом. Он дает решение $x = 16/5$, $y=48/5$, $z=144/5$. Эта работа Леонардо — единственное ценное исследование по теории чисел в Европе за рассматриваемый период.

1.5.3. Оксфордская и Парижская школы натурфилософии

Принято считать, что в XIV – XV веках естествознание близко подошло к созданию методов новой науки. Этому предшествовал прогресс ремесленного производства, рост городов, успешные торговые контакты с арабским Востоком. Возрождены основные натуралистические книги Аристотеля, а также труды, содержащие методологию его натуралистического опыта и наблюдения. В результате

– усиление интересов к естественнонаучным идеям и исследованиям. Основные центры – Оксфордский и Парижский университеты.

Оксфордская школа сыграла значительную роль в развитии и распространении естествознания. Главная роль в становлении школы принадлежит францисканцу Роберту Гроссетесту (Большеголовому).

Его научные интересы концентрировались вокруг оптики, математики (особенно геометрии), астрономии. Гроссетеста называли ярким теоретиком и практиком экспериментального естествознания. В своих работах он высказывал мысли о том, что изучение явлений начинается с опыта, посредством их анализа устанавливается некоторое общее положение, рассматриваемое как гипотеза. На основе гипотезы дедуктивно выводятся следствия, опытная проверка которых устанавливает их истинность или ложность. Эти свои идеи исследователь проводил в опытах над преломлением света. Он размышлял также над распространением звуковых колебаний, над морскими приливами, над явлениями из области медицины. Для проверки гипотез Гроссетест использовал методы фальсификации и верификации.

Метод фальсификации используется там, где нет еще никакой рациональной теории, и естествоиспытатель вынужден произвести отбор подходящих гипотез, то есть отбросить то, что «не соответствует природе вещей». Метод верификации предполагает установление зависимостей путем наблюдения и проверку их в изолирующем эксперименте.

Гроссетест пытался выработать общую методологию естественнонаучного исследования, исходя из идей Аристотеля. Наиболее фундаментальным достижением оксфордской школы являются теория света и оптика, которые могут пониматься как основа некоторой универсальной физической теории.

К ученикам Гроссетеста относят английского натурфилософа и богослова Роджера Бэкона – одного из наиболее интересных, оригинальных мыслителей своего века. Мировоззрение Бэкона формировалось под влиянием естественнонаучных интересов оксфордского кружка, с одной стороны, с другой же стороны – в неприятии умозрительных рассуждения схоластиков. Схоластике Бэкон противопоставлял программу практического назначения знания, с помощью которого человек может добиться своего могущества и улучшения жизни. Ему принадлежат идеи, которые предвосхитили будущее развитие науки и техники: суда без гребцов, управляемые одним человеком, колесницы без коней, летательные аппараты и другое.

Бэкон создает энциклопедию, в которой значительное место отводит математике (комплекс дисциплин из геометрии и арифметики, астрономии и музыки (акустика)). Он считает, что математика достоверна и несомненна, и с ее помощью необходимо проверять все остальные науки. Математика – самая легкая из наук, ибо она «доступна уму каждого», следовательно, с нее надо начинать обучение детей.

Бэкон считал, что все науки должны познаваться с помощью математических доказательств, доходящих до истин, а не с помощью диалектических и софистических доводов. Благодаря применению математики наука может достигнуть очевидности и истинности. Но для получения истинных знаний одних только математических доказательств недостаточно. Для лучшего понимания и устранения сомнений необходим опыт.

Роджер Бэкон выделял два основных способа познания – с помощью доказательств и из опыта. Один из них приобретается посредством внешних чувств – человек может полагаться на свои органы чувств, на свидетельства очевидцев, на специально изготовленные инструменты. Однако этого внешнего опыта недостаточно, ибо он не вполне удостоверяет относительно «телесных» вещей из-за трудности познания и совсем не касается «духовных» вещей. Поэтому необходим другой вид опыта – опыт «внутренний», который становится возможным только в мистических состояниях избранных благодаря обретению внутреннего озарения. Второй вид опыта гораздо лучше первого. Допускает Бэкон и третью разновидность опыта – праопыт, которым всемогущий бог наделил святых отцом и пророков. Бог открыл им науки через внутреннее озарение.

Призывая опираться на конкретные знания и практические исследования, Р. Бэкон подчеркивал пользу научно-технических изобретений для государства. Ему принадлежит ряд открытий в теории магнетизма, в физиологии зрения, в оптике (трактат Р. Бэкона «Перспектива» стал первой серьезной работой по оптике в средневековой Европе). Теоретические дисциплины, в первую очередь математику, он пытался применить в области техники. Р. Бэкон писал о возможности обработки линз и изготовлении инструмента, при помощи которого «отдаленные предметы покажутся близкими и наоборот», при посредстве которого можно «на невероятном расстоянии прочитать самые маленькие буквы и перечислить пылинки и песчинки», благодаря которому «мальчик покажется как великан, человек — как гора». Таким образом, он подошел к идее увеличительного стекла, очков и подзорной трубы.

Подвергавшийся гонениям почти всю жизнь, Р. Бэкон, однако, успел сделать так много и настолько опередил эпоху, что с полным правом его можно назвать провозвестником новоевропейского опытного естествознания.

Другие существенные достижения школы связаны с научной деятельностью членов Мертонского колледжа при Оксфордском университете. Среди них — Фома Брадвардин, стремившийся выработать математический способ описания движений тел посредством придания физическим процессам количественных показателей, а также группа его учеников, т. н. калькуляторы (calculatores). Это Уильям Хейтсбери, Джон Дамблтон, Ричард Суайнсхед (Суисет) и др. Стремясь синтезировать квалитативную физику Аристотеля и Евклидово учение о пропорциях, калькуляторы имели целью создать единую систему «математической физики», основанной на возможности арифметико-алгебраического выражения качества.

При этом под качеством понимается также и скорость, трактуемая как особое, присущее движущемуся телу качество движения: в соответствии с градусом скорости оно обладает определенной интенсивностью, тождественной мгновенной скорости — характеристике движения, обусловливающей его быстроту или медлительность.

Параллельно происходит трансформация понятия величины как таковой: она рассматривается как широта от «не-градуса» до нее самой, а ее непрерывность обусловливает возможность бесконечного числа различных способов ее «пересчета», отличающихся «длиной» элементарных шагов. Так Хейтсбери и Суайнсхед реально приблизились к формулировке доктрины о бесконечно малых различных порядков.

Главное практическое достижение калькуляторской науки – теорема о среднем градусе скорости, или «мертонское правило» (Merton rule), согласно которому равномерно ускоряющееся или замедляющееся движение эквивалентно равномерному движению со средней скоростью. Сочинения калькуляторов способствовали также формулированию новых математических понятий (переменной величины, логарифмов, дробных показателей, бесконечных рядов и др.). Однако поскольку свои идеи мертонцы включали в устоявшуюся систему перипатетической физики, их априорная математическая концепция движения в целом носила абстрактный характер и не претендовала на отыскание «физического смысла» явлений.

С другой стороны, разработанное путем исследования интенсивности общее учение о пропорциях (или метод «конфигурации качеств») нашло свое применение не только во всех областях естествознания, но и в сферах теологии, этики, эстетики и т. д. Идеи мертонцев были восприняты представителями Парижской школы.

В XIV в. вторым после Оксфордского университета центром естественно-научных исследований стал Парижский университет, где в XIV в. работали такие видные схоласты, как Жан Буридан и Никола Орем. Буридан дважды избирался ректором Парижского университета. Примечательно, что он практически не занимался теологией, предпочитая ей логику и физику. В своих комментариях к физическим и астрономическим работам Аристотеля он развивал гипотезу импульса, который придается двигательной силой движущемуся объекту и «запечатлевается» в нем, давая ему возможность двигаться бесконечно в заданном направлении, если для этого нет препятствий. Таким образом, движение находит основание как бы в себе самом, что идет вразрез с механикой Аристотеля. В этой теории можно усмотреть смутный прообраз закона инерции. Н. Орем был магистром теологии, а затем епископом г. Лизье. Он прославился своими работами по политической экономии, в которых выступал как теоретик денежного обращения. Н. Орем также занимался математикой — и в одном из своих математических сочинений даже употреблял степени с дробными показателями, предвосхищая в определенной мере логарифмические исчисления. Но наибольшей известностью пользовались его труды по физике и астрономии. Развивая принципы механики Буридана, он сформулировал закон падения тел, в некоторой степени приближающийся к определению Галилея. Применяя принципы механики и физики при изучении движения небесных тел, он принимал гипотезу суточного вращения Земли и «покоя неба». Но самым перспективным явилось развитие Оремом идеи о возможности математической (числовой и геометрической) характеристики физических явлений. Геометро-кинематическая схема была впоследствии принята в физике и астрономии.

Таким образом, на исходе Средневековья был выдвинут ряд плодотворных идей в области естествознания и натурфилософии, разрушавших аристотелевскую физику и способствовавших появлению новых естественно-научных теорий.

Контрольные вопросы

1. Статья А.Н. Колмогорова «Математика» - периодизация истории математики, особенности исторического подхода.
2. Сравните периодизацию А.Н. Колмогорова и А.Д. Александрова.
3. Папирусы Древнего Египта. Перечислите основные результаты и достижения египетской математики.
4. Клинопись Древнего Вавилона. Достижения математики древнего Вавилона.
5. Различные взгляды на причины «греческого чуда».
6. Особенности пифагорейской школы.
7. Теория отношений и открытие несоизмеримости.
8. Знаменитые задачи древности и подходы к ним в современной математике.
9. Апории Зенона и понятие бесконечности в Древней Греции.
10. Евдокс, Архимед и «метод исчерпывания».

11. «Начала» Евклида как пример аксиоматической теории.
12. Интегральные и дифференциальные методы у Архимеда.
13. Суть теории конических сечений.
14. Механика в Древней Греции.
15. Вычислительные приемы в Древней Греции.
16. Особенности математических школ мусульманского мира.
17. Достижения арабских математиков в алгебре.
18. Достижения арабских математиков в геометрии.
19. Вычислительные алгоритмы у арабских математиков.
20. Техника вычислений в индийской математике.
21. Дайте обзор китайского трактата «Математика в девяти книгах».
22. Тригонометрия в странах Востока.
23. Особенности математического образования в средневековой Европе.
24. Перечислите основные достижения европейской математики VIII-XIII веков
25. Дайте обзор «Книги абака»
26. Сравните достижения оксфордской и парижской школ натурфилософии.
27. Берестяные грамоты, летописи и математика древней Руси.
28. Формирование системы математических символов в средневековой Европе.
29. История «великой контраверзы» или решение алгебраических уравнений 3-й и 4-й степени итальянскими учеными.
30. Работы средневековых ученых в области прикладной математики.
31. Охарактеризуйте математические результаты, полученные Альбрехтом Дюрером.
32. Достижения Николая Кузанского и Региомонтана в области тригонометрии.
33. Теория перспективы у Леонардо да Винчи и Альбрехта Дюрера.
34. «Золотое сечение» и его приложения в различных областях математики и искусства.

2. МАТЕМАТИКА И НАУЧНО–ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕВОЛЮЦИЯ XVII–XIX вв.

Цель: Определить особенности развития математики и математического образования в XVII–XIX веках, установить возросшую взаимосвязь между теоретическими и практическими исследованиями, выявить роль таких глобальных достижений как построение гелиоцентрической системы мира, формирование понятия «функция», создание дифференциального и интегрального исчисления, аналитической и неевклидовой геометрий.

2.1. Введение в математику движения и переменных величин. Развитие вспомогательных средств вычисления

Содержание:

Научная революция Нового времени и механическая картина мира. Практический характер математики XVII в. Гелиоцентрическая система мира (Н. Коперник, Т. Браге, И. Кеплер, Г. Галилей). Прогресс вычислительной техники: тригонометрические таблицы, открытие логарифмов и логарифмические таблицы. От вычислительной машины Шиккарда к арифмометру Лейбница. Механика Галилея. Введение в математику движения и появление переменных величин, работы П. Ферма и Р. Декарта и рождение аналитической геометрии. Картезианская картина мира. Первые теоретико-вероятностные представления и статистические исследования (П. Ферма, Б. Паскаль, Х. Гюйгенс, Я. Бернулли). Теория чисел и ее прикладной характер. Методы бесконечного приближения. Методы интегрирования до И. Ньютона и Г. Лейбница (И. Кеплер, Б. Кавальери, Г. Сен-Венсан, П. Ферма, Б. Паскаль, Э. Торричелли, Д. Валлис). Задачи о касательных и поиск экстремумов (работы Э. Торричелли, Ж. Роберваля, Р. Декарта, П. Ферма, Х. Гюйгенса). И. Барроу и обращение задачи о касательных. Создание проективной геометрии в работах Ж. Дезарга и Б. Паскаля. Вопросы механики в работах Х. Гюйгенса и И. Ньютона. Политехническая и Нормальная школа, их влияние на развитие математических наук.

Основная литература: [20, т.2, гл.1-7], [44, I, лекции 10-13], [45, гл.6-7], [10, ч.1, гл.1-5; ч.2, гл.1-2, 6], [22, гл.III][4], [12], [16], [22], [23], [26. гл.1-3], [38].

