



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

**И.А. Ложкин
Г.П. Корнилов**

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Сборник задач

Магнитогорск
2015

УДК: 621.3.011.71
ББК: 31.2

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор кафедры Электротехники и
электротехнических систем,
ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический
университет им. Г.И. Носова»
В.Р. Храмшин

Начальник цеха «Прокатсервис №2»,
ООО «Объединенная сервисная компания»
А.А. Голотин

Ложкин И.А., Корнилов Г.П.

Сборник задач по электротехнике [Электронный ресурс] : сборник задач / Игорь Александрович Ложкин, Геннадий Петрович Корнилов ; ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». – Электрон. текстовые дан. (1,73 Мб). – Магнитогорск : ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2015. – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования : IBM PC, любой, более 1 GHz ; 512 Мб RAM ; 10 Мб HDD ; MS Windows XP и выше ; Adobe Reader 8.0 и выше ; CD/DVD-ROM дисковод ; мышь. – Загл. с титул. экрана.

Данный сборник задач предназначен для помощи студентам в понимании электрического состояния цепей постоянного тока, в освоении методов расчета цепей и получения практических навыков их анализа. Сборник составлен так, что, наряду с типовыми задачами, в него включены задачи, имеющие определенный практический интерес для будущих специалистов.

Решение задач представлено весьма подробно и сопровождается необходимыми пояснениями и рекомендациями, полезными не только при решении задач, но и при выполнении лабораторного практикума и расчетно-графических работ.

УДК: 621.3.011.71
ББК: 31.2

© Ложкин И.А., Корнилов Г.П., 2015
© ФГБОУ ВПО «Магнитогорский
государственный технический
университет им. Г.И. Носова», 2015

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ	5
ПОСТОЯННОГО ТОКА	5
1.1. Расчет эквивалентных и входных сопротивлений постоянному току	5
1.2. Расчет эквивалентных индуктивностей и емкостей	20
1.3. Расчет параметров эквивалентного источника ЭДС	21
1.4. Расчет и анализ простых электрических цепей постоянного тока	23
1.5. Расчет сложных электрических цепей методом непосредственного применения законов Кирхгофа	61
1.6. Расчет сложных электрических цепей методом контурных токов	63
1.7. Расчет сложных электрических цепей методом узловых потенциалов	67
1.8. Расчет электрических цепей методом наложения	71
1.9. Расчет электрических цепей методом эквивалентного генератора	74
2. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ	76
2.1. Линейные электрические цепи постоянного тока	76
Список используемой литературы	88

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач представляет собой пособие для самостоятельной работы студентов при изучении дисциплин «Теоретические основы электротехники», «Электротехника», «Электротехника и электроника». Назначение пособия - помочь студентам в понимании электрического состояния цепей постоянного тока, в освоении методов расчета цепей и получения практических навыков их анализа. Поэтому сборник составлен так, что наряду с типовыми задачами в него включены задачи, имеющие определенный практический интерес для будущих специалистов.

Решение задач представлено весьма подробно и сопровождается необходимыми пояснениями и рекомендациями, полезными не только при решении задач, но и при выполнении лабораторного практикума и расчетно-графических работ.

1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1. Расчет эквивалентных и входных сопротивлений постоянному току

На практике нередко встречаются схемы соединения резисторов, которые не поддаются пониманию вида их соединения, и как следствие, представляется невозможным рассчитать их входные сопротивления без дополнительных, порой трудоемких, преобразований. В этом параграфе и предлагается некоторая помощь в решении названной выше задачи. Рассмотрение решенных здесь задач будет вполне достаточным для получения опыта расчета эквивалентных и входных сопротивлений.

1.1. Определить входное сопротивление электрической цепи рис. 1.1. относительно точек a и e , если $R=1$ Ом.

Решение

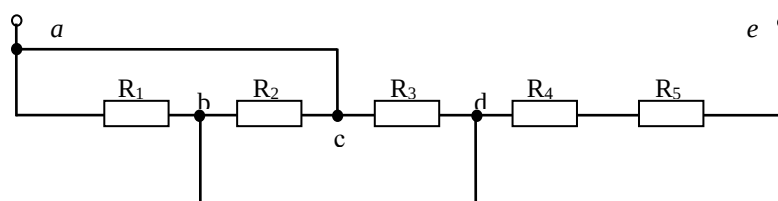


Рис. 1.1

В задаче имеет место смешанное соединение резисторов, т.е. сочетание последовательного и параллельного соединений. Не всегда, как и в данном случае, представляется возможным точно определить вид соединения резисторов на отдельных участках - последовательное или параллельное. Поэтому рекомендуется поступать следующим образом. Обозначить все резисторы цифровыми индексами (если они не обозначены), а узлы буквами так, как это показано на рис. 1.1. Переходя последовательно от точки a к узлу b с резистором R_1 , затем от узла b к узлу c резистором R_2 и т.д., изобразить схему в ином виде, удобном для понимания вида соединения отдельных резисторов. Очевидно, что при таком подходе к рассмотрению схемы цепи на рис.1.1 получим схему, представленную на рис. 1.2.

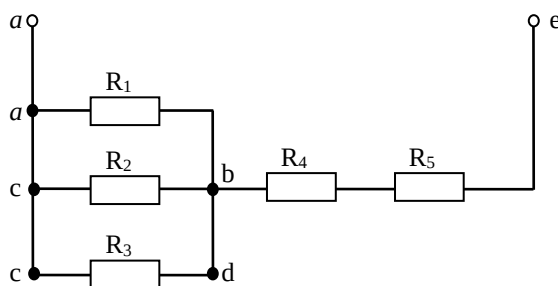


Рис. 1.2

Резистор R_1 присоединен к узлам a и b , резистор R_2 присоединен к узлам b и c , но узлы a и c имеют один и тот же электрический потенциал, поэтому резисторы R_1 и R_2 могут быть соединены так, как показано на рис.1.2. Продолжая рассмотрение схемы цепи на рис.1.1 подобным образом и приходим к схеме на рис.1.2. Резисторы R_1 , R_2 и R_3 соединены параллельно, а резисторы R_4 и R_5 последовательно с ними.

При параллельном соединении резисторов эквивалентная проводимость равна сумме проводимостей резисторов (ветвей).

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}.$$

Отсюда эквивалентное сопротивление R_{123} согласно условию задачи определится:

$$R_{123} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2} = \frac{1}{3} \text{ Ом}.$$

Входное сопротивление цепи

$$R_{ae} = R_{123} + R_4 + R_5 = \frac{1}{3} + 1 + 1 = 2\frac{1}{3} \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{ax} = R_{ae} = 2\frac{1}{3} \text{ Ом}.$

1.2 Определить входное сопротивление электрической цепи на рис.1.3(а) относительно точек а и с в общем виде, если известны все сопротивления резисторов.

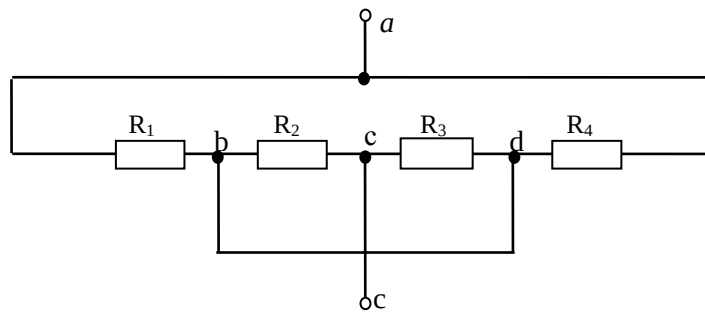


Рис. 1.3(а) решение

Рассмотрение схемы цепи на рис.1.3(а) не позволяет уверенно определить, как соединены между собой резисторы. Поэтому, прежде всего, обозначим все резисторы индексами (если они не обозначены) и все узлы буквами, как показано на рис. 1.3(а). Представим эту схему в виде, понятном для расчёта. Начнём с узла а. К нему присоединены два резистора R_1 и R_4 . Изобразим их так, как показано на рис. 1.3(б). Как видно, узлы b и d соединены между собой перемычкой. Резисторы R_2 и R_3 присоединены к этим же узлам и кроме этого они присоединены к одному и тому же узлу c .

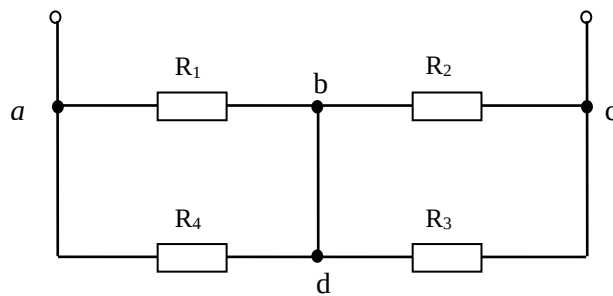


Рис. 1.3(б)

В результате такого рассмотрения и получается эквивалентная схема на рис. 1.3(б), где хорошо видно, как соединены резисторы. Действительно, попарно резисторы R_1 и R_4 , а также R_2 и R_3 соединены параллельно, образуя эквивалентные сопротивления.

$$R_{14} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4}; R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

В свою очередь эквивалентные резисторы R_{14} и R_{23} соединены между собой последовательно. Тогда входное сопротивление будет равно

$$R_{\text{вх}} = R_{ac} = R_{14} + R_{23}.$$

$$\text{Ответ: } R_{\text{вх}} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

1.3. Определить входное сопротивление между зажимами 1-1' при холостом ходе (зажимы 2-2' разомкнуты) и при коротком замыкании (зажимы 2-2' замкнуты) рис.1.4(а). Сопротивления резисторов даны в Омах.

Решение

Рассмотрение схемы на рис. 1.4(а) показывает, что для определения входного сопротивления необходимо выполнить эквивалентное преобразование треугольника резисторов в звезду или звезды в треугольник.

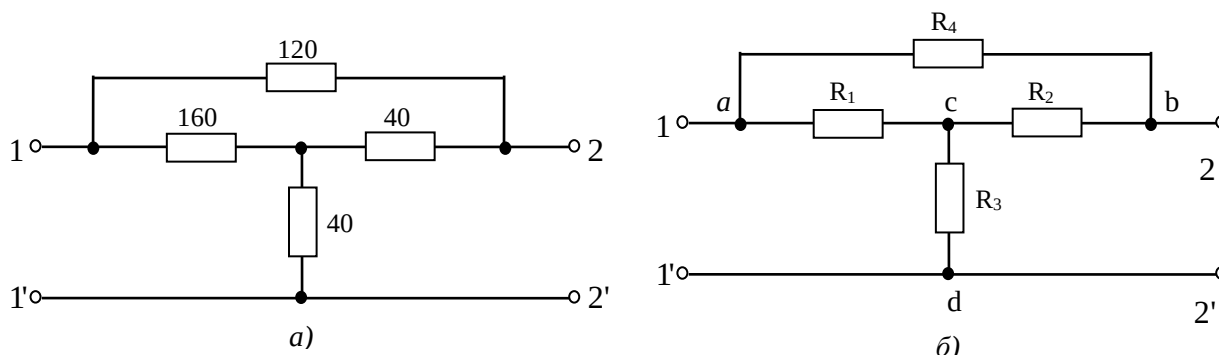


Рис. 1.4

Покажем решение одной и той же задачи с применением двух вариантов преобразований, имея в виду, что результат должен быть одинаковым.

Для облегчения решения задачи обозначим все резисторы цифровыми индексами, а узлы буквами так, как показано на рис. 1.4(б).

Первый вариант решения задачи

Преобразуем треугольник abc , сторонами которого являются резисторы R_1 , R_2 и R_4 , в эквивалентную звезду. Схема получит вид, показанный на рис. 1.5.

Сопротивления резисторов эквивалентной звезды определяются через сопротивления резисторов треугольника по следующим формулам:

$$R_a = \frac{R_4 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_4} = \frac{120 \cdot 160}{160 + 40 + 120} = 60 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_4} = \frac{40 \cdot 120}{160 + 40 + 120} = 15 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_4} = \frac{160 \cdot 40}{160 + 40 + 120} = 20 \text{ Ом}.$$

По эквивалентной схеме рис. 1.5 определим входное сопротивление относительно зажимов 1-1' при холостом ходе

$$R_{\text{вх.х.х.}} = R_a + R_c + R_3 = 60 + 20 + 40 = 120 \text{ Ом};$$

При коротком замыкании зажимов 2-2'

$$R_{\text{эк.к.з.}} = R_a + \frac{(R_c + R_3)R_g}{R_c + R_3 + R_g} = 60 + \frac{(20 + 40) \cdot 15}{20 + 40 + 15} = 72 \text{ Ом.}$$

Ответ: $R_{\text{эк.х.х.}} = 120 \text{ Ом}$, $R_{\text{эк.к.з.}} = 72 \text{ Ом}$.

Второй вариант решения задачи

Преобразуем трехлучевую звезду резисторов R_1 , R_2 , R_3 в эквивалентный треугольник. Схема получит вид, показанный на рис.1.6.