2.1.1. Вычислительные методы и средства в XVII веке

Математики XVI и начала XVII в. испытывали огромные трудности вычислительно-практического характера. Прежде всего, эти трудности концентрировались вокруг задачи составления таблиц тригонометрических функций и связанной с этим задачи определения значения π. Другой задачей являлось отыскание простых и надежных алгоритмов численного определения корней уравнений с данными числовыми коэффициентами. Арифметические средства вычислений ограничивались операциями с целыми числами и простыми дробями; десятичные дроби только пробивали себе дорогу. Вычисления делались только вручную. Составление тригонометрических таблиц играло в то время большую роль. Поэтому в конце XVI и в начале XVII в. героическими усилиями известных ученых и безвестных вычислителей были составлены и изданы несколько таких таблиц. Над вычислением таблиц работали, например, Коперник (1473—1543), Кеплер (1571—1630) и их ученики и сотрудники. Через 20 лет после смерти Ретикуса (1514—1576), ученика Коперника, появились законченные уже третьим поколением вычислителей большие таблицы «Opus Palatinum», где величины всех шести тригонометрических функций были вычислены с частотой 10" для производящей окружности радиусом $r = 10^{10}$. Обширные таблицы оставил в огромном сочинении «Canonus mathematicus» Виета.

Заметной особенностью таблиц была громадная величина избранного для отсчета радиуса производящей окружности. Объяснялось это отсутствием десятичных дробей, в силу чего результаты приходилось получать в целых числах. Главные заботы вызывало определение с особенно высокой точностью синусов (или хорд) малых дуг, чтобы на вычислениях не сказалось накопление ошибок. Для этого использовали унаследованный от древних прием последовательного удвоения сторон правильного вписанного многоугольника.

Логарифмы были изобретены в начале XVII в. Их теоретические основы стали формироваться очень давно. Речь идет об идее сравнения двух прогрессий — геометрической и арифметической, и о достаточном обобщении понятия степени. Еще у Архимеда встречается запись последовательных степеней одного основания: $a^0, a^1, a^2, \ldots$, по поводу чего высказано утверждение, эквивалентное: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. Аналогичные мысли высказывал Диофант. Орезм исходил из этой идеи сравнения геометрической прогрессии и арифметической, когда вставлял в последней дробные числа между натуральными и обобщил тем самым понятие показателя степени на дробные величины. Штифель систематически сравнил действия над членами обеих сопоставленных прогрессий и ввел дробные и отрицательные показатели степени. Чтобы воспользоваться этими идеями для целей сведения операций к более простым, нужно было только составить таблицы, где сопоставляются последовательность степеней чисел с последовательностью их показателей. Чтобы таблицы были достаточно густыми, их единое основание следует выбирать близким к единице. Подобные таблицы в начале XVII в. уже существовали. Их составил Стевин, хотя по-другому. Это были таблицы сложных процентов, т. е. значений чисел $(1+r)^n$ при различной процентной таксе r=0,05, r=0,04 и т. д. Чем меньше r, тем меньше разрыв между получаемыми значениями. Аналогичная таблица была положена в основу одной из первых таблиц логарифмов, составленной И. Бюрги. Он (1552—1632) происходил из Швейцарии и был астрономом. Здесь для облегчения вычислений в течение восьми лет (1603—1611) он составил свою таблицу логарифмов на основании таблиц типа Стевина: а$(1+r)^n$. Чтобы получить достаточно малый шаг в таблице, Бюрги принял $r=\frac{1}{10^4}$.

Бюрги долго не решался публиковать таблицы, несмотря на очевидную их полезность при вычислениях. Только в 1620 г., по настоянию Кеплера, он издал книгу «Таблица арифметической и геометрической прогрессии с обстоятельным наставлением, как пользоваться ими при всякого рода вычислениях».

Медлительность Бюрги стоила ему приоритета. В 1614 г., на 6 лет ранее его книги, в Англии появилось «Описание удивительных таблиц логарифмов». Автором этого сочинения был Джон Непер (1550—1617), шотландский барон, занимавшийся различными науками, в особенности астрономией и математикой, в качестве любителя, а таблицы были 8-значными таблицами логарифмов тригонометрических функций для значений аргументов от 0 до 90° через $1'$.

Принцип составления этих таблиц, которым Непер владел, по-видимому, с 1594 г., был для своего времени новым. Непер, напротив, исходил из логарифмической функциональной зависимости, выразив ее в виде двух непрерывных шкал. Неперова система логарифмов оказалась системой с основанием $\frac{1}{e}$. Введение логарифмической функции объективно хранило в себе большие возможности для применения в будущем в системе математического анализа. Но Непер еще не владел в 1614 г. идеей логарифмической функции. Ему были нужны таблицы.

Как уже было указано, таблицу Непера составляли логарифмы тригонометрических функций. Прежде всего, отдельную колонку составляли логарифмы синусов углов первой четверти, выбранных с интервалом $1'$. Они, таким образом, давали и значения логарифмов косинусов (как синусов дополнительных углов). Во избежание дробей принято, что sin 90°=10^8. В специальной колонке под названием «разности» (differentiae) приведены разности логарифмов синусов дополнительных углов, т. е. логарифмы тангенсов. Неперу было известно, что логарифмы обратных тригонометрических функций получаются просто изменением знака. Затруднения привели Непера к идее десятичных логарифмов, т. е. к тому, чтобы первоначально полагать log 1 = 0, log 10 = 10^{10}. Та же идея десятичной системы возникла после ознакомления с таблицами Непера у профессора лондонского колледжа Генри Бригга (1561—1630), с 1619 г. профессора математики в Оксфорде, а затем в Лондоне.

Он совершил две поездки к Неперу в Шотландию, сдружился с ним и в совместных занятиях оба друга разработали новую, практически более удобную десятичную систему, основанную на сравнении прогрессий. Бригг взялся за разработку большой таблицы десятичных логарифмов. Уже в 1617 г. он опубликовал 8-значные таблицы логарифмов чисел от 1 до 1000. Через 7 лет, в 1624 г., Бригг сумел издать «Логарифмическую арифметику». В целях пропаганды нового вычислительного средства он выпустил несколько статей, разъясняющих методы вычисления таблиц и употребления логарифмов. Один из методов Бригга представляет особенно большой интерес.

$$log_{10}a \approx \frac{2^m(\sqrt[2^m]{a}-1)}{2^n(\sqrt[2^n]{10}-1)}$$

Вычисление десятичного логарифма любого числа сводится к последовательному извлечению квадратного корня из этого числа. Значения степеней 2 и последовательного извлечения квадратных корней из 10 вычисляются предварительно. Чтобы избежать накопления ошибок, Бригг произвел 54-кратное извлечение квадратного корня с точностью до 32 десятичных знаков:

$$\sqrt[2^{54}]{10} = 1,000\ 000\ 000000000\ 127819\ 149320\ 03235.$$

Логарифмы вошли в вычислительную практику и быстро распространились по всему миру. В 1628 г. голландец А. Влакк, книготорговец по роду занятий, закончил труд Бригга, составил и издал 10-значные таблицы десятичных логарифмов чисел 1—10^5. Он же довел до конца составление 10-значных таблиц десятичных логарифмов тригонометрических функций с частотой через каждые 10''. Английский преподаватель математики Джон Спейдель вычислил к 1620 г. таблицы натуральных логарифмов, сразу завоевавшие громадную популярность. В то же время (1620) лондонский профессор Эдмунд Гюнтер разработал логарифмическую шкалу, явившуюся первым вариантом широко ныне распространенной логарифмической линейки.

Таблицы логарифмов быстро, в течение менее чем столетия, распространились по всему миру и сделались незаменимым вспомогательным орудием при вычислениях. В 1650 г. они были завезены иезуитами-миссионерами в Китай. В России регулярные издания таблиц логарифмов датируют с 1703 г., когда появились таблицы Влакка. Логарифмическая шкала была описана в русской научной и учебной литературе впервые в 1730 г. под названием «гунтерской» (по имени уже упомянутого выше проф. Э. Гюнтера).

В процессе решения чисто вычислительной задачи составления таблиц возникли элементы анализа переменных величин. Это были: идея логарифмической функции, высказанная Непером, и отбрасывание несущественно малых величин, например у Бригга. Последний прием, можно предположить, послужил одним из побудительных мотивов появления у Кеплера исчисления актуальных бесконечно малых величин. В свою очередь применение элементов анализа бесконечно малых дало новый более удобный способ вычисления логарифмов.

Теория логарифмических функций получила свое завершение в трудах Л. Эйлера. Ему принадлежит общее определение логарифмической и показательной функции как взаимнообратных, распространение понятия логарифма на случай комплексного аргумента, введение символа е для основания натуральных логарифмов и т. д.

Ученые-математики XVII в. искали также и другие пути преодоления вычислительных трудностей. В разных городах Европы стали возникать счетные машины. По-видимому, самой ранней машиной была машина немецкого профессора Вильгельма Шиккарда (1623), преподававшего в г. Тюбингене математику и астрономию. Сведения об этой машине появились только в 1958 г. Ее схема и объяснения к этой схеме были обнаружены в архиве Кеплера, а затем в архивных фондах библиотеки гор. Штутгарта.

Машина В. Шиккарда состояла из трех частей: суммирующее устройство, множительное и механизм для записывания промежуточных результатов. Первое из них представляло раннюю разновидность арифмометра, построенного на принципе использования зубчатых передач. На параллельных осях (их было 6) насаживалось по одной десятизубой и однозубой шестерне. Последняя служила для того, чтобы передать шестерне следующего разряда толчок, поворачивающий ее на 0,1 оборота, после того как предыдущая шестерня сделает полный оборот. Техническое оформление машины позволяло видеть в окошках, какое число набрано в качестве первого слагаемого (или уменьшаемого) и последующие результаты, вплоть до итогового. Вычисление не представляло при этом затруднений. Для деления рекомендовалось повторное вычитание делителя из делимого. Оригинально разрешена в машине Шиккарда задача умножения чисел. На параллельных осях (их тоже было 6) насаживались цилиндры, на каждый из которых была навернута таблица умножения. Перед цилиндрами устроена панель с девятью рядами окошек (по 6 штук в каждом ряду по числу цилиндров); каждый ряд открывается и закрывается специальной фигурной задвижкой.

Третья часть машины состояла из шести барабанчиков с нанесенными на них цифрами: 1, 2, ..., 9, 0 и соответственно из панели с шестью окошками. Поворотом барабанов в окошках фиксировалось число, которое вычислителю надо запомнить.

Машина Шиккарда была изобретена и построена в 1623 г. О ней ничего не было известно, по-видимому, никому, кроме Кеплера и узкого круга друзей изобретателя. Поэтому до последнего времени считалось, что первый арифмометр изобрел в 1642 г. Блез Паскаль (1623—1662). Арифмометр Паскаля, построенный на принципе десятичных зубчатых передач, позднее (1673—1674) был усовершенствован Лейбницем. Счетные устройства были еще долгое время несовершенными и не имели широкого распространения и практического применения вплоть до 1874 г., когда инженер Однер (Петербург) изобрел колесо Однера, употребляющееся в простейших вычислительных машинах и в наше время.

Арифмометр Лейбница использовал цифровой принцип, в нем все происходило автоматически, операции умножения и деления были механизированы и производились по тем временам моментально.

Дебютная публичная демонстрация «арифметического инструмента» состоялась в 1673 году на заседании Лондонского королевского общества. Лейбниц признавал определенное несовершенство нового прибора, но обещал его улучшить, чем с перерывами занимался на протяжении почти 40 лет своей жизни. В конце концов он добился того, что на его калькуляторе можно было практически мгновенно перемножать 12-разрядные числа. Но и обошлась эта затея дорого даже для небедного ученого.

Главным новшеством в калькуляторе Лейбница было использование ступенчатого валика особой конструкции. Он применялся в счетных устройствах даже в середине двадцатого столетия и лежал в основе конструкции арифмометра Томаса – первой счетной машины массового производства. Другой важной новацией в машине Лейбница было наличие подвижной части. Эта подвижная часть затем получила название каретки и стала непременной составляющей любого механического и электрического арифмометра.

Калькулятор Лейбница, хоть и был десятичным, стал вехой в истории кибернетики и информатики. Заслуга Лейбница в том, что изобретенные и реализованные им принципы вычислений и их механизации активно применялись на практике в течение трех столетий, до 1970-х годов.

Практические цели, стоящие перед математиками XVII в., привели к серьезному расширению арсенала вычислительных средств и приемов численного решения задач. Главными достижениями в этом плане являлись: изобретение логарифмов и методов точного или приближенного (если точное оказывается невозможным) вычисления корней алгебраических уравнений. Все эти нововведения обогатили элементарную математику.

2.1.2 Первые теоретико-вероятностные представления и статистические исследования

Считают, что теория вероятностей зародилась в переписке двух великих ученых Б. Паскаля (1623–1662) и П. Ферма (1601–1665). От этой переписки сохранились лишь три письма Паскаля и четыре письма Ферма. В этой переписке еще отсутствует понятие вероятности, и оба ученых ограничиваются рассмотрением числа благоприятствующих событию шансов. Исследуя прогнозирование выигрыша в азартных играх, Б. Паскаль и П. Ферма открыли первые вероятностные закономерности, возникающие при бросании костей. Независимо от Паскаля Ферма разработал основы теории вероятностей. Именно с переписки Ферма и Паскаля (1654), в которой они, в частности, пришли к понятию математического ожидания и теоремам сложения и умножения вероятностей, отсчитывает свою историю эта замечательная наука. Результаты Ферма и Паскаля были приведены в книге Гюйгенса «О расчётах в азартной игре» (1657), первом руководстве по теории вероятностей.

Работы над теорией вероятностей привели Блеза Паскаля к другому замечательному математическому открытию, он составил так называемый арифметический треугольник, позволяющий заменять многие весьма сложные алгебраические вычисления простейшими арифметическими действиями.

Треугольник Паскаля — арифметический треугольник, образованный биномиальными коэффициентами. Если очертить треугольник Паскаля, то получится равнобедренный треугольник. В этом треугольнике на вершине и по бокам стоят единицы. Каждое число равно сумме двух, расположенных над ним чисел. Продолжать треугольник можно бесконечно. Строки треугольника симметричны относительно вертикальной оси. Имеет применение в теории вероятности и обладает занимательными свойствами.

Несколько позднее Паскаля и Ферма к теории вероятностей обратился Хейнгенс Христиан Гюйгенс (1629-1695). До него дошли сведения об их успехах в новой области математики. Гюйгенс пишет работу «О расчетах в азартной игре». Она впервые вышла в виде приложения к «Математическим этюдам» его учителя Схоотена в 1657 году. До начала восемнадцатого века «Этюды...» оставались единственным руководством по теории вероятностей и оказали большое влияние на многих математиков. В письме Схоотену Гюйгенс заметил: «Я полагаю, что при внимательном изучении предмета читатель заметит, что имеет дело не только с игрой, но что здесь закладываются основы очень интересной и глубокой теории». Подобное высказывание говорит о том, что Гюйгенс глубоко понимал существо рассматриваемого предмета. Именно Гюйгенс ввел понятие математического ожидания и приложил его к решению задачи о разделении ставки при разном числе игроков и разном количестве недостающих партий и к задачам, связанным с бросанием игральных костей. Математическое ожидание стало первым основным теоретико-вероятностным понятием.

В XVII веке появляются первые работы по статистике. Они посвящены, главным образом, подсчету распределения рождений мальчиков и девочек, смертности людей различных возрастов, необходимого количества людей разных профессий, величины налогов, народного богатства, доходов. При этом применялись методы, связанные с теорией вероятностей. Подобные работы способствовали ее развитию. Галлей при составлении таблицы смертности в 1694 году усреднял данные наблюдений по возрастным группам. По его мнению, имеющиеся отклонения «видимо, вызваны случаем», что данные не имели бы резких отклонений при «намного большем» числе лет наблюдений. Теория вероятностей имеет огромное применение в самых различных областях. Посредством нее астрономы, например, определяют вероятные ошибки наблюдений, а артиллеристы вычисляют вероятное количество снарядов, могущих упасть в определенном районе, а страховые общества - размер премий и процентов, уплачиваемых при страховании жизни и имущества.

А во второй половине девятнадцатого столетия зародилась так называемая «статистическая физика», представляющая собой область физики, специально изучающей огромные совокупности атомов и молекул, составляющие любое вещество, с точки зрения вероятностей.

Следующий этап начинается с появления работы Я. Бернулли «Искусство предположения» (1713 год). Здесь была доказана теорема Бернулли, которая дала возможность широко применять теорию вероятностей к статистике. Важный вклад в теорию вероятностей внёс Якоб Бернулли: он дал доказательство закона больших чисел в простейшем случае независимых испытаний.

2.2. Становление и обоснование дифференциального и интегрального исчисления

Содержание:

Метод флюксий И. Ньютона и учение о бесконечно малых Г. Лейбница: различия в подходах, спор о приоритетах. Первые шаги математического анализа (работы И. Бернулли и Я. Бернулли). Проблема обоснования дифференциального и интегрального исчисления: «Аналист» Беркли и работы К. Маклорена, подходы Л. Эйлера, Ж. Лагранжа, Л. Карно, Ж. Даламбера. Дифференциальные и интегральные принципы механики. «Аналитическая механика» Ж. Лагранжа и небесная механика П. Лапласа. Развитие понятия функции, теория рядов и интерполирование функций. Петербургская Академия наук и работы Л. Эйлера в области механики и прикладной математики. Исчисление конечных разностей, исследования Б. Тейлора, Д. Стирлинга, Ж. Лагранжа. Прикладные задачи и развитие теории обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений с частными производными. Теория непрерывных функций. К. Гаусс и его исследования в области чистой и прикладной математики. Построение теории пределов, работы О. Коши, Б. Больцано, К. Вейерштрасса.

Основная литература: [20, т.2, гл.8, т.3, гл.6-9], [44, I, лекции 14-15; II, гл.1-3, 8-9], [45, гл.6-8], [10, ч.1, гл.6-7; ч.3, гл.2], [21, т.1], [22], [24, гл.1].

2.2.1. Истоки дифференциального и интегрального исчисления

Задолго до Ньютона(1643-1727) и Лейбница (1646—1716) многие философы и математики занимались вопросом о бесконечно малых, но ограничились лишь самыми элементарными выводами. Еще древние греки употребляли в геометрических исследованиях способ пределов, посредством которого вычисляли, например, площадь круга. Особенное развитие дал этому способу величайший математик древности Архимед, открывший с его помощью множество замечательных теорем.

Кеплер и в этом отношении ближе всех подошел к открытию Ньютона. По случаю чисто житейского спора между покупщиком и продавцом из-за нескольких кружек вина Кеплер занялся геометрическим определением емкости бочкообразных тел. В этих исследованиях видно уже весьма отчетливое представление о бесконечно малых. Так, Кеплер рассматривал площадь круга как сумму бесчисленных весьма малых треугольников или, точнее, как предел такой суммы. Позднее тем же вопросом занялся итальянский математик Кавальери. В особенности много сделали в этой области французские математики XVII века Роберваль, Ферма и Паскаль. Но только Ньютон и несколько позднее Лейбниц создали настоящий метод, давший огромный толчок всем отраслям математических наук.

По замечанию Огюста Конта, дифференциальное исчисление, или анализ бесконечно малых величин, есть мост, перекинутый между конечным и бесконечным, между, человеком и природой: глубокое познание законов природы невозможно при помощи одного грубого анализа конечных величин, потому что в природе на каждом шагу — бесконечное, непрерывное, изменяющееся.

Ньютон создал свой метод, опираясь на прежние открытия, сделанные им в области анализа, но в самом главном вопросе он обратился к помощи геометрии и механики. Когда именно Ньютон открыл свой новый метод, в точности неизвестно. По тесной связи этого способа с теорией тяготения следует думать, что он был выработан Ньютоном между 1666 и 1669 годами и во всяком случае раньше первых открытий, сделанных в этой области Лейбницем. «Математику Ньютон считал основным инструментом физических исследований, — отмечает В.А. Никифоровский, — и разрабатывал ее для многочисленных дальнейших приложений. После длительных размышлений он пришел к исчислению бесконечно малых на основе концепции движения; математика для него не выступала как абстрактный продукт человеческого ума. Он считал, что геометрические образы — линии, поверхности, тела — получаются в результате движения: линия — при движении точки, поверхность — при движении линии, тело — при движении поверхности. Эти движения осуществляются во времени, и за сколь угодно малое время точка, например, пройдет сколь угодно малый путь. Для нахождения мгновенной скорости, скорости в данный момент, необходимо найти отношение приращения пути (по современной терминологии) к приращению времени, а затем — предел этого отношения, т. е. взять «последнее отношение», когда приращение времени стремится к нулю. Так Ньютон ввел отыскание «последних отношений», производных, которые он называл флюксиями… .Использование теоремы о взаимной обратности операций дифференцирования и интегрирования, известной еще Барроу, и знание производных многих функций дало Ньютону возможность получить интегралы (по его терминологии, флюенты). Если интегралы непосредственно не вычислялись, Ньютон разлагал подынтегральную функцию в степенной ряд и интегрировал его почленно. Для разложения функций в ряды он чаще всего пользовался открытым им разложением бинома, применял и элементарные методы...»

Новый математический аппарат был апробирован ученым уже ко времени создания основного труда своей жизни — «Математических начал натуральной философии». В тот период Ньютон свободно владел дифференцированием, интегрированием, разложением в ряд, интегрированием дифференциальных уравнений, интерполированием.

«Свои открытия Ньютон, — продолжает В.А. Никифоровский, — сделал раньше Лейбница, но своевременно не опубликовал их; все его математические сочинения были изданы после того, как он стал знаменитым. Зимой 1664—1665 годов Ньютон нашел вид общего разложения бинома с произвольным показателем степени. В 1666 году он подготовил рукопись «Следующие предложения достаточны, чтобы решать задачи с помощью движения», содержащую основные открытия по математике. Рукопись осталась в черновом варианте и была опубликована только через триста лет. В «Анализе с помощью уравнений с бесконечным числом членов», написанном в 1665 году, Ньютон изложил свои результаты в учении о бесконечно малых рядах, в приложении рядов к решению уравнений. В 1670—1671 годах Ньютон стал готовить к изданию более полную работу — «Метод флюксий и бесконечных рядов». Издателя найти не удалось: в то время книги по математике приносили убыток. В «Методе флюксий» учение Ньютона выступает как система: рассматривается исчисление флюксий, приложение их к определению касательных, нахождению экстремумов, кривизны, вычисление квадратур, решение уравнений с флюксиями, что соответствует современным дифференциальным уравнениям».

Лишь в 1704 году вышел первый из всех трудов Ньютона по анализу, написанный ещё в 1664 г. Еще через семь лет опубликовали «Анализ с помощью уравнений с бесконечным числом членов». «Метод флюксий» увидел свет только после смерти автора в 1736 году.

Долгое время Ньютон и не подозревал, что на континенте успешно занимается подобной проблемой немец Лейбниц. До поры до времени высоко ценившие заслуги друг друга, в конце концов, ученые втянулись в полемику о приоритете открытия исчисления бесконечно малых.

В 1676 году Лейбниц выработал первые основания великого математического метода, известного под названием «дифференциальное исчисление». Факты с достаточной убедительностью доказывают, что Лейбниц хотя и не знал о методе флюксий, но был подведен к открытию письмами Ньютона. С другой стороны, несомненно, что открытие Лейбница по общности, удобству обозначения и подробной разработке метода стало орудием анализа значительно могущественнее и популярнее Ньютонова метода флюксий. Даже соотечественники Ньютона, из национального самолюбия долгое время предпочитавшие метод флюксий, мало-помалу усвоили более удобные обозначения Лейбница;

что касается немцев и французов, они даже слишком мало обратили внимания на способ Ньютона, в иных случаях сохранивший значение до настоящего времени.

Математический метод Лейбница находится в теснейшей связи с его позднейшим учением о монадах — бесконечно малых элементах, из которых он пытался построить Вселенную. Математическая аналогия, применение теории наибольших и наименьших величин к нравственной области дали Лейбницу то, что он считал путеводною нитью в нравственной философии.

Политическая деятельность Лейбница в значительной мере отвлекала его от занятий математикой. Тем не менее все свое свободное время он посвятил обработке изобретенного им дифференциального исчисления и в промежуток времени между 1677 и 1684 годами успел создать целую новую отрасль математики.

В 1684 году Лейбниц напечатал в журнале «Труды ученых» систематическое изложение начал дифференциального исчисления. Все опубликованные им трактаты, особенно последний, появившийся почти тремя годами раньше появления в свет первого издания «Начал» Ньютона, дали науке такой огромный толчок, что в настоящее время трудно даже оценить все значение реформы, произведенной Лейбницем в области математики. То, что смутно представлялось умам лучших французских и английских математиков, исключая Ньютона, обладавшего своим методом флюксий, стало вдруг ясным, отчетливым и общедоступным, чего нельзя сказать о гениальном методе Ньютона.

«Лейбниц в противовес конкретному, эмпиричному, осмотрительному Ньютону, — пишет В.П. Карцев, — был в области исчисления крупным систематиком, дерзким новатором. Он с юности мечтал создать символический язык, знаки которого отражали бы целые сцепления мыслей, давали бы исчерпывающую характеристику явления. Этот амбициозный и нереальный проект был, конечно, неосуществим; но он, видоизменившись, превратился в универсальную систему обозначений исчисления малых, которой мы пользуемся до сих пор. Он свободно оперирует знаками, которые он справедливо считает знаками обратных операций, и обращается с ними столь же вольно и свободно, как с алгебраическими символами. Он легко оперирует производными высших порядков, в то время как Ньютон вводит флюксии высшего порядка строго ограниченно, если это необходимо для решения конкретной задачи. Лейбниц видел в своих дифференциалах и интегралах всеобщий метод, сознательно стремился к созданию жесткого алгоритма упрощенного решения ранее не решавшихся задач. Ньютон же нисколько не заботился о том, чтобы сделать свой метод общедоступным. Его символика введена им лишь для «внутреннего», личного потребления, он ее строго не придерживался».

Вот мнение советского математика А. Шибанова: «Склоняясь перед непререкаемым авторитетом своего великого соотечественника, английские ученые впоследствии канонизировали каждый штрих, каждую мельчайшую деталь его научной деятельности, даже введенные им для личного употребления математические знаки». «Над английской наукой тяготела традиция почитания Ньютона, и его обозначения, неуклюжие по сравнению с обозначениями Лейбница, затрудняли прогресс», — соглашается голландский ученый Д.Я. Стройк.

В письме, написанном в июне 1677 года, Лейбниц прямо раскрывал Ньютону свой метод дифференциального исчисления. Тот на письмо Лейбница не ответил. Ньютон считал, что открытие принадлежит ему навечно. При этом достаточно того, что оно было запрятано лишь в его голове. Ученый искренне считал: своевременная публикация не приносит никаких прав. Перед Богом первооткрывателем всегда останется тот, кто открыл первым.

2.2.2. Аналитическая механика Ж. Лагранжа

Жозеф-Луи Лагранж (1736—1813) родился в Турине — столице Сардинского королевства. В 1759 г. он стал членом Берлинской Академии наук, в 1766 г. переехал в Берлин и занял пост президента физико-математического отделения после Эйлера, продолжателем которого он и является. Его можно было бы назвать скорее математиком, чем механиком, но в XVIII в. еще не произошло дифференциации между этими науками.

В 1773 г., всего за два года до получения Эйлером общих уравнений движения твердого тела с одной неподвижной точкой, Лагранж получил интегралы движения тяжелого симметричного тела вокруг оси симметрии, проходящей через неподвижную точку; в этом случае два главных центральных момента инерции равны» а третий берется относительно оси, проходящей через центр тяжести и неподвижную точку. Эта задача была уже решена Эйлером в 1764 г. для случая, когда центр тяжести совпадал с неподвижной точкой.