Сопротивления резисторов эквивалентного треугольника abd определяются через сопротивления резисторов звезды следующим образом:

$$R_{ab} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} = 160 + 40 + \frac{160 \cdot 40}{40} = 360 \text{ Ом};$$

$$R_{bd} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = 40 + 40 + \frac{40 \cdot 40}{160} = 90 \text{ Ом};$$

$$R_{da} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = 160 + 40 + \frac{160 \cdot 40}{40} = 360 \text{ Ом}.$$

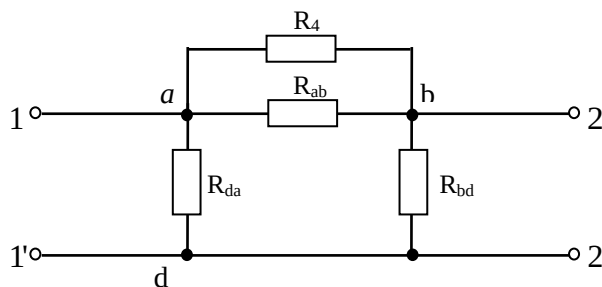


Рис. 1.6

По эквивалентной схеме рис.1.6. определим входное сопротивление относительно зажимов 1-1' при холостом ходе. Очевидно, что резисторы R_4 и R_{ab} соединены между собой параллельно, поэтому их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{4,ab} = \frac{R_4 \cdot R_{ab}}{R_4 + R_{ab}} = \frac{120 \cdot 360}{120 + 360} = 90 \text{ Ом};$$

Эквивалентный резистор $R_{4,ab}$ соединен последовательно с резистором R_{bd} ; эквивалентное сопротивление их определится

$$R_9 = R_{4,ab} + R_{bd} = 90 + 90 = 180 \text{ Ом}.$$

Окончательно входное сопротивление определится

$$R_{\text{эк.х.х.}} = \frac{R_{da} \cdot R_9}{R_{da} + R_9} = \frac{360 \cdot 90}{360 + 180} = 120 \text{ Ом}.$$

При коротком замыкании зажимов 2-2' (см. рис.1.6) резистор R_{bd} закорочен, а эквивалентный резистор $R_{4,ab}$ соединен параллельно с резистором R_{da} . При этом входное сопротивление относительно зажимов 1-1' будет равно

$$R_{\text{эк.к.з.}} = \frac{R_{da} \cdot R_{4,ab}}{R_{da} + R_{4,ab}} = \frac{360 \cdot 90}{360 + 90} = 72 \text{ Ом}.$$

Как видно, во втором варианте решения результаты такие же, как и в первом варианте.

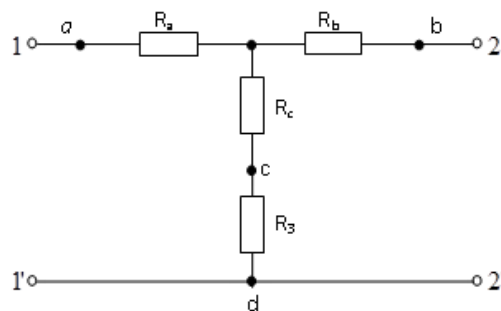


Рис. 1.5

1.4. Определить входное сопротивление между зажимами 1-1' при холостом ходе (зажимы 2-2' разомкнуты) и при коротком замыкании (зажимы 2-2' замкнуты) рис.1.7. Сопротивления резисторов даны в Омах.

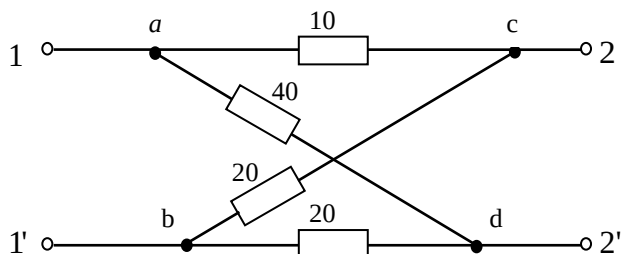


Рис. 1.7

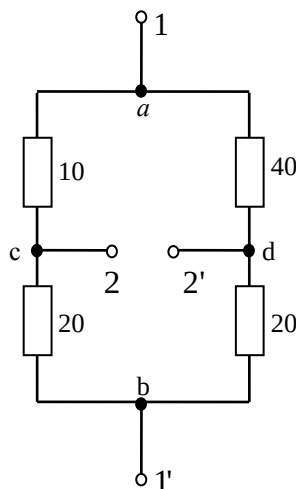


Рис. 1.8

Решение

Рассмотрение схемы на рис.1.7 позволяет изобразить ее в ином понятном виде на рис.1.8

При холостом ходе входное сопротивление определится следующим образом:

$$R_{\text{вх.х.х}} = \frac{(10 + 20) \cdot (40 + 20)}{10 + 20 + 40 + 20} = \frac{30 \cdot 60}{90} = 20 \text{ Ом};$$

При коротком замыкании зажимов 2 – 2' входное сопротивление определится:

$$R_{\text{вх.к.з}} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} + \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 18 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{\text{вх.х.х}} = 20 \text{ Ом}$, $R_{\text{вх.к.з}} = 18 \text{ Ом}$.

1.5. Определить входное сопротивление цепи (рис.1.9), если каждый из резисторов имеет сопротивление 2 Ома, т.е. $R=2 \text{ Ом}$.

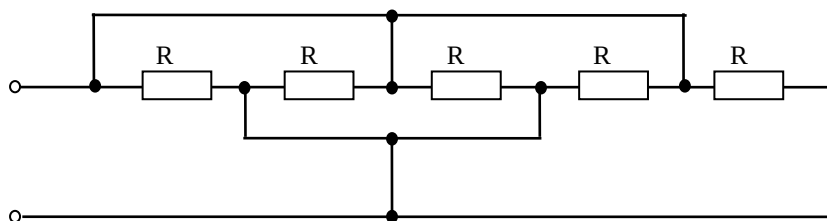


Рис. 1.9

Решение

Обозначим все резисторы числовыми индексами и узлы буквами так, как показано на рис.1.10. Теперь начнем рисовать схему, располагая резисторы вертикально, друг под другом, имея в виду, что все резисторы присоединены к определенным (именованным) узлам цепи.

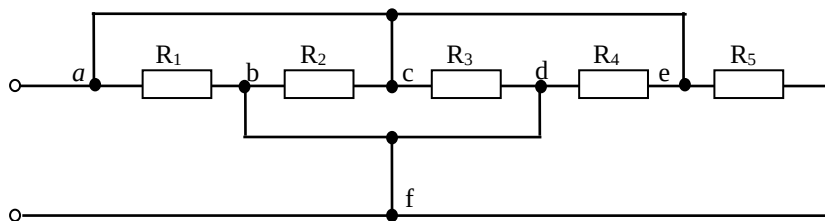


Рис. 1.10

Резистор R_1 присоединен к узлам a и b , резистор R_2 – к узлам b и c , причем узел c соединен перемычкой с узлом a , т.е. оказывается, что резисторы R_1 и R_2 соединены между собой параллельно. Действуя, т.е. рисуя схему подобным образом, получим схему на рис.1.11 в ином, но весьма понятном для расчета, виде.

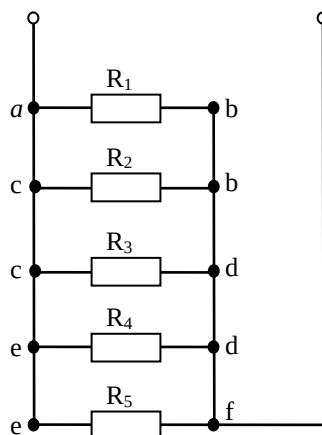


Рис. 1.11

Из рассмотрения схемы на рис.1.11 видно, что все резисторы соединены параллельно. Следовательно, входное сопротивление цепи относительно зажимов a и f согласно условию задачи как при параллельном соединении n , в данном случае пяти, одинаковых по сопротивлению резисторов, т.е.

$$R_{\text{вх}} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ Ом.}$$

Ответ: $R_{\text{вх}} = 0,4 \text{ Ом.}$

1.6. Определить входное сопротивление цепи (рис.1.12), если сопротивление каждого из резисторов равно $R = 1 \text{ Ом.}$

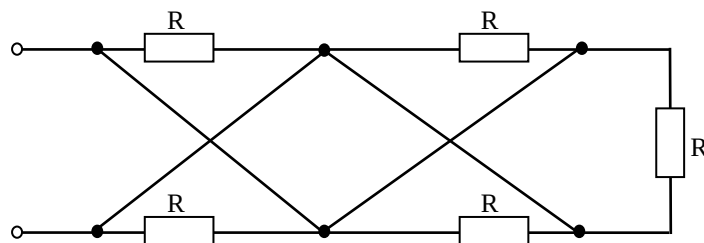


Рис. 1.12

Решение

Обозначим все резисторы числовыми индексами и узлы буквами. При этом схема рис.1.12 станет более определенной для рассмотрения и получит вид, приведенный на рис.1.13. Рассматривая последовательно присоединение каждого из резисторов на рис.1.13, нарисует схему в ином и понятном виде на рис.1.14.

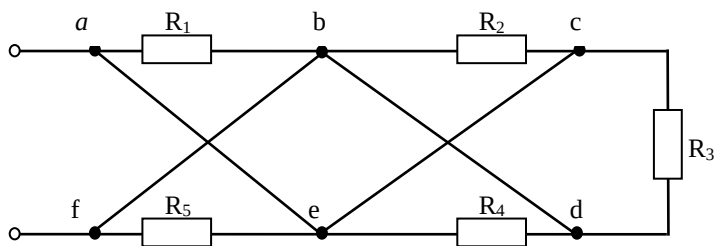


Рис. 1.13

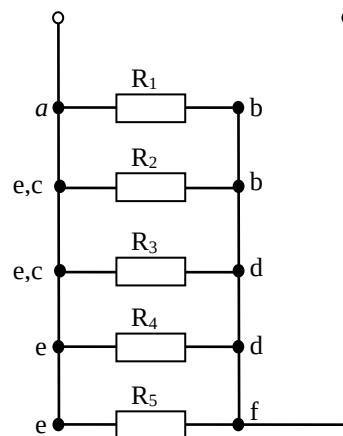


Рис. 1.14

Очевидно, что все резисторы соединены между собой параллельно и входное сопротивление цепи между зажимами a и f , согласно условию задачи, определится как при параллельном соединении пяти одинаковых по сопротивлению резисторов, т.е.

$$R_{\text{вх}} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ Ом.}$$

Ответ: $R_{\text{вх}} = 0,2 \text{ Ом.}$

1.7. Определить входное сопротивление цепи (рис.1.15), если сопротивление каждого из резисторов равно $R = 1 \text{ Ом}$.

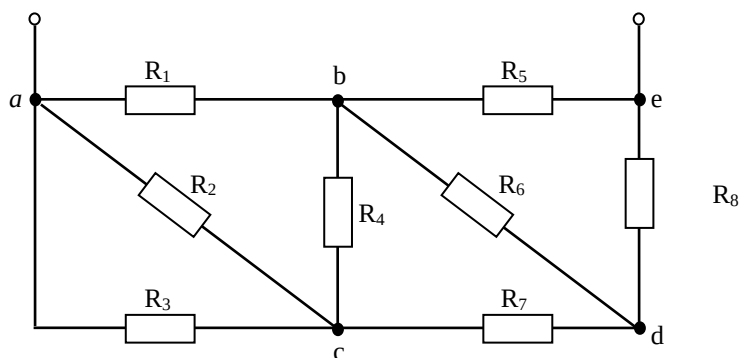


Рис. 1.15

Решение

На схеме рис.1.15 обозначаются все резисторы R цифровыми индексами и все узлы буквами $a, b, c \dots$. Теперь схема приобрела более определенный вид. Видно, что резисторы R_2 и R_3 соединены в узлах a и c параллельно, поэтому целесообразно заменить их одним эквивалентным резистором

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Ом;}$$

При этом схема принимает вид, показанный на рис.1.16.

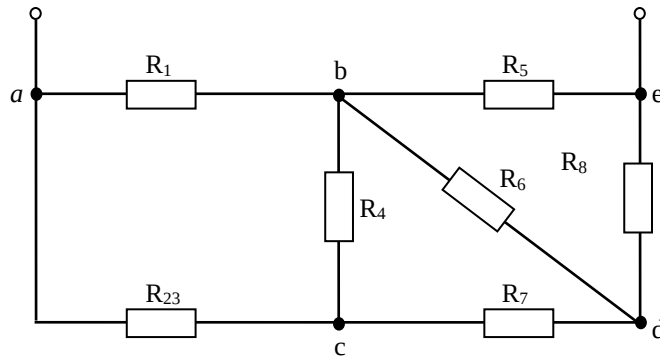


Рис. 1.16

Из рассмотрения схемы можно заметить достаточно сложную ее структуру, в которой нет последовательного и параллельного соединений резисторов. Имеют место треугольники резисторов abc , bdc , bde . Поэтому необходимо выполнить преобразование, на первом этапе расчета, одного из треугольников, например, треугольника резисторов abc в эквивалентную трехлучевую звезду. После такого преобразования схема получит вид, приведенный на рис.1.17.

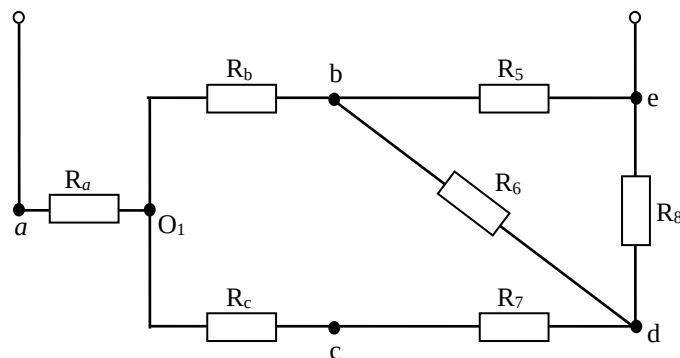


Рис. 1.17

Сопротивления лучей или иначе резисторов R_a , R_b и R_c эквивалентной звезды (рис.1.17) определяются по известным формулам преобразования

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23} + R_4} = \frac{1 \cdot 0,5}{1 + 0,5 + 1} = 0,2 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_{23} + R_4} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 0,5 + 1} = 0,4 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_{23} \cdot R_4}{R_1 + R_{23} + R_4} = \frac{0,5 \cdot 1}{1 + 0,5 + 1} = 0,2 \text{ Ом};$$

Рассмотрение схемы на рис.1.17 показывает, что необходимо преобразовать еще один треугольник резисторов bde в эквивалентную трехлучевую звезду (рис. 1.18). Схема на рис.1.18 стала понятной для расчета входного сопротивления относительно точек a и e . Найдем сопротивления лучей эквивалентной звезды

$$R'_b = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6 + R_8} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1 + 1} = \frac{1}{3} = 0,333 \text{ Ом};$$

$$R_d = \frac{R_6 \cdot R_8}{R_5 + R_6 + R_8} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1 + 1} = \frac{1}{3} = 0,333 \text{ Ом};$$

$$R_e = \frac{R_5 \cdot R_8}{R_5 + R_6 + R_8} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1 + 1} = \frac{1}{3} = 0,333 \text{ Ом}.$$

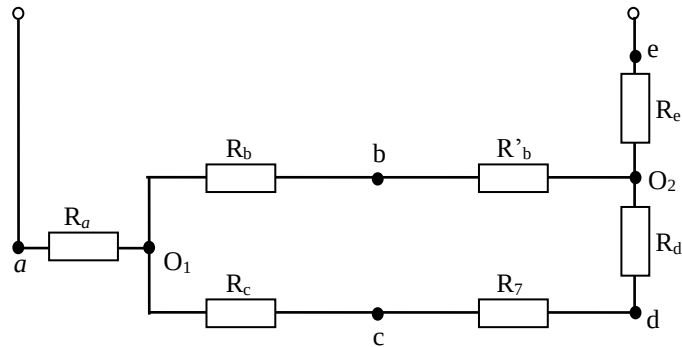


Рис. 1.18

Найдем эквивалентное сопротивление двух параллельных ветвей, присоединенных к узлам O₁ и O₂.

$$\begin{aligned} R_{O_1 O_2} &= \frac{(R_b + R'_b) \cdot (R_c + R_7 + R_d)}{R_b + R'_b + R_c + R_7 + R_d} = \\ &= \frac{(0,4 + 0,333) \cdot (0,2 + 1 + 0,333)}{0,4 + 0,333 + 0,2 + 1 + 0,333} = \frac{1,124}{2,266} = 0,496 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Входное сопротивление цепи

$$R_{\text{вх}} = R_{ae} = R_a + R_{O_1 O_2} + R_e = 0,2 + 0,496 + 0,333 = 1,029 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{\text{вх}} = 1,029 \text{ Ом}.$

1.8. Определить входное сопротивление между зажимами 1–1' при холостом ходе (зажимы 2–2' разомкнуты) и при коротком замыкании (зажимы 2–2' замкнуты). Сопротивления на схеме рис.1.19 даны в омах.

Решение

Обозначим все резисторы на рис. 1.19 цифровыми индексами и узлы – буквами. Получим схему на рис. 1.20

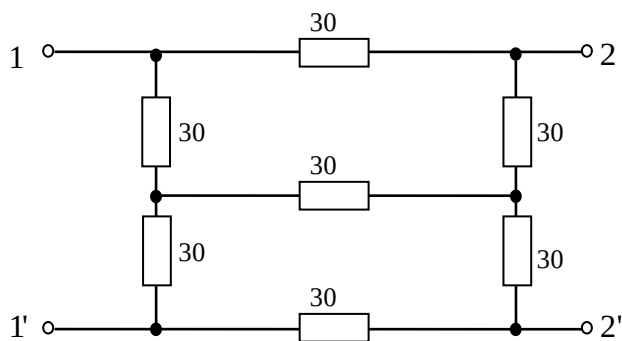


Рис. 1.19

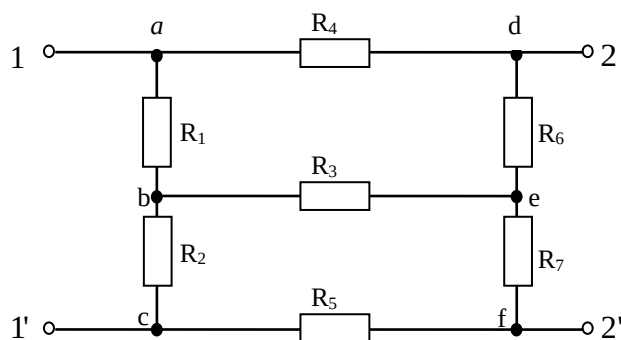


Рис. 1.20

Из рассмотрения схемы на рис.1.20 можно сделать вывод, что для решения задачи необходимы эквивалентные преобразования. Поэтому преобразуем трехлучевую звезду из резисторов R_1 , R_2 , R_3 в эквивалентный треугольник с резисторами в его сторонах R_{ac} , R_{ce} , R_{ea} (рис.1.21).

Поскольку сопротивления звезды одинаковы, т.е. $R_1=R_2=R_3=30$ Ом, то сопротивления эквивалентного треугольника ace тоже одинаковы

$$R_{ac} = R_{ce} = R_{ea} = 3R_1 = 90 \text{ Ом.}$$

При холостом ходе, когда зажимы 2–2' разомкнуты, входное сопротивление между зажимами 1–1' определится по схеме рис.1.21 следующим образом. Резисторы R_4 и R_6 , а также R_5 и R_7 , соединены между собой последовательно, поэтому

$$R_{46} = R_4 + R_6 = 30 + 30 = 60 \text{ Ом};$$

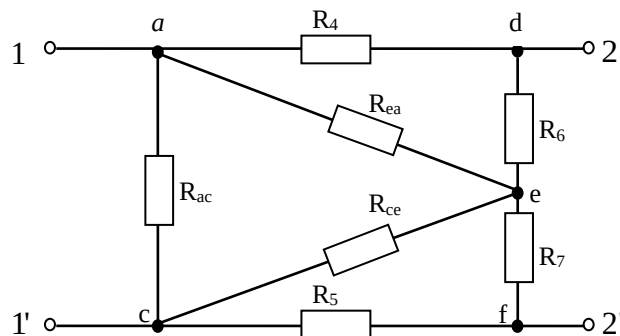


Рис. 1.21

$$R_{57} = R_5 + R_7 = 30 + 30 = 60 \text{ Ом};$$

Эквивалентные резисторы R_{46} и R_{57} соединены параллельно соответственно с резисторами R_{ea} и R_{ce} . При этом эквивалентные сопротивления определяются так:

$$R_{\text{э}1} = \frac{R_{ea} \cdot R_{46}}{R_{ea} + R_{46}} = \frac{90 \cdot 60}{90 + 60} = 36 \text{ Ом}; \quad R_{\text{э}2} = \frac{R_{ce} \cdot R_{57}}{R_{ce} + R_{57}} = \frac{90 \cdot 60}{90 + 60} = 36 \text{ Ом}.$$

Эквивалентные резисторы $R_{\text{э}1}$ и $R_{\text{э}2}$ соединены между собой последовательно

$$R_{\text{э}} = R_{\text{э}1} + R_{\text{э}2} = 36 + 36 = 72 \text{ Ом}.$$

Входное сопротивление при холостом ходе определится

$$R_{\text{вх.х.х}} = \frac{R_{ac} \cdot R_{\text{э}}}{R_{ac} + R_{\text{э}}} = \frac{90 \cdot 72}{90 + 72} = 40 \text{ Ом}.$$

Для определения входного сопротивления при коротком замыкании зажимов 2–2' необходимо выполнить эквивалентные преобразования двух треугольников ade и cef (рис.1.21) в трехлучевые звезды так, как показано на рис.1.22 при закороченных зажимах 2 – 2'.

Определим по схемам рис.1.21 – 1.22 сопротивления эквивалентных звезд

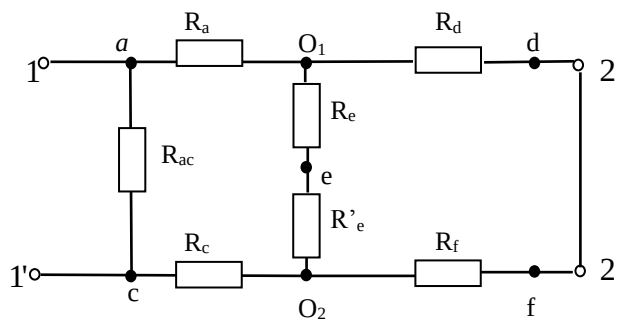


Рис. 1.22

$$R_a = \frac{R_4 \cdot R_{ea}}{R_4 + R_{ea} + R_6} = \frac{30 \cdot 90}{30 + 90 + 30} = 18 \text{ Ом};$$

$$R_d = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_{ea} + R_6} = \frac{30 \cdot 30}{150} = 6 \text{ Ом};$$

$$R_e = \frac{R_{ea} \cdot R_6}{R_4 + R_{ea} + R_6} = \frac{90 \cdot 30}{150} = 18 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_{ce} \cdot R_5}{R_{ce} + R_5 + R_7} = \frac{90 \cdot 30}{90 + 30 + 30} = 18 \text{ Ом};$$

$$R'_e = \frac{R_{ce} \cdot R_7}{R_{ce} + R_5 + R_7} = \frac{90 \cdot 30}{90 + 30 + 30} = 18 \text{ Ом};$$

$$R_f = \frac{R_5 \cdot R_7}{R_{ce} + R_5 + R_7} = \frac{30 \cdot 30}{150} = 6 \text{ Ом}.$$

Определим эквивалентное сопротивление двух параллельных ветвей, присоединенных к узлам O_1 и O_2 .

$$R_{O_1 O_2} = \frac{(R_e + R'_e) \cdot (R_d + R_f)}{R_e + R'_e + R_d + R_f} = \frac{(18 + 18) \cdot (6 + 6)}{18 + 18 + 6 + 6} = \frac{432}{48} = 9 \text{ Ом}.$$

Определим эквивалентное сопротивление трех, последовательно соединенных, резисторов R_a , $R_{O_1 O_2}$, R_c

$$R_9 = R_a + R_{O_1 O_2} + R_c = 18 + 9 + 18 = 45 \text{ Ом}.$$

Входное сопротивление цепи при коротком замыкании зажимов 2– 2'

$$R_{\text{вх.к.з}} = \frac{R_{ac} \cdot R_9}{R_{ac} + R_9} = \frac{90 \cdot 45}{90 + 45} = 30 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{\text{вх.х.х}} = 40 \text{ Ом}$, $R_{\text{вх.к.з}} = 30 \text{ Ом}$.

1.9. Определить входное сопротивление цепи (рис.1.23), если сопротивление каждого резистора $R = 10 \text{ Ом}$.

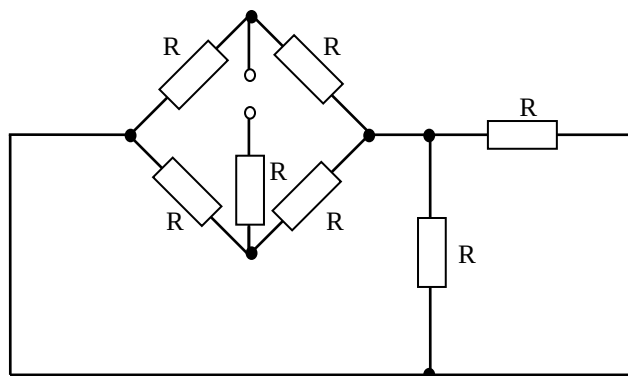


Рис. 1.23

Решение

Обозначим все резисторы цифровыми индексами и узлы буквами так, как показано на рис.1.24.

Изобразим схему на рис.1.24 в ином, более понятном для расчета, виде на рис.1.25.

Резисторы R_6 и R_7 соединены параллельно. Их эквивалентное сопротивление определится

$$R_{67} = \frac{R_6 \cdot R_7}{R_6 + R_7} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом.}$$

Преобразуем треугольник ade из резисторов R_1 , R_2 , R_{67} в эквивалентную трехлучевую звезду (рис.1.26).