Если в начальный момент вращение совершается вокруг некоторой оси, проходящей через неподвижную точку, то при отсутствии внешних сил кинетический момент относительно этой оси является постоянным по величине и по направлению. То же самое наблюдается и для кинетического момента относительно оси симметрии, который равен проекции на эту ось начального кинетического момента. Но если начальный момент и его проекция на ось симметрии все время являются постоянными, то это показывает, что угол между этими осями (угол нутации) тоже постоянный, так что угловая скорость нутации окажется равной нулю.

Таким образом, получающееся движение можно рассматривать как результат сложения двух вращений: одно совершается с постоянной угловой скоростью вокруг оси симметрии, а другое заставляет эту ось описывать конус вокруг неподвижной начальной оси тоже с постоянной угловой скоростью (прецессия). Получается так называемая регулярная прецессия — движение, в котором угловая скорость нутации равна нулю, а скорости прецессии и собственного вращения имеют постоянные величины.

Основным произведением Лагранжа является его «Аналитическая механика», которую он разделяет на две части: статику и динамику; это первое произведение, в котором объединяются оба эти отдела механики, разрабатывавшиеся до этого времени независимо один от другого. В главе «Статика» Лагранж ставит общий принцип, называемый им «принцип виртуальных скоростей», в настоящее время «принцип возможных, или виртуальных, перемещений». Вот какое определение Лагранж дает статике: статика есть наука о равновесии сил. Вообще под силой (force), или потенцией (puissance), подразумевают какую бы то ни было причину, сообщающую или стремящуюся сообщить движение телу, к которому она предполагается быть приложенной; и этим количеством движения, сообщенного, или готового быть сообщенным, и следует оценивать силу, или потенцию.

В дальнейшем Лагранж оба термина для обозначения силы употребляет почти одинаково; самое большее, что можно заметить, это то, что потенцией он чаще называет движущую силу. Затем, характеризуя силу количеством движения, он сближает обычные силы с ударными (для обозначения которых он употребляет термин «импульс»); термина «ускорение» Лагранж не знает; он пользуется ньютоновым термином «ускоряющая сила», понимая под этим силу, деленную на массу, или силу, действующую на единицу массы. Это определение силы через скорость чувствуется и в самом названий принципа «виртуальная скорость», хотя в доказательстве его Лагранж употребляет не термин «скорость», а термин «перемещение».

Формулировку своего принципа Лагранж дает в таких выражениях: если на какую-либо систему тел или точек действуют какие-либо потенции и эта система находится в равновесии и если этой системе сообщить какое-либо малое движение, в результате которого каждая точка пройдет бесконечно малое пространство, то сумма потенций, умноженных каждая на пространство, которое точка ее приложения проходит по направлению этой самой потенций, всегда равна нулю, если считать положительными малые пути, проходимые в направлении силы, а отрицательными — проходимые в противоположном направлении.

В предисловии к «Аналитической механике» он писал о том, что цель создания этой книги — свести теорию механики и методы решения связанных с нею задач к общим формулам, простое развитие которых дает все уравнения, необходимые для решения каждой задачи.

Он сознательно не дает чертежей в своей книге даже там, где они имели бы существенное значение в понимании вопроса (например, в его доказательстве принципа возможных перемещений при помощи полиспастов). Излагаемые им методы не требуют ни построений, ни геометрических или механических рассуждений; они требуют только алгебраических операций, подчиненных планомерному и однообразному ходу. Все любящие анализ с удовольствием убедятся в том, что механика становится новой отраслью анализа.

После «Аналитической механики», вышедшей в 1788 г., он написал книгу «Теория аналитических функций» (1797) и связанные с ней «Лекции по исчислению функций» («Lecons sur le calcul des Fonctions»), вышедшие в 1801 г., а затем «Решение числовых уравнений» (1798).

2.2.3. Петербургская Академия наук и работы Л. Эйлера в области механики и прикладной математики

В конце 1726 года Леонарда Эйлера (1707-1783) по рекомендации пригласили на одно из свободных мест в Петербургской Академии наук.

В Петербурге, где Эйлер жил в 1727 - 41 и с 1766 до конца жизни, он нашёл весьма благоприятные условия для научной деятельности: материальное обеспечение, широкую возможность публикации трудов, круг учёных с общими интересами в лице Д. Бернулли, Х. Гольдбаха, Я. Германа и др. Эйлер сразу приступил к занятиям математикой и механикой. Его статьи на латинском языке появились в органе академии - "Commentarii Academiae imp. scientiarum Petropolitanae" начиная со второго тома за 1727 (1729) и публиковались в этом журнале (несколько раз менявшем своё название) без перерыва до самой его смерти и ещё десятилетия спустя. За 14 лет первого петербургского периода жизни Эйлер подготовил к печати около 80 трудов и опубликовал свыше 50; впоследствии его научная продукция значительно выросла. Эйлер участвовал во многих направления деятельности академии. Он читал лекции студентам академического университета, написал общедоступное "Руководство к арифметике", участвовал в различных технических экспертизах. Многие годы он успешно работал над составлением карт России. По специальному поручению академии Эйлер подготовил к печати "Морскую науку" - фундаментальный труд по теории кораблестроения и кораблевождения. Позднее на основе этой книги он написал для учащихся морских школ сокращённое руководство на французском языке (1773), русский перевод которого опубликовал (1778) его ученик М.Е. Головин.

Тревожное и неустойчивое положение в период регентства Анны Леопольдовны заставило Эйлера принять в 1741 году предложение прусского короля Фридриха II переехать в Берлин, где он возглавил Берлинскую академию. Живя в Берлине, Эйлер не переставал интенсивно работать для Петербургской АН, сохраняя звание её почётного члена и получая пенсию. Он вёл с Петербургом обширную научную переписку, в частности переписывался с М.В. Ломоносовым, которого высоко ценил. Эйлер редактировал математический отдел русского академического научного органа, где опубликовал за это время почти столько же статей, сколько в "Мемуарах" Берлинской АН. Он деятельно участвовал в подготовке русских математиков; в Берлин командировались для занятий под его руководством будущие академики С.К. Котельников, С.Я. Румовский и М. Софронов. Большую помощь Эйлер оказывал Петербургской академии наук, приобретая для неё научную литературу и оборудование, ведя переговоры с кандидатами на должности в академии и т. д.

Эйлер продолжал заниматься и чисто прикладными задачами. Так, он перевёл с английского на немецкий язык "Новые принципы артиллерии" Б. Робинса (1745 г.) и в обширных дополнениях к этой книги и одном мемуары (1753 г.) существенно развил учение о движении круглого снаряда в воздухе. Эйлер консультировал работы по проведению канала между Хавелем и Одером по водоснабжению дворца Сан-Суси, по организации лотерей. Изучая действие сегнерова колеса, он заложил основы теории турбин. Он внёс ценный вклад в оптическую технику, теоретически установив, что путём соединения двух линз различной преломляемости можно избежать хроматической аберрации, мешавшей дальнейшему усилению телескопов-рефракторов; первый ахроматический объектив по принципу Эйлера построил в 1758 году Дж. Долланд. Эйлер существенно усовершенствовал также волшебный фонарь. Он занимался и вопросами практической механики. Изыскивая целесообразную форму зубчатых передач, изучал устройство ветряных мельниц и т. д. Ценный вклад внёс Эйлер и в изучение о сопротивлении материалов, где его имя, например, носит известная формула для критической нагрузки колонн

В бытность Эйлера в Берлине несколько раз вставал вопрос о его возвращении в Россию. Это произошло лишь в 1766 году. Несмотря на преклонный возраст и постигшую его почти полную слепоту, работоспособность его не снизилась. Благодаря сохранившейся силе ума и феноменальной памяти, а также помощи способных молодых секретарей, его учеников - И.А. Эйлера, В.Л. Крафта, А.И. Лекселя, Н.И. Фусса, М.Е. Галовина, Эйлер смог до конца жизни по-прежнему продуктивно работать. За 17 лет вторичного пребывания в Петербурге им было подготовлено около 400 работ, среди них несколько больших книг. За один 1777 год он вместе с Н.И. Фуссовым подготовил почти 100 статей. Эйлер продолжал участвовать и в организационной работе в академии. В 1776 году он был одним из экспертов проекта одноарочного моста через Неву, предложенного И.П. Кулибиным, и из всей комиссии один оказал широкую поддержку выдающемуся русскому изобретателю.

Заслуги Эйлера как крупнейшего учёного и организатора научных исследований получили высокую оценку ещё при его жизни. Помимо Петербургской и Берлинской академии, он состоял членом крупнейших научных обществ: Парижской АН, Лондонского королевского общества и т. д. В различных научных конкурсах работы Эйлер неоднократно удостаивался премий.

Необыкновенно широк был круг занятий Эйлера, охвативших все отделы современной ему математике и механики, теорию упругости, математическую физику, оптику, теорию музыки, теорию машин, баллистику, морскую науку и т. д. Около 3/5 работ Эйлера относится к математике, остальные 2/5 преимущественно к её приложениям. В этом соотношении нашла выражение тесная связь математических исследований Эйлера с практикой. Математику он разрабатывал в значительной части как аппарат естествознания, особенно механики и техники.

В механике Эйлер впервые изложил в широком объёме динамику точки при помощи нового математического анализа. В первом томе своей работы "Механика, или наука о движении, изложенная аналитически" рассмотрено свободное движение точки под действием различных сил, как в пустоте, так и в сопротивляющейся среде; во втором томе - движение точки по данной линии или по данной поверхности. При этом Эйлер не только упростил приёмы решения уже известных проблем, но и решил многие новые задачи, открыл пути к дальнейшим исследованиям. В частности, большое значение для развития небесной механики имела глава о движении точки под действием центральных сил. В 1744 он впервые конкретно сформулировал механический принцип наименьшего действия и показал его впервые применения. В "Теории движения твёрдых тел" Эйлер разработал кинематику и динамику твёрдого тела и дал уравнение его вращения вокруг неподвижной точки, положив начало теории гироскопов. В своей теории корабля Эйлер внёс ценный вклад в теорию устойчивости. Всё это подготовило почву для создания системы аналитической механики Лангранжа. Велики были открытия Эйлера и в небесной механике. Соревнуясь с А. Клеро, он значительно продвинул теорию движения Луны. Метод, изложенный в первой монографии Эйлера по этому вопросу (1753), был использован Т. Майнером для вычисления лунных таблиц, долгое время служивших для определения долготы в открытом море; высокие достоинства предложенного Эйлером другого метода определения лунной орбиты (1772) получили долгожданную оценку лишь в конце 19 века. Мемуары 1757-71 внесли большой вклад в механику сплошных сред (основные уравнения движения идеальной жидкости в форме Эйлера и в т.н. переменных Лангранжа, колебания газа в трубах и т. д.). Обширный цикл работ, начатый в 1748 году, Эйлер посвятил математической физике: задачам о колебании струн, пластинок, мембраны и др. Все эти исследования стимулировали развитие теории дифференциальных уравнений, приближённых методов анализа, специальных функций, дифференциальной геометрии и т. д. Многие чисто математические открытия Эйлера содержатся именно в этих его работах.

2.3. Новые области математики. Развитие вычислительной математики. Исследования в области механики

Содержание:

История вариационного исчисления (теории экстремумов функционалов): изопериметрические задачи у И. Кеплера, Г. Галилея и П. Ферма, задача о брахистохроне и работы И. Бернулли, Г. Лейбница, Я. Бернулли, исследования Л. Эйлера, метод вариаций Ж. Лагранжа, приложения к задачам механики, оптики, математической физики, работы С.Д. Пуассона, теория сильного экстремума К. Вейерштрасса и теория Гамильтона−Якоби. Теория вероятностей и предельные теоремы, работы российских ученых XIX в. Интерполяция и исчисление конечных разностей в XIX в. Преобразование геометрии в XIX веке: создание проективной геометрии, неевклидовы геометрии, рождение топологии. Дифференциальные и геометрические методы в механике. Математическая физика, исследования Ж. Фурье, О. Коши, С. Карно, Ж. Понселе, Ф. Неймана, Г. Гельмгольца и др. Аксиоматизация алгебры, алгебра логики и ее значение для компьютерной математики. Ада Лавлейс и первые программы автоматических вычислений, вычислительные приборы российских математиков. Работы Э. Галуа, теория групп и ее влияние на различные области математики

Основная литература: [20, т.3, гл. 10], [44, II, гл.4-6, 7, 11], [45, гл.8], [31]-[33], [21, т.2], [24], [3], [16], [27], [43], [51].

2.3.1. Э. Галуа и зарождение теории групп

Работы Эвариста Галуа (1811-1832) содержали окончательное решение проблемы о разрешимости алгебраических уравнений в радикалах, то, что сегодня называется теорией Галуа и составляет одну из самых глубоких глав алгебры. Другое направление в его исследованиях связано с так называемыми абелевыми интегралами и сыграло важную роль в математическом анализе XIX в. Работы Галуа были опубликованы лишь в 1846 г. Ж. Лиувиллем, а признание к ним пришло еще позже, когда с 70-х гг. понятие группы постепенно становится одним из основных математических объектов.

Именно Галуа ввел в науку такие понятия, как группа и подгруппа, изоморфизм и гомоморфизм групп. Он заметил, что ядро гомомоморфизма (то есть, прообраз единицы в группе) не может быть какой угодно подгруппой. Это должна быть *нормальная* подгруппа, переходящая сама в себя при внутренних изоморфизмах группы. Только при этом условии факторизация группы по ее подгруппе порождает новую группу, — иначе получается обычное множество, без алгебраических операций среди его элементов.