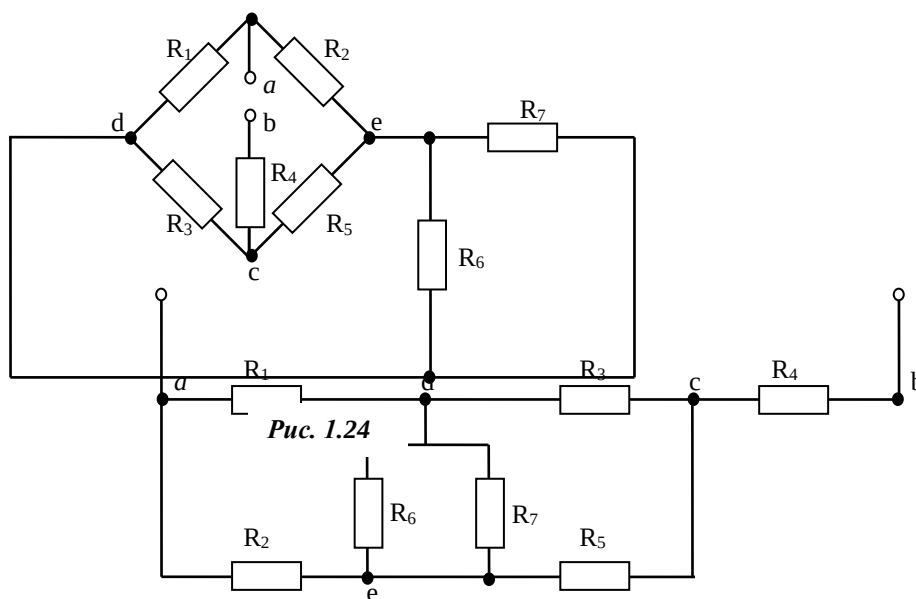


Рис. 1.25

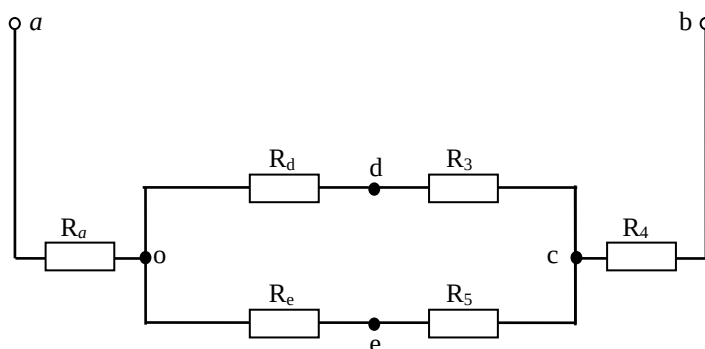


Рис. 1.26

Определим сопротивления резисторов эквивалентной звезды

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_{67}} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10 + 5} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_d = \frac{R_1 \cdot R_{67}}{R_1 + R_2 + R_{67}} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 10 + 5} = 2 \text{ Ом};$$

$$R_e = \frac{R_2 \cdot R_{67}}{R_1 + R_2 + R_{67}} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 10 + 5} = 2 \text{ Ом}.$$

Эквивалентное сопротивление двух параллельных ветвей, присоединенных к узлам *o* и *c*

$$R_3 = \frac{(R_d + R_3) \cdot (R_e + R_5)}{R_d + R_3 + R_e + R_5} = \frac{(2 + 10) \cdot (2 + 10)}{2 + 10 + 2 + 10} = \frac{144}{24} = 6 \text{ Ом}.$$

Входное сопротивление цепи относительно точек *a* и *b*

$$R_{\text{вх}} = R_a + R_3 + R_4 = 4 + 6 + 10 = 20 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{\text{вх}} = 20 \text{ Ом}$.

1.10. Определить входное сопротивление цепи относительно точек *a* и *b*. Значения сопротивлений даны в омах, рис. 1.27.

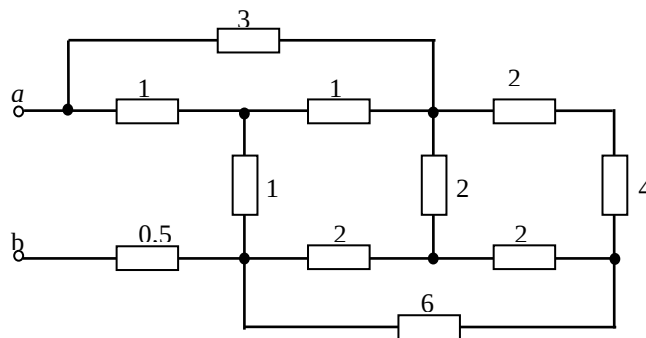


Рис. 1.27

Решение

Обозначим все узлы цепи на рис.1.27 буквами и выполним эквивалентные преобразования треугольников *adc* и *def* в трехлучевые звезды так, чтобы схема цепи позволяла решить задачу, рис.1.28.

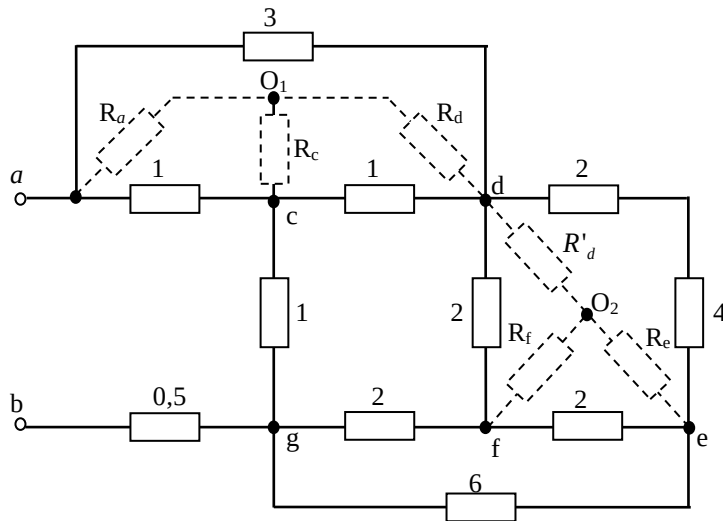


Рис. 1.28

Трехлучевые звезды на схеме рис.1.28 вписаны в упомянутые треугольники пунктиром. После замены схема примет вид, представленный на рис.1.29. Причем резисторы в ветви de заменены одним эквивалентным и равным $R_{de} = 2 + 4 = 6 \text{ Ом}$. Буквенные обозначения на схемах рис.1.28 – 1.29 сохранены. Из рассмотрения схемы на рис.1.29 видно, что она представляет собой сочетание последовательного и параллельного соединений резисторов и позволяет определить входное сопротивление цепи в явном виде.

Вначале определим эквивалентные сопротивления трехлучевых звезд adc и def . Для треугольника adc :

$$R_a = \frac{R_{ad} \cdot R_{ca}}{R_{ad} + R_{dc} + R_{ca}} = \frac{3 \cdot 1}{3 + 1 + 1} = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ Ом};$$

$$R_d = \frac{R_{dc} \cdot R_{ad}}{R_{ad} + R_{dc} + R_{ca}} = \frac{1 \cdot 3}{3 + 1 + 1} = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ Ом};$$

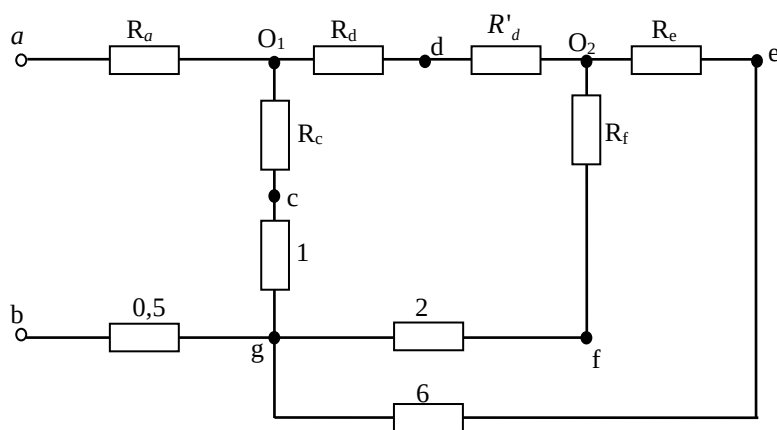


Рис. 1.29

$$R_c = \frac{R_{ca} \cdot R_{dc}}{R_{ad} + R_{dc} + R_{ca}} = \frac{1 \cdot 1}{3 + 1 + 1} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ Ом}.$$

Для треугольника def:

$$R'_d = \frac{R_{de} \cdot R_{fd}}{R_{de} + R_{ef} + R_{fd}} = \frac{6 \cdot 2}{6 + 2 + 2} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ Ом};$$

$$R_e = \frac{R_{ef} \cdot R_{de}}{R_{de} + R_{ef} + R_{fd}} = \frac{2 \cdot 6}{6 + 2 + 2} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ Ом};$$

$$R_f = \frac{R_{fd} \cdot R_{ef}}{R_{de} + R_{ef} + R_{fd}} = \frac{2 \cdot 2}{6 + 2 + 2} = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ Ом}.$$

Эквивалентное сопротивление двух параллельных ветвей, присоединенных к узлам g и O₂ (рис.1.29).

$$R_{\text{э1}} = \frac{(2 + R_f) \cdot (6 + R_e)}{2 + R_f + 6 + R_e} = \frac{(2 + 0,4) \cdot (6 + 1,2)}{2 + 0,4 + 6 + 1,2} = \frac{17,28}{9,6} = 1,8 \text{ Ом};$$

Эквивалентное сопротивление цепи, присоединенной к узлам g и O₁:

$$R_{\text{э2}} = \frac{(R_c + 1) \cdot (R_d + R'_d + R_{\text{э1}})}{R_c + 1 + R_d + R'_d + R_{\text{э1}}} = \frac{(0,2 + 1) \cdot (0,6 + 1,2 + 1,8)}{0,2 + 1 + 0,6 + 1,2 + 1,8} = 0,9 \text{ Ом}.$$

Входное сопротивление цепи относительно точек a и b

$$R_{\text{вх}} = R_a + R_{\text{э2}} + 0,5 = 0,6 + 0,9 + 0,5 = 2 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{\text{вх}} = 2 \text{ Ом}$.

1.2. Расчет эквивалентных индуктивностей и емкостей

1.11. Определить эквивалентную индуктивность цепи (рис.1.30), если $L_1=4 \text{ мГн}$, $L_2=12 \text{ мГн}$, $L_3=18 \text{ мГн}$, $L_4=2 \text{ мГн}$, $L_5=5 \text{ мГн}$.

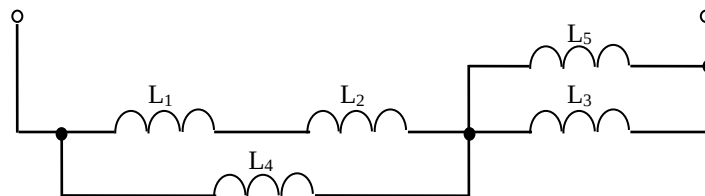


Рис. 1.30

Решение

1. Эквивалентная индуктивность последовательного соединения

$$L_{12} = L_1 + L_2 = 4 + 12 = 16 \text{ мГн}.$$

2. Эквивалентная индуктивность параллельных соединений

$$L_{124} = \frac{L_{12} \cdot L_4}{L_{12} + L_4} = \frac{16 \cdot 2}{16 + 2} = 1,78 \text{ мГн};$$

$$L_{35} = \frac{L_3 \cdot L_5}{L_3 + L_5} = \frac{18 \cdot 5}{18 + 5} = 3,91 \text{ мГн}.$$

3. Эквивалентная индуктивность всей цепи на рис.1.30

$$L_{\text{э}} = L_{124} + L_{35} = 1,78 + 3,91 = 5,69 \text{ мГн}.$$

Ответ: $L_{\text{э}} = 5,69 \text{ мГн}$.

1.12. Определить эквивалентную емкость цепи (рис.1.31), если $C_1=4 \text{ мкФ}$, $C_2=12 \text{ мкФ}$, $C_3=18 \text{ мкФ}$, $C_4=2 \text{ мкФ}$, $C_5=5 \text{ мкФ}$.

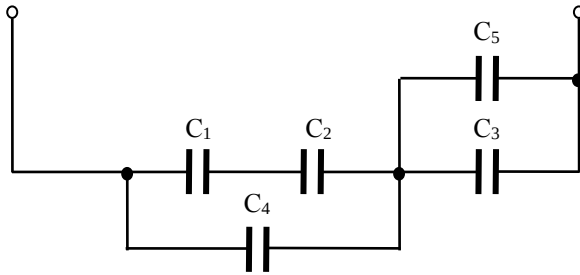


Рис. 1.31

Решение

1. Эквивалентная емкость последовательного соединения конденсаторов

$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = 3 \text{ мкФ}.$$

2. Эквивалентная емкость параллельных соединений

$$C_{124} = C_{12} + C_4 = 3 + 2 = 5 \text{ мкФ};$$

$$C_{35} = C_3 + C_5 = 18 + 5 = 23 \text{ мкФ}.$$

3. Эквивалентная емкость всей цепи на рис.1.31

$$C_{\text{э}} = \frac{C_{124} \cdot C_{35}}{C_{124} + C_{35}} = \frac{5 \cdot 23}{5 + 23} = 4,11 \text{ мкФ}.$$

Ответ: $C_{\text{э}} = 4,11 \text{ мкФ}$.

1.3. Расчет параметров эквивалентного источника ЭДС

1.13. Определить параметры эквивалентного источника ЭДС, заменяющего три последовательно соединенных с параметрами $E_1=110 \text{ В}$, $r_{\text{вн}1}=0,5 \text{ Ом}$, $E_2=130 \text{ В}$, $r_{\text{вн}2}=0,3 \text{ Ом}$, $E_3=120 \text{ В}$, $r_{\text{вн}3}=0,4 \text{ Ом}$, рис.1.32,а.

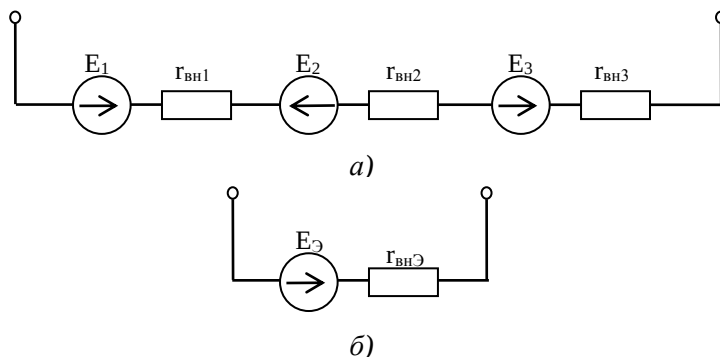


Рис. 1.32

Решение

1. Эквивалентная ЭДС источника определяется согласно второму закону Кирхгофа алгебраической суммой ЭДС отдельных источников. Положительное направление обхода контура выбирается произвольно, например, в схеме рис.1.32,а примем направление источников E_1 и E_3 , тогда получим

$$E_{\Sigma} = E_1 - E_2 + E_3 = 110 - 130 + 120 = 100 \text{ В};$$

2. Внутреннее сопротивление эквивалентного источника определяется арифметической суммой внутренних сопротивлений отдельных источников

$$r_{\text{вн.}\Sigma} = r_{\text{вн}1} + r_{\text{вн}2} + r_{\text{вн}3} = 0,5 + 0,3 + 0,4 = 1,2 \text{ Ом}.$$

Схема эквивалентного источника ЭДС приведена на рис. 1.32,б

Ответ: $E_{\Sigma} = 100 \text{ В}$, $r_{\text{вн.}\Sigma} = 1,2 \text{ Ом}$.

1.14. Определить параметры эквивалентного источника, заменяющего три параллельно соединенных с параметрами $E_1=230 \text{ В}$, $r_{\text{вн}1}=0,5 \text{ Ом}$, $E_2=220 \text{ В}$, $r_{\text{вн}2}=0,4 \text{ Ом}$, $E_3=240 \text{ В}$, $r_{\text{вн}3}=1 \text{ Ом}$, рис.1.33,а.

Решение

Замена проводится в следующем порядке:

1. Заменяем источники ЭДС эквивалентными источниками тока

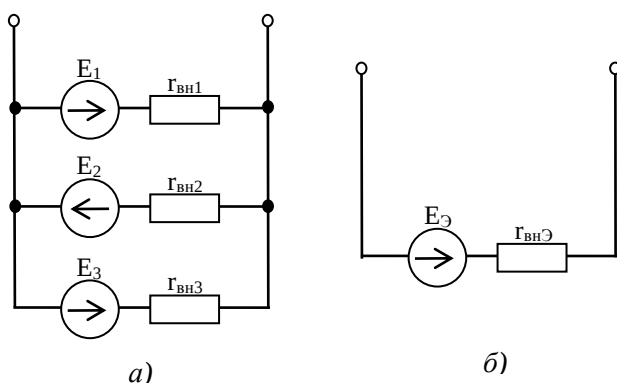


Рис. 1.33

$$J_1 = \frac{E_1}{r_{\text{вн}1}} = \frac{230}{0,5} = 460 \text{ А};$$

$$J_2 = \frac{E_2}{r_{\text{вн}2}} = \frac{220}{0,4} = 550 \text{ А};$$

$$J_3 = \frac{E_3}{r_{\text{вн}3}} = \frac{240}{1} = 240 \text{ А}.$$

получим эквивалентную схему, представленную на рис.1.34., где проводимости равны:

$$g_{\text{вн}1} = \frac{1}{r_{\text{вн}1}} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ См};$$

$$g_{\text{вн}2} = \frac{1}{r_{\text{вн}2}} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ См};$$

$$g_{\text{вн}3} = \frac{1}{r_{\text{вн}3}} = \frac{1}{1} = 1,0 \text{ См.}$$

2. Три источника тока на рис.1.34 можно заменить одним эквивалентным (на рис.1.35) согласно первому закону Кирхгофа

$$J_{\text{э}} = J_1 - J_2 + J_3 = 460 - 550 + 240 = 150 \text{ А;}$$

$$g_{\text{вн.э}} = g_{\text{вн}1} + g_{\text{вн}2} + g_{\text{вн}3} = 2 + 2,5 + 1 = 5,5 \text{ См.}$$

3. От эквивалентного источника тока (рис. 1.35) выполняется переход к эквивалентному источнику ЭДС (рис. 1.33,б).

$$E_{\text{э}} = \frac{J_{\text{э}}}{g_{\text{вн.э}}} = \frac{150}{5,5} = 27,3 \text{ В;}$$

$$r_{\text{вн.э}} = \frac{1}{g_{\text{вн.э}}} = \frac{1}{5,5} = 0,18 \text{ Ом.}$$

Ответ: $E_{\text{э}} = 27,3 \text{ В}$, $r_{\text{вн.э}} = 0,18 \text{ Ом}$.

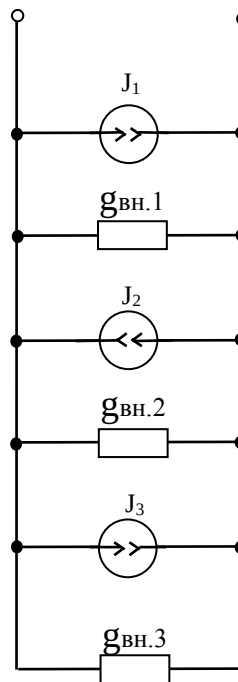


Рис. 1.34

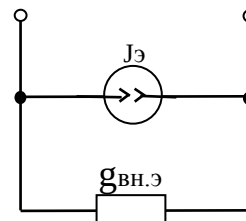


Рис. 1.35

1.4. Расчет и анализ простых электрических цепей постоянного тока

Выполняется на основе применения законов Ома, Джоуля – Ленца и двух законов Кирхгофа. Названные здесь четыре закона являются своеобразным инструментом для расчета. Правильный выбор и осмысленная последовательность их применения позволяют без особых затруднений рассчитать любую электрическую цепь. Покажем это на нижеследующих простых примерах.

1.15. Определить внутреннее сопротивление $r_{\text{вн}}$ источника ЭДС E , если $E=70 \text{ В}$, $U=30 \text{ В}$, $U_1=20 \text{ В}$, $R_1=10 \text{ Ом}$, $R_2=38 \text{ Ом}$ (рис.1.36). Установить режимы работы источников ЭДС и напряжения, составить баланс мощностей.

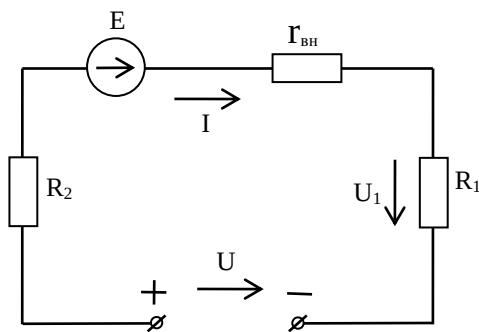


Рис. 1.36

Решение

Прежде чем приступить к решению задачи проанализируем исходные данные и выберем из названных выше законов, по методу исключения, необходимые для расчета. Очевидно, что первый закон Кирхгофа исключается, т.к. в цепи на рис.1.36 отсутствуют узлы. Закон Джоуля – Ленца также исключается на первом этапе расчета. Остаются два закона из четырех, т.е. два инструмента, которые следует правильно применить. Это закон Ома и второй закон Кирхгофа для контура цепи (см. рис.1.36). Итак, что можно сделать при помощи закона Ома, например, для участка цепи? Можно рассчитать ток, протекающий в данной цепи, поскольку известна величина и направление напряжения на резисторе R_1 и его сопротивление, следовательно:

1. Определяется ток в цепи

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A.}$$

Рассматривая цепь на рис.1.36 придем к выводу, что в ней неизвестным оказывается только внутреннее сопротивление источника $r_{вн}$, поэтому применим второй инструмент, а именно – второй закон Кирхгофа. Укажем при этом произвольно положительное направление тока на рис.1.36.

2. Составляется уравнение по второму закону Кирхгофа для контура цепи на рис.1.36; направление обхода контура выбирается произвольно, возьмем – по часовой стрелке, тогда:

$$E = r_{вн} \cdot I + R_1 \cdot I + (-U) + R_2 \cdot I.$$

Знак «минус» у напряжения U принят потому, что при обходе контура по часовой стрелке направление действия напряжения U , которое принято указывать стрелкой от более высокого потенциала «плюс» к более низкому «минус» – встречное.

Анализируя уравнение, заметим, что в нем единственным неизвестным является искомая величина – $r_{вн}$.

Решим это уравнение относительно $r_{вн}$.

$$r_{вн} = \frac{E + U - R_1 I - R_2 I}{I} = \frac{70 + 30 - 10 \cdot 2 - 38 \cdot 2}{2} = 2 \text{ Ом.}$$

3. Установим режим работы источника ЭДС и источника напряжения U . Для решения этих вопросов обратим вначале внимание на направление ЭДС и тока в цепи I . Очевидно, что направление ЭДС E и тока I совпадают, следовательно источник ЭДС работает в режиме выдачи энергии, т.е. является источником энергии.

У источника напряжения U , работающего в режиме выдачи энергии, ток всегда направлен от более высокого потенциала «плюс» к более низкому «минус», поэтому в

данном случае направление тока соответствует этому принципу. Это означает, что источник напряжения U также является источником энергии.

4. Составляется уравнение баланса мощностей $\sum P_{отд} = \sum P_{полп}$, т.е. сумма мощностей энергии, отдаваемой источниками равна сумме мощностей энергии, потребляемой приемниками. В данном случае

$$E \cdot I + U \cdot I = r_{вн} \cdot I^2 + R_1 \cdot I^2 + R_2 \cdot I^2$$

или

$$70 \cdot 2 + 30 \cdot 2 = 2 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2^2 + 38 \cdot 2^2;$$

$$200 \text{ Вт} = 200 \text{ Вт}.$$

Ответ: $r_{вн} = 2 \text{ Ом}$; $P_{отд} = P_{полп} = 200 \text{ Вт}$.

1.16. Определить ток, проходящий через тело человека, взявшего рукой один из проводов линии постоянного тока (например, провод полярности «минус») напряжением $U=220 \text{ В}$, если сопротивление изоляции проводов относительно «земли» равны:

в первом случае $R_{из(+)} = 1 \text{ МОм}$; $R_{из(-)} = 1 \text{ МОм}$;

во втором случае $R_{из(+)} = 0$; $R_{из(-)} = 1 \text{ МОм}$.

Сопротивление тела человека принять равным расчетному $R_{ч} = 1000 \text{ Ом}$.

Оценить опасность для жизни человека оба случая.

Решение

Чтобы решать эту и подобные ей задачи, необходимо составить расчетную схему для каждого случая. Составим вначале схему в общем представлении. Она будет иметь следующий вид, рис.1.37. Обозначим отдельные точки цепи буквами.

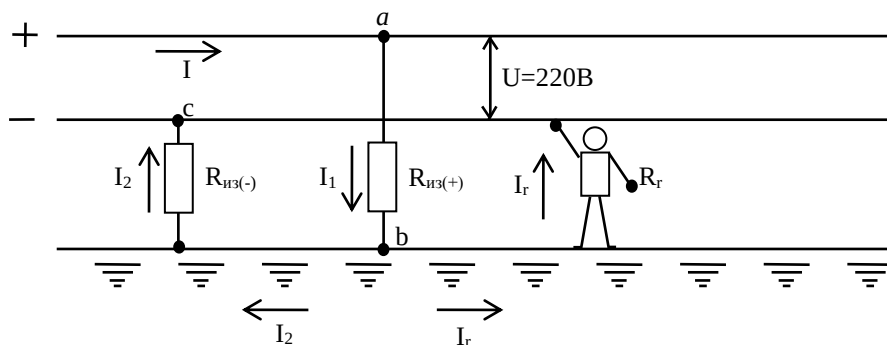


Рис. 1.37

Выполним расчет для каждого случая отдельно.

Первый случай

1. Преобразуем схему на рис.1.37 в эквивалентную для первого случая и удобную для расчета, рис.1.38.

2. Определим эквивалентное сопротивление между точками b и c цепи

$$R_{э} = \frac{R_{из(-)} \cdot R_{ч}}{R_{из(-)} + R_{ч}} = \frac{10^6 \cdot 10^3}{10^6 + 10^3} = \frac{10^9}{1001000} \approx 10^3 \text{ Ом}.$$

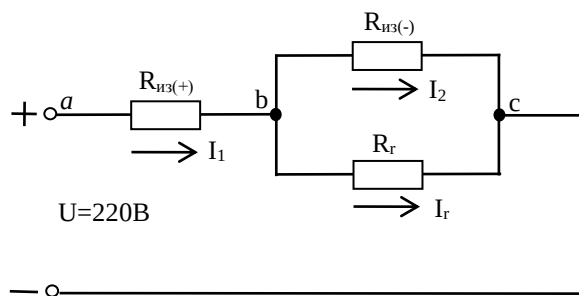


Рис. 1.38

3. Определим входное сопротивление цепи относительно точек *a* и *c* (см. рис. 1.38)

$$R_{\text{вх1}} = R_{\text{из}} + R_{\text{из}(+)} = 10^3 + 10^6 = 1001000 \text{ Ом.}$$

Определим ток утечки на землю I_1

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{вх1}}} = \frac{220}{1001000} = 0,0002 \text{ А.}$$

5. Определим напряжение на участке *bc* или иначе напряжение, приложенное к телу человека

$$U_{bc} = R_{\text{г}} \cdot I_1 = 10^3 \cdot 0,0002 = 0,2 \text{ В.}$$

6. Определим ток, проходящий через тело человека

$$I_{r1} = \frac{U_{bc}}{R_r} = \frac{0,2}{1000} = 0,0002 \text{ А.}$$

Ответ: $I_{r1} = 0,0002 \text{ А} = 0,2 \text{ мА}$, такой ток находится значительно ниже порога ощущаемого постоянного тока 5,3 мА., т.е. не опасен для жизни человека.