Если мы хотим, чтобы все элементы большого поля F получались из элементов меньшего поля F1 с помощью арифметических действий и извлечения корней, то факторгруппа симметрий поля F по симметриям поля F1 должна не только существовать, но и быть *циклической*. При этом группа всех симметрий поля F разложится в конечную цепочку нормальных подгрупп с циклическими факторгруппами. Таким свойством обладают группы перестановок 2, 3 или 4 символов. Поэтому все корни многочленов этих степеней выражаются через коэффициенты многочленов с помощью радикальных формул. Напротив, группы перестановок 5 или большего числа символов *не имеют* цепочки подгрупп с циклическими факторгруппами. Оттого соответствующие уравнения не разрешимы в радикалах.

Такова суть теории Галуа, созданной им в 19 лет. Даже в наши дни она выглядит сложно, для неподготовленного человека. Каково же было современникам Галуа — даже самым маститым академикам? Не удивительно, что при жизни Галуа никто не оценил его открытия по достоинству, хотя Эварист щедро рассылал свои тексты разным парижским математикам.

Одной из наиболее важных и быстро развивающихся областей современной математики является абстрактная алгебра. В центре внимания современной абстрактной математики находятся различные алгебраические структуры, такие, как группы, подгруппы, полугруппы, кольца и так далее, ставшие уже классическими, а также, их далеко идущие обобщения - объекты новой природы.

Одним из фундаментальных разделов современной алгебры является теория групп. Группы, по существу, являются один из основных типов алгебраических структур. Понадобилась работа нескольких поколений математиков, занявшая в общей сложности около ста лет, прежде чем идея группы выкристаллизировалась с ее сегодняшней ясностью.

Теория групп начала оформляться в качестве самостоятельного раздела математики в конце XVIII века. В течение первый десятилетий XIX века она развивалась медленно и практически не привлекала к себе внимания. Но затем, около 1830 года, благодаря работам Галуа и Абеля всего за несколько лет она совершила гигантский скачок, который оказал глубокое влияние на развитие всей математики. С тех пор основные понятия теории групп стали детально исследоваться.

В настоящее время теория групп является одной из самых развитых областей алгебры, имеющей многочисленные применения, как в самой математике, так и за ее пределами - в топологии, теории функций, кристаллографии, квантовой механике и других областях математики и естествознания.

2.3.2. Неевклидовы геометрии

Геометрия Лобачевского представляет теорию, богатую содержанием и имеющую применение как в математике, так и в физике. Эта теория основана на тех же посылках, что и обычная евклидова геометрия, за исключением аксиомы о параллельных, которая заменяется на аксиому о параллельных Лобачевского. Геометрия Лобачевского называется гиперболической неевклидовой геометрией (в противоположность эллиптической геометрии Римана). Историческое её значение состоит в том, что её построением Лобачевский (1792-1856) показал возможность геометрии, отличной от евклидовой, что знаменовало новую эпоху в развитии геометрии и математики вообще.

Источником геометрии Лобачевского послужил вопрос об аксиоме о параллельных, которая известна также как V постулат Евклида («Начала» Евклида). Этот постулат, ввиду его сложности в сравнении с другими, вызвал попытки дать его доказательство на основании остальных постулатов. Этим вопросом занимались: древнегреческий математики Птолемей (2 в.), Прокл (5 в.), Ибн аль-Хайсам из Ирака (конец 10 — начало 11 вв), таджикский математик Омар Хайям (2-я половина 11 — начало 12 вв.), немецкий математик К. Клавий (Шлюссель, 1574), итальянские математики П. Катальди, Дж. Борелли

(1658), Дж. Витале (1680), английский математик Дж. Валлис (1663, опубликовано в 1693). Доказательства перечисленных выше геометров сводились к замене V постулата другим предположением, казавшимся более очевидным. Итальянский математик Дж. Саккери (1733) сделал попытку доказать V постулат от противного. Попытки доказательства постулата предпринимались и в 19 веке: А. Лежандр (1800), Ф. Швейкарт (1818), Ф. Тауринус (1825). Однако ясно выраженной мысли о том, что намечаемая ими теория будет логически столь же совершенна, как и геометрия Евклида, они не имели.

Вопрос о V постулате Евклида, занимавший геометров более двух тысячелетий, был решен Лобачевским. Это решение сводится к тому, что постулат не может быть доказан на основе др. посылок евклидовой геометрии и что допущение постулата, противоположного постулату Евклида, позволяет построить геометрию столь же содержательную, как и евклидова, и свободную от противоречий. Лобачевский сделал об этом сообщение в 1826, а в 1829—30 напечатал работу «О началах геометрии» с изложением своей теории. В 1832 была опубликована работа венгерского математика Я. Больяй аналогичного содержания. Как выяснилось впоследствии, немецкий математик К. Ф. Гаусс также пришёл к мысли о возможности существования непротиворечивой неевклидовой геометрии, но скрывал её, опасаясь быть непонятым.

Геометрия Лобачевского изучает свойства «плоскости Лобачевского» (в планиметрии) и «пространства Лобачевского» (в стереометрии). Фактически Лобачевский доказал непротиворечивость своей системы тем, что ввел как на плоскости, так и в пространстве координаты и таким образом построил арифметическую модель плоскости и пространства Лобачевского.

Новая система геометрии не получила признания при жизни ее творцов. Ситуация изменилась только в 60-х годах XIX века. Несмотря на враждебное отношение отдельных влиятельных математиков старших поколений, к изучению и разработке неевклидовой геометрии приступает все большее число выдающихся молодых ученых. Некоторую роль в этом сыграло посмертное издание писем Гаусса. В Европе идеи неевклидовой геометрии воспринимаются с энтузиазмом, появляются переводы трудов Лобачевского. Меняется отношение к новой геометрии и в России. В 1868 г. профессор Московского высшего технического училища А.В. Летников (1837-1888) поместил в III томе «Математического сборника» русский перевод «Геометрических исследований» Лобачевского с предисловием, в котором геометрические труды Лобачевского характеризуются как «весьма замечательные, но мало известные». Профессор Э.П. Янишевский опубликовал в Казани «Историческую записку о жизни и деятельности Н.И. Лобачевского». И, наконец, в том же 1868 году выходит статья Э. Бельтрами (1835-1900) об интерпретациях геометрии Лобачевского «опыт интерпретации неевклидовой геометрии», в которой он отправлялся от работ Миндинга. В этой работе Бельтрами вычислил линейный элемент (квадрат дифференциала дуги) плоскости Лобачевского в координатах u, v, равных расстояниям точки от двух взаимно перпендикулярных прямых, деленным на r (в настоящее время эти координаты называют бельтрамиевыми). Вычисляя далее гауссову кривизну поверхности с таким линейным элементом, Бельтрами обнаружил, что гауссова кривизна плоскости Лобачевского во всех ее точках равна одному и тому же числу, то есть что плоскость Лобачевского можно рассматривать как поверхность постоянной отрицательной кривизны. Так как всякую поверхность с точки зрения ее внутренней геометрии можно рассматривать как интерпретацию любой поверхности, наложимой на нее, а необходимым и достаточным условием наложимости поверхностей является равенство гауссовых кривизны в соответственных точках поверхностей, Бельтрами сделал вывод, что плоскость Лобачевского может быть интерпретирована любой поверхностью постоянной отрицательной кривизны. Впоследствии (1900) Гильберт доказал, что всякая поверхность постоянной отрицательной кривизны в евклидовом пространстве изометрична только части или нескольким частям плоскости Лобачевского, но никогда не изометрична плоскости Лобачевского целиком.

Лобачевский указывал на связь геометрии с физикой, и хотя его измерения углов треугольника с громадными астрономическими размерами показали еще справедливость евклидовой геометрии, на самом деле, как оказалось позже, поправки, полученные в рамках теории, основанной именно на неевклидовой геометрии, оказались заметными даже внутри планетной системы, объяснив знаменитую аномалию движения Меркурия, обнаруженную в XIX столетии Леверье. Неевклидова геометрия сыграла огромную роль во всей современной математике, и в теории геометризованной гравитации Марселя Гросмана−Гильберта−Эйнштейна (1913-1915). Еще раньше была установлена связь кинематики Лоренца−Пуанкаре с геометрией Лобачевского. В 1909 году Зоммерфельд показал, что закон сложения скоростей данной кинематики связан с геометрией сферы мнимого радиуса (подобное соотношение уже отмечали Лобачевский и Бояйи). Предположение Лобачевского, что реальные геометрические отношения зависят от физической структуры материи, нашло подтверждение не только в космических масштабах. Современная теория квантов все с большей настоятельностью выдвигает необходимость применения геометрии, отличной от евклидовой, к проблемам микромира.

Приведём несколько фактов геометрии Лобачевского, отличающих её от геометрии Евклида и установленных самим Лобачевским.

1. В геометрии Лобачевского не существует подобных, но неравных треугольников; треугольники равны, если их углы равны. Поэтому существует абсолютная единица длины, т. е. отрезок, выделенный по своим свойствам, подобно тому как прямой угол выделен своими свойствами. Таким отрезком может служить, например, сторона правильного треугольника с данной суммой углов.

2. Сумма углов всякого треугольника меньше π и может быть сколь угодно близкой к нулю. Это непосредственно видно на модели Пуанкаре. Разность π — ($\alpha + \beta + \gamma$), где α, β, γ — углы треугольника, пропорциональна его площади.

3. Через точку O, не лежащую на данной прямой *a*, проходит бесконечно много прямых, не пересекающих *a* и находящихся с ней в одной плоскости; среди них есть две крайние *b*, *b*`, которые и называются параллельными прямой *a* в смысле Лобачевского. В моделях Клейна (Пуанкаре) они изображаются хордами (дугами окружностей), имеющими с хордой (дугой) *a* общий конец (который по определению модели исключается, так что эти прямые не имеют общих точек). Угол ее между прямой *b* (или *b*`) и перпендикуляром из O на *a* — т. н. угол параллельности — по мере удаления точки O от прямой убывает от 90° до 0° (в модели Пуанкаре углы в обычном смысле совпадают с углами в смысле Лобачевского, и потому на ней этот факт можно видеть непосредственно). Параллель *b* с одной стороны (а *b*` с противоположной) асимптотически приближается к *a*, а с другой — бесконечно от неё удаляется (в моделях расстояния определяются сложно, и потому этот факт непосредственно не виден).

4. Если прямые имеют общий перпендикуляр, то они бесконечно расходятся в обе стороны от него. К любой из них можно восстановить перпендикуляры, которые не достигают другой прямой.

5. Линия равных расстояний от прямой не есть прямая, а особая кривая, называемая эквидистантой, или гиперциклом.

6. Предел окружностей бесконечно увеличивающегося радиуса не есть прямая, а особая кривая, называемая предельной окружностью, или орициклом.

7. Предел сфер бесконечно увеличивающегося радиуса не есть плоскость, а особая поверхность — предельная сфера, или орисфера; замечательно, что на ней имеет место евклидова геометрия. Это служило Лобачевскому основой для вывода формул тригонометрии.

8. Длина окружности не пропорциональна радиусу, а растет быстрее.

9. Чем меньше область в пространстве или на плоскости Лобачевского, тем меньше геометрические соотношения в этой области отличаются от соотношений евклидовой геометрии. Можно сказать, что в бесконечно малой области имеет место евклидова геометрия. Например, чем меньше треугольник, тем меньше сумма его углов отличается от π; чем меньше окружность, тем меньше отношение её длины к радиусу отличается от 2π, и т. п. Уменьшение области формально равносильно увеличению единицы длины, поэтому при безграничном увеличении единицы длины формулы геометрии Лобачевского переходят в формулы евклидовой геометрии. Евклидова геометрия есть в этом смысле «предельный» случай геометрии Лобачевского.

Геометрия Лобачевского продолжает разрабатываться многими геометрами; в ней изучаются: решение задач на построение, многогранники, правильные системы фигур, общая теория кривых и поверхностей и т. п. Ряд геометров развивали также механику в пространстве Лобачевского. Эти исследования не нашли непосредственных применений в механике, но дали начало плодотворным геометрическим идеям. В целом геометрия Лобачевского является обширной областью исследования, подобно геометрии Евклида.

Огромное впечатление, произведенное на умы математиков открытием Лобачевского, Бойяи и Гаусса, быть может, было бы несколько менее сильным, если бы люди заметили, что еще задолго до Лобачевского они фактически уже владели содержательной геометрической схемой, отличной от традиционной геометрии Евклида, т. е. уже знали одну из неевклидовых геометрий. Однако твердое убеждение всех ученых в универсальности системы Евклида не позволило им оценить по достоинству тот запас знаний, которым они располагали. Именно поэтому первым примером геометрической системы, отличной от классической геометрии Евклида, считается обычно неевклидова геометрия Лобачевского. Значительно же более простая схема, по существу разработанная с большими деталями за много веков до Лобачевского, связывается обычно с именем гениального немецкого математика Бернхарда Римана (1826-1866). Когда говорят, что неевклидова геометрия Римана была известна задолго до открытия Лобачевского, имеют в виду тесную связь ее со сферической геометрией. Основные факты сферической геометрии были основательно изучены еще в древности в связи с задачами астрономии. Поскольку поверхность земли приближенно имеет форму сферы, можно утверждать, что "земная геометрия" также является геометрией сферической (это реально ощущается при измерениях, затрагивающих значительные участки земной поверхности).