Второй случай

1. Преобразуем схему на рис.1.37 в эквивалентную для второго случая, рис.1.39. Очевидно, что в этом случае провод полярности «плюс» замкнулся на «землю», что недопустимо по Правилам эксплуатации электроустановок ни при каких условиях.

2. Определим по схеме рис.1.39 ток, проходящий через тело человека

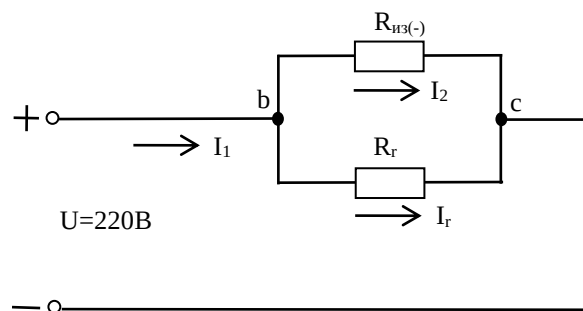


Рис. 1.39

$$I_{r2} = \frac{U}{R_r} = \frac{220}{1000} = 0,22 \text{ A.}$$

Как видно из условия задачи и соответственно рис.1.39 во втором случае к телу человека приложено напряжение сети $U=220\text{В}$ и ток равен $I_{r2} = 0,22 \text{ А}$, что превышает смертельную дозу в 2,2 раза.

Ответ: $I_{r2} = 0,22 \text{ А}$.

1.17. В цепи на рис.1.40 $E_1 = 120 \text{ В}$, $E_2 = 40 \text{ В}$, $R_1 = 15 \text{ Ом}$, $R_2 = 25 \text{ Ом}$. Определить показание вольтметра. Внутреннее сопротивление вольтметра велико, поэтому ток через него не учитывать.

Решение

1. Проанализируем цепь на рис.1.40. Она представляет собой контур, в котором известны величины ЭДС и сопротивления. Перебирая четыре закона для электрических цепей по методу исключения, приходим к выводу, что следует воспользоваться вторым законом Кирхгофа и определить ток в контуре. Положительное направление тока в контуре выбирается произвольно, например, по часовой стрелке (см. рис.1.40).

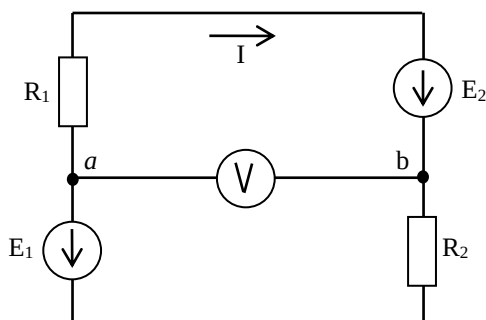


Рис. 1.40

2. Составим уравнение по второму закону Кирхгофа для контура. Направление обхода контура выбирается произвольно, например, по часовой стрелке, тогда получим

$$-E_1 + E_2 = R_1 I + R_2 I.$$

Решим это уравнение относительно тока I

$$I = \frac{-E_1 + E_2}{R_1 + R_2} = \frac{-120 + 40}{15 + 25} = -2 \text{ А.}$$

Знак «минус» у тока означает, что выбранное произвольно его направление противоположно действительному.

3. Определим показание вольтметра или иначе напряжение между точками a и b (см. рис.1.40). Чтобы решить этот вопрос вторично обращаемся к рассмотрению четырех законов для цепей, и по методу исключения снова выбираем второй закон Кирхгофа. Иначе говоря, составим уравнение по второму закону Кирхгофа для любого из контуров цепи на рис.1.40, включающего в себя вольтметр V . При этом учитываем действительное направление тока в цепи, например

$$E_2 = U_V + R_1 I,$$

отсюда показание вольтметра определится

$$U_V = E_2 - R_1 I = 40 - 15 \cdot 2 = 10 \text{ В}.$$

Знак «плюс» у напряжения на вольтметре означает, что точка b имеет более высокий потенциал, т.е. «плюс», а точка a – «минус».

Ответ: $U_V = 10 \text{ В}$.

1.18. Определить ЭДС источника энергии (рис.1.41), если $R_1 = R_4 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 30 \text{ Ом}$; внутреннее сопротивление источника $r_{\text{вн}} = 1,0 \text{ Ом}$, вольтметр показывает 10 В с полярностью, указанной на схеме.

Указание. Внутреннее сопротивление вольтметра велико, поэтому ток через него не учитывать.

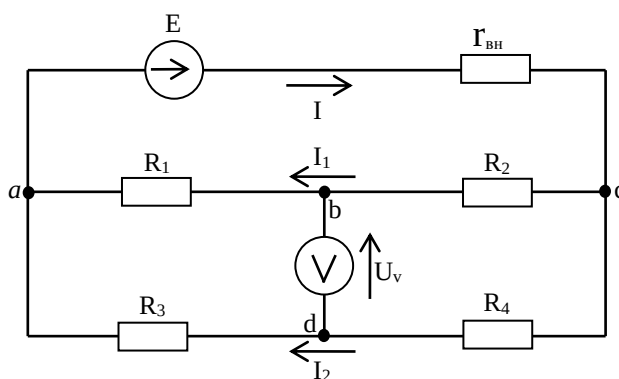


Рис. 1.41

Решение

1. Проанализируем схему на рис.1.41. Поскольку ток через вольтметр не учитывается, то схему следует рассматривать как состоящую из трех ветвей с токами I , I_1 , I_2 . Логика рассмотрения схемы показывает, что из всех законов для цепей следует обратиться ко второму закону Кирхгофа.

2. Составим два уравнения по второму закону Кирхгофа для контуров $a - b - d$ – a и $b - c - d - b$. Направление обхода контуров возьмем по часовой стрелке.

$$-R_1 I_1 - U_V + R_3 I_2 = 0;$$

$$-R_2 I_1 + R_4 I_2 + U_V = 0.$$

В этих двух уравнениях – два неизвестных тока I_1 и I_2 ; решим совместно эти уравнения

$$-20I_1 - 10 + 30I_2 = 0;$$

$$-30I_1 + 20I_2 + 10 = 0.$$

получим $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$.

3. Определим ток источника ЭДС по первому закону Кирхгофа

$$I = I_1 + I_2 = 1 + 1 = 2 \text{ A}.$$

4. Определим ЭДС источника по уравнению второго закона Кирхгофа

$$E = r_{\text{вн}} I + R_2 I_1 + R_1 I_1 = 1 \cdot 2 + 30 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 52 \text{ B}.$$

Ответ: $E = 52 \text{ B}$.

1.19. Определить показание амперметра, включенного между точками c и d (рис.1.42), если $U = 120 \text{ B}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = R_5 = 25 \text{ Ом}$, $R_4 = 50 \text{ Ом}$. Внутреннее сопротивление амперметра весьма мало, поэтому считать его равным нулю, т.е. $r_A = 0$.

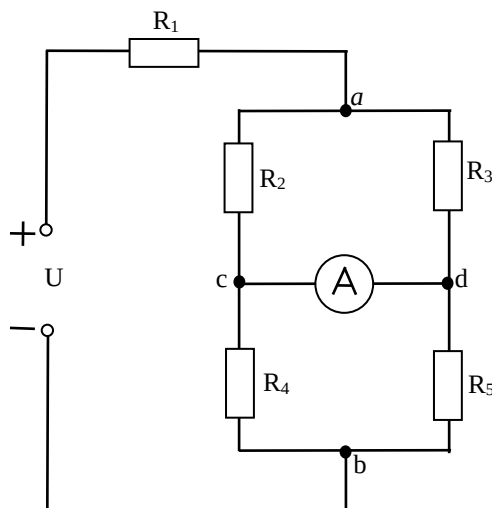


Рис. 1.42

Решение

1. Преобразуем схему на рис.1.42 с учетом того, что сопротивление амперметра равно нулю (рис.1.43). Укажем на схеме рис.1.43 положительные направления токов в ветвях, причем направление тока в ветви cd , где включен амперметр, выбрано произвольно.

2. Определим входное сопротивление цепи на рис.1.43.

$$R_{BX} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = 10 + \frac{25 \cdot 25}{25 + 25} + \frac{50 \cdot 25}{50 + 25} = 39,17 \text{ Ом}.$$

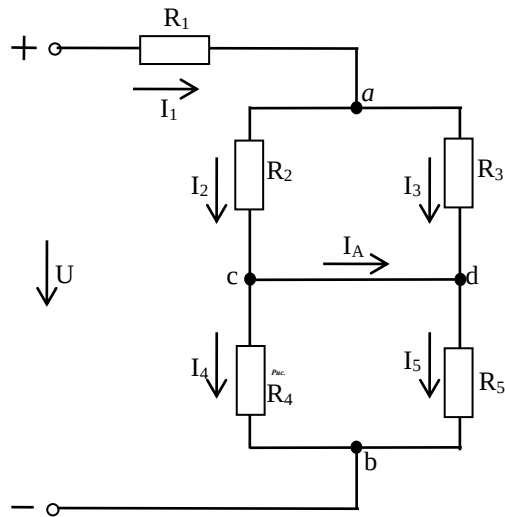


Рис. 1.43

3. Определим ток I_1 в неразветвленной части цепи по закону Ома

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{эк}}} = \frac{120}{39,17} = 3,064 \text{ A}.$$

4. Определим напряжение, приложенное к параллельно соединенным резисторам R_2 и R_3

$$U_{23} = R_{23} \cdot I_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot I_1 = \frac{25 \cdot 25}{25 + 25} \cdot 3,064 = 38,3 \text{ B}.$$

5. Определим напряжение, приложенное к параллельно соединенным резисторам R_4 и R_5

$$U_{45} = R_{45} \cdot I_1 = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} \cdot I_1 = \frac{50 \cdot 25}{50 + 25} \cdot 3,064 = 51,067 \text{ B}.$$

6. Определим ток I_2 в резисторе R_2

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{38,3}{25} = 1,532 \text{ A}.$$

7. Определим ток I_4 в резисторе R_4

$$I_4 = \frac{U_{45}}{R_4} = \frac{51,067}{50} = 1,021 \text{ A}.$$

8. Определим ток в амперметре I_A из уравнения первого закона Кирхгофа для узла c

$$I_2 - I_4 - I_A = 0;$$

Откуда:

$$I_A = I_2 - I_4 = 1,532 - 1,021 = 0,511 \text{ A}.$$

Ответ: $I_A = 0,511 \text{ A}$.

1.20. На какие величины сопротивления и тока следует выбрать реостат с помощью которого можно регулировать напряжение на приемнике с сопротивлением R_H (рис.1.44) в пределах от 40 В до 160 В, если $U = 220$ В, $R_H = 20$ Ом?

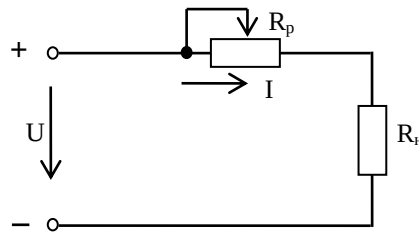


Рис. 1.44

Решение

1. Определим ток в цепи на рис.1.44 при напряжении на приемнике 40 В, когда введено максимальное сопротивление реостата R_p

$$I_{\min} = \frac{U_{\min}}{R_H} = \frac{40}{20} = 2 \text{ A};$$

2. Определим напряжение на реостате

$$U_{Rp} = U - U_{\min} = 220 - 40 = 180 \text{ В};$$

3. Определим максимальное сопротивление реостата R_p

$$R_{p\max} = \frac{U_{Rp}}{I_{\min}} = \frac{180}{2} = 90 \text{ Ом};$$

4. Определим максимальный ток в цепи, на который следует выбрать реостат

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R_H} = \frac{160}{20} = 8 \text{ A}.$$

Ответ: $R_{p\max} = 90 \text{ Ом}$, $I_{\max} = 8 \text{ A}$.

1.21. При полностью введенном реостате R_p вольтметр показывает 100 В. Определить полное сопротивление реостата, если $U = 220$ В, $R_H = 50$ Ом (рис. 1.45).

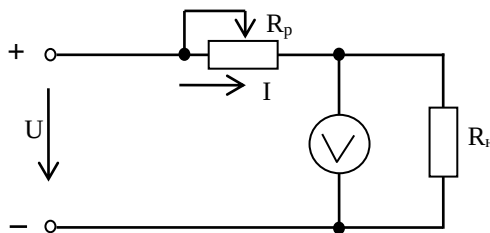


Рис. 1.45

Решение

1. Определим ток в цепи при полностью введенном реостате R_p

$$I = \frac{U_{R_H}}{R_H} = \frac{100}{50} = 2 \text{ A};$$

2. Определим напряжение на полностью введенном реостате согласно второму закону Кирхгофа

$$U_{Rp} = U - U_{R_H} = 220 - 100 = 120 \text{ В};$$

3. Определим полное сопротивление реостата

$$R_{p\max} = \frac{U_{Rp}}{I} = \frac{120}{2} = 60 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{p\max} = 60 \text{ Ом}$.

1.22. Объяснить, на основе анализа, как изменятся показания приборов при перемещении движка реостата R_n вверх (рис.1.46). Токи, протекающие через вольтметры не учитывать.

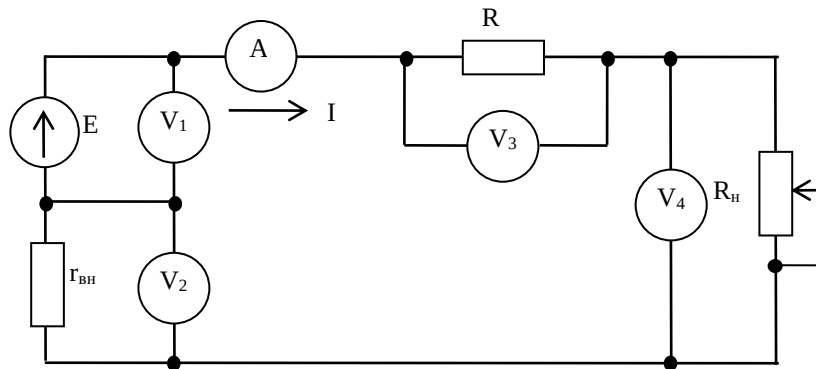


Рис. 1.46

Решение

В этой задаче предлагается не решение, а объяснение, которое будет таким. В схеме на рис. 1.46 к источнику ЭДС с внутренним сопротивлением $r_{вн}$ последовательно присоединены два резистора: R и R_n . При перемещении движка реостата R_n вверх сопротивление его будет уменьшаться. Общее сопротивление цепи тоже уменьшится, а ток I , т.е. показание амперметра увеличится. Показание вольтметра V_1 при этом не изменится, т.к. величина ЭДС E не может измениться. Показания вольтметров V_2 и V_3 увеличатся в соответствии с формулами

$$U_2 = r_{вн} \cdot I \text{ и } U_3 = R \cdot I .$$

Заметим здесь, что измерить напряжение вольтметром на внутреннем сопротивлении $r_{вн}$ источника ЭДС не представляется возможным. В предложенной схеме замещения источника ЭДС это измерение является условным.

Чтобы выяснить, как изменится показание вольтметра V_4 , обратимся ко второму закону Кирхгофа и составим согласно ему уравнение

$$E = r_{вн} \cdot I + R \cdot I + R_n \cdot I ,$$

$$\text{где } R_n \cdot I = U_4 .$$

Решим это уравнение относительно напряжения U_4 , т.е.

$$U_4 = E - r_{вн} \cdot I - R \cdot I .$$

Очевидно, что с ростом тока I напряжение U_4 уменьшается, т.е. показание вольтметра V_4 уменьшается.

Ответ: показание амперметра увеличится; вольтметра V_1 - не изменится; V_2 и V_3 — увеличатся; V_4 — уменьшится.

1.23. Объяснить, на основе анализа, как изменятся токи в ветвях цепи на рис.1.47 при перемещении движка резистора R_3 вниз.

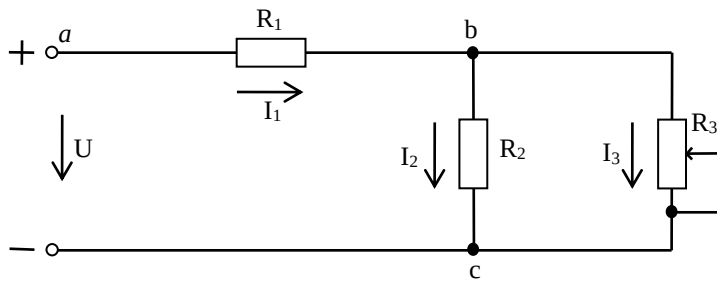


Рис. 1.47

Объяснение

При перемещении движка резистора R_3 вниз его сопротивление увеличивается. Эквивалентное сопротивление параллельно соединенных резисторов R_2 и R_3 тоже увеличивается; входное сопротивление цепи увеличивается. Входной ток цепи I_1 определяется как

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{вх}}} .$$

Напряжение на резисторе R_1 $U_{ab} = R_1 \cdot I_1$ уменьшается, а напряжение U_{bc} , определяемое из уравнения второго закона Кирхгофа $U_{bc} = U - U_{ab}$ -увеличивается.

Следовательно, ток I_2 при неизменной величине сопротивления R_2 тоже увеличится, т.е.

$$I_2 = \frac{U_{bc}}{R_2} .$$

Чтобы определить в какую сторону изменится ток I_3 , составим уравнение по первому закону Кирхгофа для узла b

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 .$$

Решим это уравнение относительно тока I_3

$$I_3 = \check{I}_1 - \hat{I}_2 .$$

Было показано, что ток I_1 уменьшается (см. знак $\checkmark$), а ток I_2 увеличивается (см. знак $\wedge$), следовательно ток I_3 уменьшается.

Ответ: Токи I_1 и I_3 – уменьшаются; ток I_2 - увеличивается.

1.24. Определить мощность энергии, доставляемой источником тока в цепи на рис.1.48, если $J=2\text{ A}$, $I_1=0,5\text{ A}$, $R=10\text{ Ом}$, $E=5\text{ В}$.

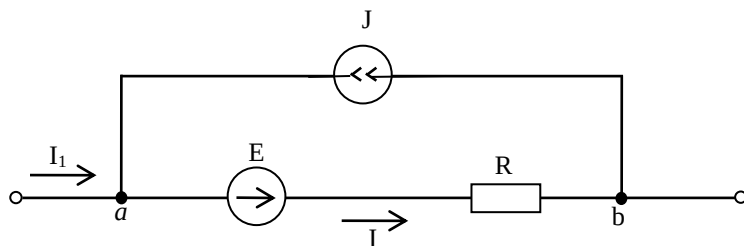


Рис. 1.48

Решение

Для определения мощности энергии, доставляемой в цепь на рис.1.48 источником тока, необходимо знать напряжение U_{ab} на зажимах источника тока. Поэтому рассчитаем его следующим образом.

1. Определим ток I из уравнения первого закона Кирхгофа

$$I = I_1 + J = 0,5 + 2 = 2,5\text{ A}.$$

2. Определим напряжение U_{ab} из уравнения второго закона Кирхгофа

$$E = RI - U_{ab},$$

отсюда: $U_{ab} = RI - E = 10 \cdot 2,5 - 5 = 20\text{ В}.$

3. Определим мощность энергии, доставляемой источником тока

$$P_{um} = U_{ab} \cdot J = 20 \cdot 2 = 40\text{ Вт}.$$

Ответ: $P_{um} = 40\text{ Вт}.$

1.25. Для схемы, представленной на рис.1.49, проанализировать влияние изменения величины сопротивления резистора R_6 на все токи в ветвях ($I_1 \div I_5$), если напряжение источника и остальные сопротивления резисторов неизменны.

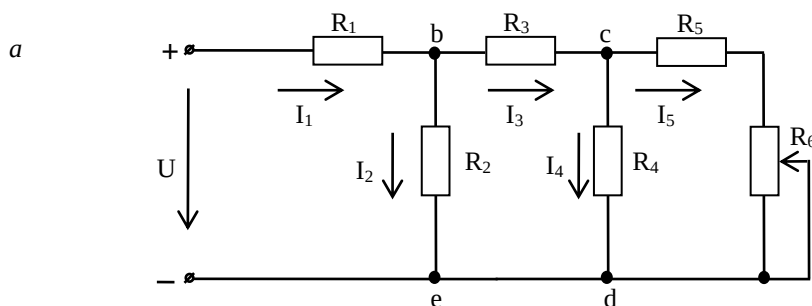


Рис. 1.49

Анализ изменения режима работы цепи на рис.1.49

Пусть движок резистора R_6 переместится вверх, при этом сопротивление его уменьшится. Сопротивление ветви с резисторами R_5 и R_6 тоже уменьшится. Эквивалентное сопротивление двух параллельных ветвей с резисторами R_4 и R_5, R_6 тоже уменьшится. Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что и входное сопротивление всей цепи уменьшится. Согласно закону Ома входной ток I_1 увеличится, т.е.

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{вх}}};$$

Чтобы найти токи в других ветвях, необходимо знать напряжения, приложенные к ним. Например, ток I_1 в резисторе R_2 определится так:

$$I_2 = \frac{U_{be}}{R_2}.$$

В свою очередь напряжение U_{be} определится из решения уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа

$$U_{be} = U - U_{ab},$$

но напряжение U_{ab} увеличилось с ростом тока I_1

$$U_{ab} = R_1 \cdot I_1.$$

Следовательно, напряжение U_{be} и ток I_2 уменьшатся. Сказанное выше представим для наглядности и кратко условной логической схемой следующего вида

$$R_6 \downarrow \rightarrow R_{ax} \downarrow \rightarrow I_1 \uparrow \rightarrow U_{ab} \uparrow \rightarrow U_{be} \downarrow \rightarrow I_2 \downarrow, \text{ т.е.}$$

уменьшение сопротивления R_6 (стрелка вверх) ведет к уменьшению входного сопротивления $R_{вх}$ и т.д.

Ток I_3 находится из уравнения первого закона Кирхгофа для узла b

$$I_3 = I_1 - I_2.$$

Поскольку ток I_1 увеличился, а ток I_2 уменьшился, то ток I_3 увеличится. Увеличится и падение напряжения на резисторе R_3

$$U_{bc} = R_3 \cdot I_3.$$

Определим напряжение U_{cd} на резисторе R_4 из уравнения второго закона Кирхгофа для контура $b - c - d - e - b$, т.е. при обходе контура по часовой стрелке имеем

$$U_{bc} + U_{cd} - U_{be} = 0;$$

отсюда

$$U_{cd} = U_{be} - U_{bc}.$$

Выше было показано, что напряжение U_{be} уменьшилось, а напряжение U_{bc} увеличилось. Поэтому напряжение U_{cd} уменьшится. Уменьшится и ток I_4 в резисторе R_4

$$I_4 = \frac{U_{cd}}{R_4},$$

В какую сторону изменится ток I_5 определим из уравнения первого закона Кирхгофа для узла c

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0,$$

отсюда

$$I_5 = I_3 - I_4.$$

Ток I_3 - увеличился, ток I_4 - уменьшился, поэтому ток I_5 увеличится.

Покажем сказанное выше кратко логической схемой

$$I_2 \downarrow \rightarrow I_3 \uparrow \rightarrow U_{bc} \uparrow \rightarrow U_{cd} \downarrow \rightarrow I_4 \downarrow \rightarrow I_5 \uparrow.$$

Подводя итог анализу изменения режима работы цепи, заметим, что были использованы уже известные инструменты, т. е. законы Ома и Кирхгофа и метод эквивалентного преобразования (метод свертывания цепи).

Ответ:

I_1, I_3, I_5 - увеличатся; I_2, I_4 - уменьшатся.

1.26. Напряжение, приложенное к цепи на рис. 1.50 равно $U=130$ В, а мощность энергии, потребляемой цепью $P=3,25$ кВт. Определить сопротивление R_x , если $R_1=R_3=2$ Ом, $R_2=R_4=8$ Ом, $R_5=5$ Ом.

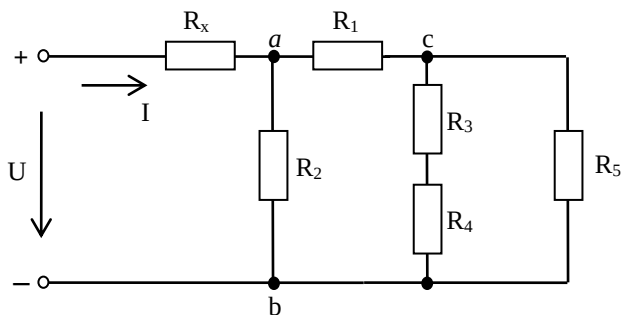


Рис. 1.50

Решение

1. Определим эквивалентное сопротивление цепи относительно точек a и b в следующей последовательности:

$$R_{345} = \frac{(R_3 + R_4) \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{(2 + 8) \cdot 5}{2 + 8 + 5} = 3,33 \text{ Ом};$$

$$R_{1345} = R_1 + R_{345} = 2 + 3,33 = 5,33 \text{ Ом};$$

$$R_{ab} = \frac{R_{1345} \cdot R_2}{R_{1345} + R_2} = \frac{5,33 \cdot 8}{5,33 + 8} = 3,2 \text{ Ом}.$$

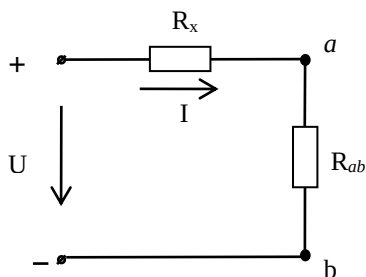


Рис. 1.51

После свертывания цепь приводится к виду, приведенному на рис.1.51.

1. Определим входной ток I из формулы мощности $P = UI$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{3,25 \cdot 10^3}{130} = 25 \text{ А}.$$

2. Определим входное сопротивление цепи

$$R_{\text{вх}} = \frac{U}{I} = \frac{130}{25} = 5,2 \text{ Ом}.$$

3. Определим сопротивление R_x (см. рис.1.51)

$$R_x = R_{\text{вх}} - R_{ab} = 5,2 - 3,2 = 2 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_x = 2 \text{ Ом}.$

1.27. Определить токи I_1 и I_2 в цепи, приведенной на рис. 1.52, если $E = 170\text{В}$, $J = 20\text{А}$, $R_1 = R_4 = 10\text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 5\text{ Ом}$.