Контрольные вопросы

1. Гелиоцентрическая система мира (от Коперника до Галилея).
2. Вычислительная техника XVII в.
3. Логарифмические таблицы (сравните подходы Непера и Бюрги).
4. Рождение аналитической геометрии (сравните подходы П. Ферма и Р. Декарта).
5. Организация научной работы в XVII в. и кружок Мерсенна.
6. Р. Декарт и его «Рассуждение о методе».
7. Основные результаты Б. Паскаля и П. Ферма в теории вероятностей.
8. Вклад в математику представителей семейства Бернулли.
9. Х. Гюйгенс и его работы по теории вероятностей и механике.
10. Наследие Диофанта и возрождение теории чисел в работах П. Ферма.
11. Работы по интерполированию функций рядами в XVII в.
12. И. Кеплер и инфинитезимальные методы, «Стереометрия винных бочек».
13. Б. Кавальери и суть метода неделимых.
14. Метод экстремумов и касательных П. Ферма.
15. Связь между проблемами квадратур и касательных, И. Барроу.
16. И. Ньютон и основные положения метода флюксий
17. Г.В. Лейбниц и его вклад в создание дифференциального и интегрального исчисления
18. Развитие идей Лейбница в работах Я. Бернулли и И. Бернулли.
19. Математическое образование и Академии Наук в XVIII в.
20. Л. Эйлер и Петербургская Академия Наук.
21. Охарактеризуйте основные результаты Л. Эйлера в области математики и прикладной математики.
22. Ж. Лагранж и его «Аналитическая механика».
23. Основные работы П. Лапласа.
24. Полемика вокруг учения о бесконечно малых в XVIII веке.
25. Метод пределов Даламбера и теория компенсации ошибок Л. Карно.
26. Математики и революционное движение во Франции.
27. Основные достижения К. Гаусса.
28. Задача о брахистохроне и развитие вариационного исчисления.
29. Неевклидовы геометрии (работы Н. Лобачевского и Б. Римана).
30. Основные результаты О. Коши.
31. Основные достижения К. Вейерштрасса. Теория непрерывных функций.
32. Основные результаты в области математической физики.

33. Э. Галуа, Н. Абель и рождение теории групп.

3. ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА В XX ВЕКЕ

Цель: Определить особенности развития математики и прикладной математики в современную эпоху, установить направления ее дальнейшего развития, проследить роль таких событий как создание теории множеств и выявление ее парадоксов, споры вокруг оснований математики, бурное развитие компьютерной математики.

3.1. Математическая логика и основания математики. Математическое сообщество в XX веке. История математики в СССР (20-е, 30-е годы)

Содержание:

Основные этапы жизни математического сообщества в XX в. Математические конгрессы, международные организации, издательская деятельность, научные премии. Ведущие математические центры и научные школы. «Эрлангенская программа» Ф. Клейна и аксиоматика Д. Гильберта. Проблемы Д. Гильберта. Теория множеств и основания математики. Математическая логика от Г. Лейбница до Г. Фреге (квантификация предикатов, символическая логика и исчисление высказываний), соединение электроники и логики. Идеологическая борьба в математике, «дело» академика Н.Н. Лузина и социальная история отечественной математики. Методологические вопросы механики в работах Л. Больцмана, Г. Герца, Э. Маха, А. Пуанкаре. Задачи аэродинамики, Н.Е. Жуковский и С.А. Чаплыгин. Исследования А.Н. Крылова.

Основная литература: [22, гл. VIII-XV], [21, т.2-3], [45, гл.9], [31], [1], [25], [42], [92].

3.1.1. II Международный математический Конгресс и доклад Д. Гильберта

II Международный математический Конгресс проходил в Париже с 6 по 12 августа 1900 года. В нём приняли участие 226 человек: из Франции, Германии, Соединенных Штатов, Италии, Бельгии, России, Австрии, Швейцарии, Англии, Швеции, Дании, Голландии, Испании, Румынии, Сербии, Португалии, стран Южной Америки. По одному делегату прислали Турция, Греция, Норвегия, Канада, Япония и Мексика.

Официальными языками Конгресса были объявлены: английский, французский, немецкий и итальянский. Председателем Конгресса был избран Анри Пуанкаре, почётным председателем — отсутствовавший Шарль Эрмит. Генеральным секретарём Конгресса был избран Э. Дюпорк (Париж).

Работали шесть секций:

1. Арифметика и алгебра (председатель Д. Гильберт, секретарь Э. Картан).
2. Анализ (председатель П. Пенлеве, секретарь Ж. Адамар).
3. Геометрия (председатель Г. Дарбу, секретарь Б. Нивенгловский).
4. Механика и математическая физика (председатель Ж. Лармо, секретарь Т. Леви-Чивита).
5. История и библиография математики (председатель принц Роланд Бонапарт, секретарь М. Окань).
6. Преподавание и методология математики (председатель М. Кантор, секретарь Ш. Лезан).

В день открытия Конгресса на общем заседании состоялось два часовых доклада: М. Кантор «Об историографии математики» и В. Вольтерра о научной деятельности Э. Бетти, Ф. Бриоски и Ф. Казорати.

После этого начались секционные заседания, на которых было сделано 46 докладов и сообщений. Единственный выступавший делегат от России, М.А. Тихомандрицкий, сделал сообщение на тему: «Об исчезновении функции H нескольких переменных».

На заключительном общем заседании выступили Г. Миттаг-Леффлер, который рассказал о последних годах жизни Вейерштрасса по его письмам к С.В. Ковалевской, и А. Пуанкаре, сделавший доклад «О роли интуиции и логики в математике».

Но главным событием II Конгресса стал программный доклад Давида Гильберта, сделанный 8 августа1900 года на заседании секции арифметики и алгебры. Доклад носил название «Математические проблемы». Гильберт предложил в качестве предмета исследования 23 важнейшие математические проблемы – своеобразную эстафету наступающему веку – решение которых способствовало бы дальнейшему развитию математики.

В вводной части доклада высказываются суждения о математической строгости, о связи математики с естествознанием и о других вещах, близких всякому активно думающему о своей науке математику. Затем Гильберт с поражающей убежденностью высказывает свой основной тезис, "аксиому" о разрешимости в широком смысле слова всякой математической задачи.

Далее идут сами проблемы. Они начинаются с теории множеств (континуум-проблема) и обоснования математики, переходят далее к основаниям геометрии, теории непрерывных групп (знаменитая пятая проблема об освобождении понятия непрерывной группы от требования дифференцируемости), к теории чисел, алгебре и алгебраической геометрии и заканчиваются анализом (дифференциальные уравнения, особенно с частными производными, вариационное исчисление). Особое место занимает шестая проблема - об аксиоматике теории вероятностей и механики.

По своему характеру проблемы Гильберта очень разнородны. Иногда это - конкретно поставленный вопрос, на который ищется однозначный ответ - да или нет, - такова, например, геометрическая третья проблема или арифметическая седьмая проблема о трансцендентных числах. Иногда задача ставится менее определенно как, например, в двенадцатой проблеме (ей Гильберт придавал особо важное значение), в которой требуется найти как само обобщение теоремы Кронекера, так и соответствующий класс функций, которые должны заменить показательную и модулярную. Пятнадцатая проблема есть, в сущности, проблема обоснования всей теории алгебраических многообразий. Иногда проблема под данным номером в действительности содержит в себе несколько различных, хотя и тесно связанных между собой задач. Наконец, двадцать третья проблема есть, в сущности, проблема дальнейшего развития вариационного исчисления.

Математический мир принял вызов Гильберта, и в течение века большинство проблем были так или иначе решены.

3.1.2. А.Н. Крылов и прикладная математика

В восемнадцатилетнем возрасте А.Н. Крылов (1863-1945) всё свободное от обязательных занятий время использовал для изучения университетских курсов по различным разделам математики, читая в подлинниках французские и немецкие учебники и руководства.

Общепризнанным является исключительное значение метода решения и анализа многих практических задач, предложенного Крыловым в работе «О вынужденных колебаниях упругих призматических стержней» (1905 год), про которую сам автор писал: «В этой работе на первое место я ставил, как всегда, практическое применение, а не чисто математическую сторону вопроса, так как сама статья возникла из предварительного изучения, предпринятого для практического исследования вибраций корабля».

К достижениям Крылова в области теоретической механики и её приложениям к морскому делу принадлежит работа «О равновесии шаровой мины на течении» (1909 год), которая явилась основой теории минных постановок.

В своём классическом труде «Лекции о приближённых вычислениях» А.Н. Крылов, говоря современным языком, «разобрался» с "гением всех времён" и одного народа ещё до публикации последних астрономических «достижений».

Академик А.Н. Крылов сделал расчёт смещения перигелия (перигелий - точка орбиты планеты, ближайшая к этой планете) орбит всех планет в поле тяготения Солнца без применения общей теории относительности (см. «Лекции о приближённых вычислениях», Гостехиздат, 1954, с. 273). Хотя в 1915 году Эйнштейн считал, что это может быть сделано только на основе его теории и является убедительным подтверждением её правильности.

В 1917 году Крыловым был выполнен первый расчёт траектории 12-дюймового (диаметром 305 мм) снаряда, позднее, когда (в 1923-24 годах). Крылов работал в Русско-норвежском пароходном обществе и совершал частые морские переходы по Северному морю, им были написаны «Заметки по баллистике». Методика расчётов, предложенная Крыловым в статье «О применении методы численного интегрирования уравнений к вычислению траектории снарядов», в работе «О вращательном движении продолговатого снаряда во время полёта», является базой для современных вычислительных работ и пособием по изучении внешней баллистики. Он также разработал новую конструкцию морского оптического дальномера.

Настольной книгой научных работников и инженеров является труд А.Н. Крылова «О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложение в технических вопросах».

Выдающейся математической работой академика Крылова является и его доклад «О численном решении уравнения, которым в технических вопросах определяются частоты малых колебаний материальных систем», опубликованный в 1931 году.

У А.Н. Крылова есть одна «чисто математическая» работа по нелинейным колебаниям — «О применимости способа последовательных приближений к нахождению решения некоторых дифференциальных уравнений колебательного движения», относящаяся к 1933 году.

В 1933 году на заседании секции мореходных качеств правления Всесоюзного инженерно-технического общества судостроения, бессменным председателем которого А.Н. Крылов состоял с момента организации Общества, он делает доклад «О боковой качке корабля, имеющего заданную диаграмму остойчивости». В 1939 году вышла книга академика «Некоторые случаи аварий и гибели судов», в которой на примерах было показано, как гибнут суда из-за несоблюдения требований, предъявляемых теорией корабля. В 1940 году по инициативе А.Н. Крылова в Военно-морской академии была проведена конференция, посвященная проблеме общей и местной стабилизации корабля, а в книге «О боковой качке корабля» (1942 г.) Крылов показал, что для исследования собственных качаний в нелинейной постановке задачи можно воспользоваться таблицей готовых решений. Для решения задачи о вынужденных колебаниях корабля на волнении А.Н. Крылов рекомендовал применить метод последовательных приближений, аналогичный используемому в небесной механике. Впервые эта рекомендация была изложена в статье А.Н. Крылова «Определение положения равновесия корабля, имеющего пробоину» (1938 год), в которой были даны все указания, необходимые для практического использования метода последовательных приближений.

В первом издании курса «Теория корабля» А.Н. Крылов предварительно даёт краткое введение о применении приближённых вычислений, которое потом перерастает в ставшие классическими «Лекции о приближённых вычислениях».

В тридцатых годах А.Н. Крылов вернулся к «компасному делу», его работа «Возмущения показаний компаса, происходящие от качки корабля на волнении» была доложена в Институте теоретической геофизики АН СССР.

Научные и прикладные работы Академика Алексея Николаевича Крылова были отмечены высокими наградами как дореволюционной России, так и Советского Союза. В 1939 году он был награждён орденом Ленина, ему присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники; в 1941 году Крылову была присуждена Сталинская премия 1-й степени за многолетние «компасные» работы. В 1943 году ему было присвоено звание Героя Социалистического Труда.

3.2. История математического моделирования. Прикладная математика в России

Содержание:

Период «машинной математики» по периодизации А.Д. Александрова. Н. Винер и создание кибернетики, работы по теории информации и кибернетике К. Шеннона, динамическое программирование Р. Беллмана, линейное программирование Л.В. Канторовича, теория случайных процессов А.Н. Колмогорова и Н. Винера. Математическое моделирование – от моделей Солнечной системы до экономических и биологических задач, исследования А.А. Самарского. История теории игр. История АСУ, работы

В.М. Глушкова. Школы А.И. Берга, И.С. Брука, С.А. Лебедева, А.А. Ляпунова, А.А. Маркова.

Основная литература: [21, т.4, кн.2, гл.4-6], [20], [26].

3.2.1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент

Методология математического моделирования в кратком виде выражена знаменитой триадой "модель - алгоритм - программа", сформулированной академиком А. А. Самарским, основоположником отечественного математического моделирования. Эта методология получила свое развитие в виде технологии "вычислительного эксперимента", разработанной школой А.А. Самарского, - одной из информационных технологий, предназначенной для изучения явлений окружающего мира, когда натурный эксперимент оказывается слишком дорогим и сложным.

Вычислительный эксперимент в отличие от натурных экспериментальных установок позволяет накапливать результаты, полученные при исследовании какого-либо круга задач, а затем быстро и гибко применять их к решению задач в совершенно других областях. Этим свойством обладают используемые универсальные математические модели.

Технологии вычислительного эксперимента зародились в 50-е годы XX века. Дата появления первых серьезных результатов вычислительного эксперимента в СССР зафиксирована вполне официально - 1968 год, когда Госкомитет СССР по делам открытий и изобретений засвидетельствовал открытие явления, которого на самом деле никто не наблюдал. Это было открытие, так называемого, эффекта Т-слоя (температурного токового слоя в плазме, которая образуется в МГД-генераторах). Свидетельство на это открытие было выдано академикам А.Н. Тихонову и А.А. Самарскому, члену-корреспонденту АН СССР С.П. Курдюмову, докторам физико-математических наук П.П. Волосевичу, Л.М. Дегтяреву, Л.А. Заклязьминскому, Ю.П. Попову (ныне директору ИПМ им. М.В. Келдыша РАН), В.С. Соколову и А.П. Фаворскому. В данном случае вычислительный эксперимент предшествовал натурному. Натурные эксперименты "заказывались" по результатам математического моделирования. Через несколько лет в трех физических лабораториях на разных экспериментальных установках практически одновременно был надежно зарегистрирован Т-слой, после чего технологам и инженерам стал окончательно ясен принцип работы МГД-генератора с Т-слоем.

Плазма с ее нелинейными свойствами стала одним из важнейших объектов математического моделирования и вычислительного эксперимента. Заманчивая перспектива решения энергетической проблемы связана с управляемым термоядерным синтезом изотопов водорода, дейтерия и трития. Энергетическая проблема для человечества заключается в том, что нефти и газа при нынешнем темпе их потребления хватит всего на несколько десятков лет. А сжигать столь ценное химическое сырье в топках электростанций и двигателях внутреннего сгорания - это, по образному выражению Д.И. Менделеева, "почти все равно, что топить печь ассигнациями". С запасами угля дело обстоит гораздо лучше, но его добыча с каждым годом становится все труднее. Выходом может быть лазерный термоядерный управляемый синтез, исследование которого осуществляется с помощью вычислительного эксперимента. В 1974 г. коллектив сотрудников ФИАН и ИПМ АН СССР под руководством академиков Н.Г. Басова, А.Н. Тихонова и А.А. Самарского предложил принципиально новую концепцию лазерного термоядерного синтеза на основе результатов вычислительного эксперимента.

Еще одна область использования вычислительного эксперимента - это "вычислительная технология" - применение математического моделирования с помощью компьютеров не только для решения фундаментальных научных проблем, но и для разработки технологических процессов в промышленности. Для тех случаев, когда технологические процессы описываются хорошо известными математическими моделями, для расчета которых предложены эффективные вычислительные алгоритмы, разработаны пакеты прикладных программ, технология вычислительного эксперимента позволяет создавать новые программы и совершенствовать средства общения человека с компьютером. У технологов есть потребность в изучении новых промышленных технологий, например лазерно-плазменной обработки материалов (плазменной термохимии).

Основатель нобелевских премий Альфред Нобель, как известно, исключил математику из числа наук, за достижения в которых присуждается эта высшая научная награда. Вместе с тем, современное математическое моделирование охватывает области исследований, до недавнего времени недоступные математике. В последние годы ряд Нобелевских премий по химии, медицине, экономике, физике элементарных частиц были присуждены работам, методологическую основу которых составляло математическое моделирование.

Например, для дальнейшего исследования нелинейных процессов в микромире были разработаны соответствующие численные методы с применением компьютеров и компьютерных сетей (сетевых grid-технологий), ориентированные на решение задач физики элементарных частиц. Алгоритмы квантово-механических расчетов прогрессируют не менее быстрыми темпами, чем в других областях вычислительной математики.

Математическое моделирование и вычислительный эксперимент - ведущие методологии изучения глобальных моделей процессов и явлений на Земле, например климата Земли. Проведение работ по глобальному моделированию стимулировалось деятельностью Римского клуба, неправительственной организации. Первую из таких моделей опубликовал в 1971 г. американский специалист по теории управления Д. Форрестер. Компьютерные игры, проведенные Д. Форрестером с глобальной моделью, показали, что в середине XXI века человечество ждет кризис, связанный прежде всего с истощением природных ресурсов, падением численности населения и производства продуктов, ростом загрязнения окружающей среды.

Известны результаты глобального моделирования явления "ядерной зимы", выполненные в ВЦ АН СССР В.В. Александровым и Г.Л. Стенчиковым под руководством академика Н.Н. Моисеева. Эти результаты дали человечеству, в том числе политикам, неопровержимые аргументы против ядерной войны, даже так называемой "ограниченной ядерной войны". Для математического моделирования и вычислительного эксперимента использовались, главным образом, универсальные цифровые вычислительные машины, доступные коллективам исследователей. В СССР в 70-80-х годах прошлого века это были БЭСМ-6 и модели ЕС ЭВМ, для которых разрабатывались библиотеки и пакеты прикладных программ вычислительной математики. С появлением персональных компьютеров стало возможно развитие информационной технологии вычислительного эксперимента, которая предусматривает поддержку пользовательского интерфейса и поиска нужных алгоритмов и программ с помощью персональных компьютеров (отечественного производства или импортных), а проведение расчетов на математических моделях - с помощью высокопроизводительных компьютеров БЭСМ-6, ЕС ЭВМ или суперкомпьютеров "Эльбрус".

Потребности вычислительного эксперимента при изучении явлений в наиболее сложных областях науки, таких, как проблемы физики элементарных частиц, молекулярной биологии (например, геном человека), геофизики (в частности, физики атмосферы) и др., оказались связанными с необходимостью обеспечить предельно возможные вычислительные мощности. Выход был найден в коллективном использовании вычислительных мощностей, доступных исследователям через компьютерные сети. В развитии так называемых grid-технологий, разрабатываемых мировым сообществом в настоящее время, участвуют и ведущие научные институты России: Объединенный институт ядерных исследований (г. Дубна), Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Институт физики высоких энергий РАН (г. Протвино), Институт биофизики РАН (г. Пущино), Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН и др. Идея организации распределенных вычислений в гетерогенной сетевой среде, называемая метакомпьютингом, образно выражается метафорой "grid (сеть)".

3.2.2. Н. Винер и создание кибернетики

Норберт Винер (1894-1964) был отцом кибернетики, новой науки, возникшей на стыке нескольких научных дисциплин вскоре после окончания Второй мировой войны.

Накануне Второй мировой войны в Америке уже появились быстродействующие (по тогдашним понятиям) цифровые вычислительные машины, использующие двоичную систему исчисления. Н. Винер пришел к мысли, что именно такие машины – самый подходящий инструмент для быстрого решения дифференциальных уравнений в частных производных, которыми он занимался. Именно к таким уравнениям сводятся очень многие практические задачи. Первый шаг к кибернетике был сделан. Вторым шагом стали изыскания Н. Винера в военные годы. Он занимался разработкой систем управления стрельбой зенитной артиллерии, придумывая математические модели, которые выдавали прогноз будущего положения вражеского самолета, основываясь на наблюдениях за траекторией его полета в прошлом. Задачи такого рода стали затем типовыми для вычислительной техники.

Решая с группой коллег и сотрудников проблемы прогнозирования и связи, Н. Винер нашел, что создаваемая им машинная система моделирует (для отдельно взятых ситуаций, конечно) ход мыслей человека. Третьим шагом на пути к кибернетике стали совещания, устроенные Н. Винером в Принстоне, куда он созывал нейрофизиологов, связистов и специалистов по компьютерной технике. Он убедил собравшихся, что нервная система человека является аналогом вычислительной машины и «специалисты в этих различных областях очень быстро начали говорить на одном языке».

Словарь этого языка – нарождающегося языка программистов – составился из терминов, позаимствованных из самых разных сфер знания. Именно тогда, к примеру, сугубо «человеческое» слово «память» стало применяться к машинным ресурсам хранения информации. И, наконец, четвертым шагом стало написание «исчерпывающей книги», адресованной широкому кругу просвещенных людей.

К проблеме "человек и компьютер" Н. Винер обратился прежде всего потому, что его интересовали вопросы коммуникаций в технике, в живой природе и в обществе. Он был не согласен с распространенным мнением о том, что вычислительные машины могут самостоятельно порождать полезные результаты. Винер отводил им функцию лишь инструмента, средства для переработки данных, а человеку функцию извлечения полезных результатов. Н. Винер стал основателем кибернетической философии, основателем собственной школы, и его заслуга в том, что эта философия была передана ученикам и последователям. Именно школе Н. Винера принадлежит ряд работ, которые, в конечном счете, привели к рождению Интернета.

В своей классической книге «Кибернетика, или контроль и коммуникации у животных и машин» Н. Винер обозначил и описал основы кибернетики – одной из самых молодых научных дисциплин XX в. Использованное Н. Винером название науки восходит к древним грекам и означает в буквальном смысле «искусство управления». Демонстрируя факт наличия основополагающего сходства между используемыми в различных науках механизмами управления, кибернетика смогла устранить давнее философское противоречие между витализмом и механизмом, согласно которому биологические и механические системы имели принципиально различную природу. Фактически кибернетика в соответствии с философской позицией Н. Винера допускала гораздо более широкую классификацию систем и таким образом проявляла свой междисциплинарный характер. Полезным критерием для проведения этой классификации является понятие комплексности, в соответствии с которым основной интерес кибернетики заключается в изучении комплексных (т. е. настолько сложных, что они не могут быть описаны в подробном и детальном виде) и стохастических (в противоположность детерминированным) систем. Типичными примерами таких систем являются экономика, человеческий мозг и коммерческая компания.

Для изучения механизма управления и передачи информации в подобных системах Н. Винер и его коллеги разработали понятия обратной связи, гомеостазиса и «черного ящика». Ключевая мысль «Кибернетики»: возможность передавать и получать информацию вовсе не является привилегией людей. Поэтому нет непреодолимой границы между естественным человеческим разумом и искусственным разумом машины. "Когда «Кибернетика» стала научным бестселлером, все были поражены, и я не меньше других", – вспоминал потом Н. Винер.

В конце 40-х «Кибернетику» в СССР прокляли. Но всего десять лет спустя у нас была опубликована сначала эта книга, а затем и прочие винеровские сочинения, среди которых «Кибернетика и общество».

Н.Винер полагал очевидным, что многие концептуальные схемы, определяющие поведение живых организмов при решении конкретных задач, практически идентичны схемам, характеризующим процессы управления в сложных технических системах. Более того, он убедительно доказывал, что социальные модели управления и модели управления в экономике могут быть проанализированы на основе тех же общих положений, которые разработаны в области управления системами, созданными людьми. Эти идеи и получили развитие в труде «Кибернетика и общество».

«Творец и робот» – под таким названием вышла в СССР последняя книга Н. Винера "Акционерное общество «Бог и Голем», написанная в 1963 году – меньше чем за год до его смерти. В своем итоговом сочинении Н. Винер уже не столько отстаивал идеи искусственного разума, сколько предупреждал о бедах, которые он может принести. Точнее, о бедах, которые способны принести упования на то, что этот разум решит те человеческие проблемы, с которыми люди не справились самостоятельно. Он не раз предупреждал «машинопоклонников», что моделировать с помощью машин экономические и социальные процессы – дело трудное и рискованное. Но все-таки саму мысль о таком моделировании не отвергал – это было бы уж чересчур вопреки духу того времени. Следуя духу времени, он уделил массу внимания теме, которая тогда всех захватила, – перспективам бунта машин против людей. На рубеже 50-60-х было принято считать, что вычислительные машины вот-вот превратятся в человекоподобных существ («роботов»), которые, конечно, немедленно придушат своих создателей. Н. Винер соглашался, что возможно и такое, но дальновидно добавлял, что не менее реальная угроза – это ошибки самих людей при обращении с машинами, например, постановка перед ними непосильных задач.

Кибернетика Н. Винера лежит и в основе Интернета. Уже в конце 40-х, имея дело с машинами без экрана, клавиатуры и мыши, участники организованного Н. Винером семинара в МТИ пришли к чрезвычайно перспективной мысли, что вычислительная машина – это не только инструмент расчетов или прообраз искусственного разума, но и средство коммуникации. Там же родилась идея интерактивности, без которой немыслим Интернет, – то есть такого режима, в котором человек и компьютер находятся в состоянии постоянного обмена информацией.

В области теории менеджмента наиболее значительное развитие идей Н. Винера было осуществлено Стаффордом Биром, который, моделируя компанию в виде совокупности взаимосвязанных гомеостатов и используя закон Эшби о требуемом многообразии, создал модель жизнеспособной системы – МЖС (Beer, 1979, 1981, 1985). МЖС, ставшая важным достижением направления кибернетики, получившего название управленческой кибернетики, оказалась полезным инструментом диагностирования и даже проектирования комплектных систем – от малых фирм до крупных международных компаний и от местных органов самоуправления до экономики государства в целом.

В конце 1970-х гг. некоторые специалисты в области социальных наук попытались развить и обогатить кибернетику за счет ее объединения с социологией и создания так называемой «социокибернетики». Однако на этом пути они столкнулись с некоторыми проблемами, решение которых оказалось для них, по-видимому, чрезвычайно сложным. Лишь последующие работы в области исследования биологических аспектов процесса познания заложили основы для успешного развития социальной кибернетики. Эта наука, известная под названием «кибернетики второго порядка», представляет собой пример необъективистского подхода к научному исследованию, подчеркивающего роль наблюдателя в социальных системах.

Контрольные вопросы

1. Алгебра логики Д. Буля и ее модификация У. Джевонсом и О. де Морганом.
2. Формализация логики, работы Ч. Пирса, Э. Шредера и Г. Фреге.
3. II Международный математический конгресс и доклад Д. Гильберта.
4. Д. Гильберт и его вклад в математику.
5. А. Пуанкаре и его взгляды на теоретическую и прикладную математику.
6. Теория множеств Г. Кантора и полемика вокруг нее.
7. Парадоксы теории множеств.
8. Различные подходы к проблеме обоснования математики.
9. В.А. Стеклов и его работы в области математической физики.
10. А.Н. Крылов и его взгляды на математику «для геометров и инженеров».
11. Н.Е. Жуковский и его работы в области механики.
12. «Лузитания» и «дело» академика Лузина.
13. Н. Винер и его «Кибернетика».
14. Дж. Фон Нейман и его исследования.
15. А. Тьюринг, его работы в области математической логики и статья «Может ли машина мыслить?»
16. А.А. Самарский и его работы в области математического моделирования.
17. Теорема Клини и разработка абстрактной теории конечных автоматов.

18. Л.С. Понтрягин и его работы по теории оптимального управления динамическими системами.
19. А.А. Ляпунов и его исследования в области теории программирования.
20. А.А. Марков и конструктивная математика.

Приложение 1

Темы рефератов

1. Формирование математической символики.
2. Метод исчерпывания Евдокса и интегральные методы Архимеда.
3. Прикладная и теоретическая механика в работах ученых Александрии (от Евклида до Паппа).
4. Вычислительные методы в древнем и средневековом Китае.
5. Вычислительные методы в древней и средневековой Индии.
6. Особенности развития математики в арабском мире.
7. Механика и натурфилософия эпохи Возрождения.
8. Гелиоцентрическая система мира (Н. Коперник, И. Кеплер и др.)
9. Формирование математики переменных величин.
10. Из истории тригонометрических таблиц.
11. Из истории логарифмических таблиц и логарифмов.
12. Интегральные методы И. Кеплера, П. Ферма и Б. Паскаля.
13. Рождение аналитической геометрии: различие в подходах П. Ферма и Р. Декарта.
14. Теория флюксий Ньютона и дифференциальное исчисление Г.В. Лейбница.
15. Работы И. Ньютона в области прикладной математики.
16. Работы Л. Эйлера в области прикладной математики.
17. Л. Эйлер и российская математическая школа.
18. Экстремальные задачи и история вариационного исчисления.
19. Различные подходы к обоснованию алгоритмов дифференциального и интегрального исчисления (Л. Эйлер, Ж. Лагранж, Л. Карно, Ж. Даламбер).
20. К.Ф. Гаусс и его работы в области прикладной математики.
21. От аксиомы параллельных Евклида до Эрлангенской программы Ф. Клейна.
22. Теория вероятностей и математическая статистика в России XIX в.
23. Решение алгебраических уравнений в радикалах: от Евклида до Н.Х. Абеля.
24. Теория групп и ее влияние на различные области математики.
25. Прикладная тематика работ российских ученых в XIX веке.
26. Из истории теории интерполяции.
27. П.Л. Чебышёв и его работы по теории интерполирования.
28. Из истории математической физики.
29. В.А. Стеклов и его работы в области математической физики.
30. Из истории небесной механики: от И. Кеплера до А. Пуанкаре.

31. Международный математический конгресс в Париже (1900) и «Математические проблемы» Д. Гильберта.
32. Из истории математической логики (от Г.В. Лейбница до У.С. Джевонса и его логической машины)
33. Д.Д. Мордухай-Болтовской и ростовская математическая школа.
34. Из истории криптографии.
35. Возникновение группы Бурбаки, ее деятельность и идеология.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Александров А.Д. Проблемы науки и позиция ученого. – Л.: Наука, 1988.
2. Александров А.Д. Математика // Философская энциклопедия. – М.: Наука, 1964. С.329-335.
3. Апокин И.А., Майстров Л.Е. Развитие вычислительных машин. – М.: Наука, 1974.
4. Арнольд В.И. Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук. Первые шаги математического анализа и теории катастроф, от эвольвент до квазикристаллов. – М.: Наука, 1989.
5. Березкина Э.И. Математика древнего Китая. – М.: Наука, 1980
6. Боголюбов А.Н. Математики. Механики. Биографический справочник. – Киев: Наукова думка, 1983.
7. Бородин А.И., Бугай А.С. Выдающиеся математики. Биографический словарь-справочник. – Киев: Радянська школа, 1987.
8. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963.
9. Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. Математика древнего Египта, Вавилона и Греции. – М.: ГИФМЛ, 1959.
10. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия. – М.: Физматгиз, 1960.
11. Володарский А.И. Очерки истории средневековой индийской математики. – М.: Наука, 1977.
12. Гиршвальд Л.Я. История открытия логарифмов. – М.: Наука, 1981.
13. Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России. – М.-Л.: ОГИЗ, 1946.
14. Григорьян А.Т. Механика от античности до наших дней. М., Наука, 1971.
15. Гушель Р.З. Из истории математики и математического образования. Путеводитель по литературе. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1983.
16. ГутерР.С., Полунов Ю.Л. От абака до компьютера. – М. :Наука, 1979.
17. Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., Мир, 1987.
18. Историко-математические исследования 1-я и 2-я серии - М.: Наука, (с 1948 г. по настоящее время).

19. История информатики в России. Ученые и их школы. – М.: Наука, 2003.
20. История математики. В 3-х томах. /Под ред. Юшкевича А.П. – М.: Наука, 1970-1972.
21. История отечественной математики. В 4-х томах. – Киев: Наукова думка, 1966-1970.
22. Клайн М. Математика. Утрата определенности. – М.: Мир, 1984.
23. Клайн М. Математика. Поиск истины. – М.: Мир, 1988.
24. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. – М.: Наука, 1989.
25. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии. – М.: Наука, 1991.
26. Майстров Л.Е. Теория вероятностей. Исторический очерк. – М.: Наука, 1967.
27. Малиновский Б.Н. История вычислительной техники в лицах. – Киев: фирма "КИТ", ПТОО "А.С.К.", 1995.
28. Маркушевич А.И. Очерки истории теории аналитических функций. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1951.
29. Матвиевская Г.П. Очерки истории тригонометрии. – Ташкент: Фан, 1990.
30. Математика в Московском университете /Под ред. Рыбникова К.А. – М.: Изд-во МГУ, 1992.
31. Математика XIX века. Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1978.
32. Математика XIX века. Геометрия. Теория аналитических функций. – М.: Наука, 1981.
33. Математика XIX века. Чебышёвское направление в теории функций. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Вариационное исчисление. Теория конечных разностей. – М.: Наука. 1987.
34. Медведев Ф.А. Развитие теории множеств в XIX в. – М.: Наука, 1965.
35. Медведев Ф.А. Развитие понятия интеграла. – М.: Наука, 1974.
36. Медведев Ф.А. Очерки истории теории функций действительного переменного. – М.: Наука, 1975.
37. Медведев Ф.А. Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв. – М.: Наука, 1976.
38. Никифоровский В.А. Путь к интегралу. – М.: Наука, 1985.
39. Никифоровский В.А. Из истории алгебры. – М.: Наука, 1979.
40. Очерки по истории математики /Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Изд-во МГУ, 1997.
41. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1976.

42. Проблемы Гильберта. – М.: Наука, 1969.
43. Розенфельд Ю.А. История неевклидовой геометрии. – М.: Наука, 1975.
44. Рыбников К.А. История математики. – М.: Изд-во МГУ, 1994 (и ранние издания).
45. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. – М.: Наука, 1990 (и ранние издания).
46. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. – М.: Наука, 1984.
47. Цейтен Г.Г. История математики в древности и в средние века. – М.-Л.: ГТТИ, 1932.
48. Цейтен Г.Г. История математики в XVI и XVII веках. – М.-Л.: ГТТИ, 1933.
49. Чистяков В.Д. Материалы по истории математики в Китае и Индии. – М.: Учпедгиз, 1960.
50. Юшкевич А.П. История математики в средние века. – М.: Физматгиз, 1961.
51. Юшкевич А.П. История математики в России до 1917 г. – М.: Наука, 1968.

Дополнительная литература

52. Асмус В.Ф. Декарт. – М.: Наука, 1956.
53. Белхост Б. Огюстен Коши. – М.: Наука. ФИЗМАТЛИТ. – 1997.
54. Белый Ю.А. Иоганн Кеплер. – М.: Наука, 1971.
55. Белый Ю.А. Иоганн Мюллер (Региомонтан) – М.: Наука, 1985.
56. Белый Ю.А. Тихо Браге. – М.: Наука, 1982.
57. Боголюбов А.И. Гаспар Монж. - М.: Наука, 1978.
58. Боголюбов А.Н. Жан Виктор Понселе. – М.: Наука, I988.
59. Бронштэн В.П. Клавдий Птолемей. – М.: Наука, 1988.
60. Булгаков П.Г., Розенфельд Б.А., Ахмедов А.А. Мухаммад ал-Хорезми. - М.: Наука, 1983.
61. Бюлер В. Карл Фридрих Гаусс. – М.: Наука, 1989.
62. Вавилов С.И. Исаак Ньютон. - М.: Наука, 1989.
63. Веселовский И.Н., Белый Ю.А. Николай Коперник. – М.: Наука, 1974.
64. Воронина М.И. Габриэль Ламе. - Л.: Наука, 1987.
65. Воронцов-Вельяминов Б.А. Лаплас. – М.: Наука, 1985.
66. Гнеденко Б.В., Погребысский И.Б. Михаил Васильевич Остроградский. - М.: Изд-во АН СССР, 1963.
67. Григорьян А.Т., Ковалев Б.Д. Даниил Бернулли. - М.: Наука, 1981.

68. Гродзенский С.Я. А.А.Марков. – М.: Наука, 1987.
69. Гутер Р.С, Полунов Ю.Л. Джон Нэпер.- М.: Наука, 1980.
70. Гутер Р.С, Пролунов Ю.А. Джироламо Кардано. – М.: Знание, 1980.
71. Дело академика Н.Н.Лузина / под ред. С.С.Демидова, В.В.Левшина. –Спб., 1999.
72. Денисов А.П. Л.Ф.Магницкий. – М.: Просвещение,1967.
73. Добровольский Б.А. Василий Петрович Ермаков. - М.: Наука, 1981.
74. Жмудь Л.Я. Пифагор и его школа. – Л.: Наука, 1990.
75. Игнациус Г.И. В.А.Стеклов. – М.: Наука, 1967.
76. Инфельд Л. Эварист Галуа. – М.: Молодая гвардия, 1965.
77. Каган В.Ф. Архимед. - М.; .Гостехиздат, 1943.
78. Каган В.Ф. Н.И.Лобачевский и его геометрия. – М.: ГИТТЛ, 1955.
79. Кессиди Ф.Х. Сократ – М.: Мысль, 1988.
80. Кляус Е.М., Погребысский И.Б., Франкфурт У.И. Блез Паскаль. - М.: Наука, 1971.
81. Кольман Э.Я. Бернард Болъцано. - М.: изд-во АН СССР, 1955.
82. Колядко В.И. Бернард Больцано. – М.: Мысль, 1982.
83. Коренцова М.М. Колин Маклорен. – М.: Наука, 1998.
84. Космодемьянский А.А. Николай Егорович Жуковский. - М.: Наука, 1984.
85. Кочина П.Я. Карл Вейерштрасс. - М.: Наука, I985.
86. Кочина П.Я. Софья Васильевна Ковалевская. – М.: Наука,1981.
87. Кузнецов Б.Г. Галилей. – М.: Наука, 1964.
88. Кузнецов Б.Г. Ньютон – М.: Мысль, 1982.
89. Леонард Эйлер. Сборник статей в честь 250-летия со дня рождения, представленных АН СССР. – М.: Изд-во АН СССР, 1958.
90. Лурье С.Я. Архимед. – М.: Изд-во АН СССР, 1945.
91. Матвиевская Г.П. Рамус. – М.: Наука, 1981.
92. Матвиевская Г.П. Альбрехт Дюрер – ученый. М.: Наука, 1987.
93. Матвиевская Г.П. Рене Декарт. - М.: Наука, 1976.
94. Никифоровский В.А. Великие математики Бернулли. М.: Наука, 1984.
95. Николай Коперник. К 500-летию со дня рождения. – М.: Наука, 1973.
96. Ожигова Е.П. Шарль Эрмит. – Л.: Наука, 1982.
97. Оре 0. Замечательный математик Нильс Хенрик Абель - М.: ГИФМЛ, 1961.
98. Павлова Г.Е., Федоров А.С. М.В.Ломоносов. – М.: Наука, 1988.

99. Погребысский И.Б. Готфрид-Вильгельм Лейбниц. – М.: Наука, 2004.
100. Полищук Е.М. Софус Ли. – Л.: Наука, 1983.
101. Полищук Е.М. Эмиль Борель. - Л.: Наука, 1980.
102. Прудников В.Е. Пафнутий Львович Чебышёв. - Л.: Наука,1976.
103. Рид К. Гильберт. - М.: Наука, 1977.
104. Розенфелъд Б.А., Рожанская М.М., Соколовская З.К. Абу-р-Райхан-ал-Бируни. - М.: Наука, 1973.
105. Розенфельд Б.А., Юшкевич А.П. Омар Хайям. – М.: Наука. 1965.
106. Сагадеев А.В. Ибн-Синна (Авиценна) – М.: Мысль. 1985.
107. Сираждинов С.Х., Матвиевская Г.П. Абу Райхан Беруни и его математические труды. – М.: Просвещение, 1978.
108. Тюлина И.А. Жозеф Луи Лагранж. - М.: Наука, 1977.
109. Тяпкин А.А., Шибанов А.С. Анри Пуанкаре. – М.: Молодая гвардия, 1979.
110. Уколова В.И. «Последний римлянин». Боэций. – М.: Наука, 1987.
111. Фишер К. История новой философии. Рене Декарт. – М.: АСТ, 2004.
112. Франкфурт У.И., Френк А.М. Христиан Гюйгенс. - М.: Изд-во АН СССР, 1962.
113. Цыкало А.А. А.М.Ляпунов. – М.: Наука, 1988.
114. Шибанов А. А.М.Ляпунов. – М.: Молодая гвардия, 1985.
115. Юшкевич А.П., Копелевич Ю.Х. Христиан Гольдбах. - М.: Наука, 1983.
116. Яглом И.М. Герман Вейль. – М.: Наука, 1967.

Учебное текстовое электронное издание

Злыднева Татьяна Павловна

ИСТОРИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
Часть 1
История математики

Учебное пособие

0,89 Мб
1 электрон. опт. диск

г. Магнитогорск, 2015 год
ФГБОУ ВПО «МГТУ»
Адрес: 455000, Россия, Челябинская область, г. Магнитогорск,
пр. Ленина 38

ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
Кафедра прикладной математики и информатики
Центр электронных образовательных ресурсов и
дистанционных образовательных технологий
e-mail: ceor_dot@mail.ru