Решение

1. Укажем произвольно положительные направления токов I_1 и I_2 .
2. Заменяем источник тока с внутренним сопротивлением R_1 на эквивалентный источник ЭДС E_1 .

$$E_1 = R_1 \cdot J = 10 \cdot 20 = 200\text{ В},$$

получим одноконтурную цепь с током I_2 (рис. 1.53).

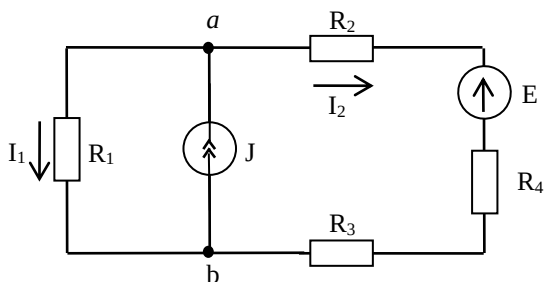


Рис. 1.52

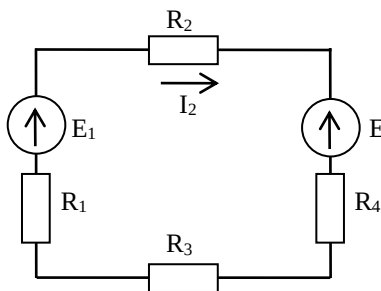


Рис. 1.53

3. Определим ток I_2 из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа при обходе контура по часовой стрелке.

$$E_1 - E = R_1 I_2 + R_2 I_2 + R_3 I_2 + R_4 I_2,$$

откуда:

$$I_2 = \frac{E_1 - E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{200 - 170}{10 + 5 + 5 + 10} = 1\text{ А}.$$

4. Определим ток I_1 из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла a (см. рис. 1.52).

$$J - I_1 - I_2 = 0;$$

откуда:

$$I_1 = J - I_2 = 20 - 1 = 19\text{ А}.$$

Ответ: $I_1 = 19\text{ А}$, $I_2 = 1\text{ А}$.

1.28. Определить токи в ветвях и напряжение источника U , если ток в резисторе R_2 равен $0,2\text{ A}$ и сопротивления всех резисторов одинаковы и равны 100 Ом , рис. 1.54. Составить уравнение баланса мощностей.

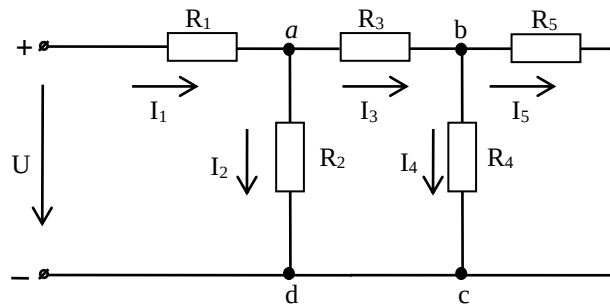


Рис. 1.54

Решение

1. Определим напряжение U_{ad} на резисторе R_2

$$U_{ad} = R_2 I_2 = 100 \cdot 0,2 = 20\text{ В}.$$

2. Определим эквивалентное сопротивление участка цепи с резисторами R_3 , R_4 , R_5 .

$$R_{345} = R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = 100 + \frac{100 \cdot 100}{100 + 100} = 150\text{ Ом}.$$

3. Определим ток I_3 в эквивалентном резисторе R_{345} учитывая, что он включен на напряжение U_{ad} .

$$I_3 = \frac{U_{ad}}{R_{345}} = \frac{20}{150} = 0,133\text{ A}.$$

4. Определим напряжение U_{bc} на резисторе R_4 из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для контура $a-b-c-d-a$.

$$U_{ab} + U_{bc} - U_{ad} = 0,$$

откуда:

$$U_{bc} = U_{ad} - U_{ab} = 20 - R_3 I_3 = 20 - 100 \cdot 0,133 = 6,67\text{ В}.$$

5. Определим токи I_4 и I_5 в резисторах R_4 и R_5 , соединенных параллельно и включенных на напряжение U_{bc} .

$$I_4 = \frac{U_{bc}}{R_4} = \frac{6,67}{100} = 0,0667\text{ A};$$

$$I_5 = \frac{U_{bc}}{R_5} = \frac{6,67}{100} = 0,0667\text{ A}.$$

6. Определим ток I_1 из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла a

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0,2 + 0,133 = 0,333\text{ A}.$$

7. Определим напряжение источника U из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для контура

$$-U + R_1 I_1 + R_2 I_2 = 0,$$

отсюда:

$$U = R_1 I_1 + R_2 I_2 = 100 \cdot 0,333 + 100 \cdot 0,2 = 53,33\text{ В}.$$

8. Составим уравнение баланса мощностей, в котором мощность энергии, отдаваемой источником $P_{отд}$ равна мощности энергии потребления приемниками $P_{номр.}$, т. е. резисторами $R_1 \div R_5$.

$$P_{отд} = U \cdot I_1 = 53,33 \cdot 0,333 = 17,759 \text{ Вт};$$

$$P_{номр} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2 =$$

$$100 \cdot 0,333^2 + 100 \cdot 0,2^2 + 100 \cdot 0,133^2 + 100 \cdot 0,0667^2 +$$

$$+ 100 \cdot 0,0667^2 = 17,747 \text{ Вт}.$$

Погрешность расчета можно определить следующим образом

$$\frac{P_{отд} - P_{номр}}{P_{отд}} \cdot 100\% = \frac{17,759 - 17,747}{17,759} \cdot 100\% = 0,064\%.$$

Погрешность получилась вполне приемлемой.

В заключение заметим, что решение этой задачи и ей подобных основывается, как и прежде, на применении основных законов для электрических цепей: закона Ома и законов Кирхгофа.

Ответ: $I_1 = 0,333 \text{ А}$, $I_3 = 0,133 \text{ А}$, $I_4 = I_5 = 0,0667 \text{ А}$,
 $U = 53,33 \text{ В}$, $P_{отд} = P_{номр} = 17,759 \text{ Вт}$.

1.29. Объяснить на основе анализа, как изменятся показания ваттметров при нагревании катушки из медного провода, сопротивление которой R_K , рис. 1.55.

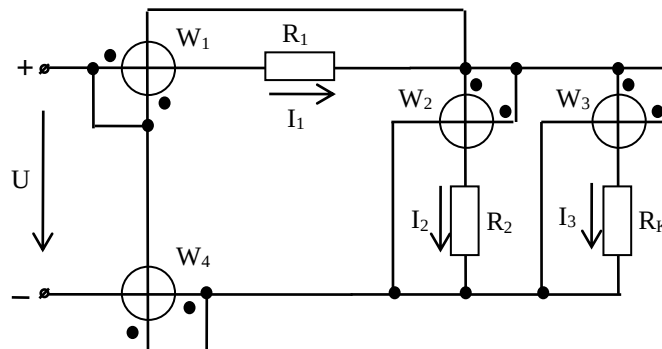


Рис. 1.55

Объяснение

Укажем токи в ветвях и поясним схемы включения ваттметров. Ваттметр W_1 включен для измерения мощности потребления энергии резистором R_1 , второй ваттметр W_2 - мощности потребления энергии резистором R_2 , третий W_3 - катушкой с сопротивлением R_K , четвертый W_4 - мощности потребления энергии всей цепью на рис. 1.55. Точки около выводов ваттметров указывают на начала токовой катушки и катушки напряжения.

При этом известно, что показание ваттметра определяется в данном случае произведением напряжения, приложенного к катушке напряжения и тока, протекающего в токовой катушке, т. е. $P_w = UI$.

При нагревании катушки из медного провода ее сопротивление R_K увеличивается в соответствии с известной формулой

$$R_{K2} = R_{K1} [1 + \alpha(\theta_2 - \theta_1)] ,$$

где θ_1 и θ_2 - соответственно начальная и конечная температуры нагрева катушки.

α - температурный коэффициент, для меди $\alpha = 0,004 \frac{1}{^\circ\text{C}}$

При увеличении сопротивления R_K увеличивается и эквивалентное или иначе входное сопротивление всей цепи.

Согласно закону Ома входной ток I_1 уменьшится, т.е.

$$I_1 = \frac{U}{R_{bx}}.$$

Уменьшится падение напряжения U_1 на резисторе R_1 в соответствии с выражением

$$U_1 = R_1 I_1.$$

Таким образом, показание ваттметра W_1 уменьшится, т. к.

$$P_{w1} = U_1 I_1.$$

Уменьшится и показание ваттметра W_4

$$P_{w4} = U I_1.$$

Поскольку напряжение на резисторе R_1 уменьшилось, то согласно уравнению баланса напряжений, составленному по второму закону Кирхгофа, увеличится на столько же напряжение U_2 на параллельно соединенных резисторе R_2 и катушке R_K . Увеличится и ток I_2 в резисторе R_2 , поэтому показание ваттметра W_2 также увеличится, т.е.

$$P_{w2} = U_2 I_2.$$

Показание ваттметра W_3 можно определить тремя выражениями, имея в виду, что ток I_3 уменьшается согласно уравнению $I_3 = I_1 - I_2$,

$$P'_{w3} = U_2 I_3,$$

здесь напряжение U_2 увеличивается, а ток I_3 уменьшается, т.е. результат не определен.

Далее: $P''_{w3} = R_K I_3^2,$

здесь очевидно, что результат тоже не определен.

Можно найти показание ваттметра W_3 из уравнения баланса мощностей, т. е.

$$P''_{w3} = P_{w4} - P_{w1} - P_{w2},$$

но и здесь имеет место неопределенность, т. к., как было показано выше, P_{w1} и P_{w4} уменьшаются, а P_{w2} - увеличивается.

Таким образом, чтобы ответить на вопрос, как изменится показание ваттметра W_3 , необходимо решать задачу с числовыми данными, а не в общем виде.

Ответ: P_{w1} и P_{w4} - уменьшатся, P_{w2} - увеличится, P_{w3} - не определено.

1.30. В электрическую сеть с напряжением $U = 225\text{ В}$ включено десять ламп накаливания, рис.1.56. Ток в каждой лампе $I_{\text{л}} = 1,1\text{ А}$ и ее сопротивление $R_{\text{л}} = 200\text{ Ом}$. Определить напряжение $U_{\text{л}}$ на лампах, сопротивление подводящих проводов $R_{\text{пр}}$, мощность потребления энергии всеми лампами и мощность потерь энергии в проводах.

Примечание.

Сопротивление подводящих проводов (линии) считать сосредоточенным в виде резистора с сопротивлением $R_{\text{пр}}$ (см. рис. 1.56).

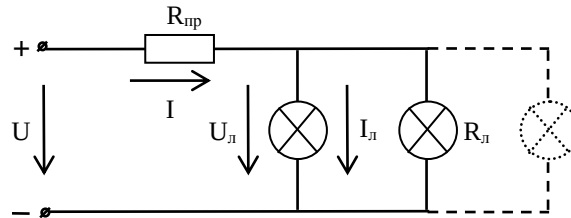


Рис. 1.56

Решение

1. Определим напряжение на параллельно включенных десяти лампах.

$$U_{\text{л}} = R_{\text{л}} I_{\text{л}} = 200 \cdot 1,1 = 220\text{ В}.$$

2. Определим падение напряжения на сопротивлении подводящих проводов из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа:

$$U_{\text{пр}} = U - U_{\text{л}} = 225 - 220 = 5\text{ В}.$$

3. Определим сопротивление $R_{\text{пр}}$ подводящих проводов по закону Ома:

$$R_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{I},$$

где I - ток потребляемый всеми лампами, определяется суммой токов всех ламп, т. е.

$$I = 10 I_{\text{л}} = 10 \cdot 1,1 = 11\text{ А},$$

отсюда

$$R_{\text{пр}} = \frac{5}{11} = 0,455\text{ Ом}.$$

4. Определим мощность потребления энергии десятию лампами накаливания

$$P_{\text{л}} = U_{\text{л}} I = 220 \cdot 11 = 2420\text{ Вт}.$$

5. Определим мощность потерь энергии в проводах

$$P_{\text{пр}} = U_{\text{пр}} I = 5 \cdot 11 = 55\text{ Вт}.$$

Ответ: $U_{\text{л}} = 220\text{ В}$; $R_{\text{пр}} = 0,455\text{ Ом}$;
 $P_{\text{л}} = 2420\text{ Вт}$; $P_{\text{пр}} = 55\text{ Вт}$.

1.31. Ток $I = 121 \text{ A}$ распределяется по трём параллельным ветвям с сопротивлением $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 2,5 \text{ Ом}$, рис 1.57. Определить напряжение U на зажимах параллельных ветвей и токи в ветвях.

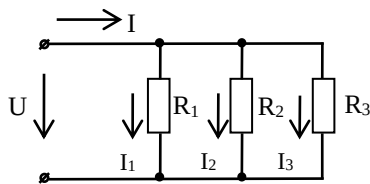


Рис. 1.57

Решение

1. Определим проводимости отдельных ветвей.

$$g_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ См}.$$

2. Определим эквивалентную проводимость цепи как сумму проводимостей трёх параллельных ветвей.

$$g = g_1 + g_2 + g_3 = 0,5 + 0,2 + 0,4 = 1,1 \text{ См}.$$

3. Эквивалентное сопротивление цепи определяется как величина обратная эквивалентной проводимости

$$R = \frac{1}{g} = \frac{1}{1,1} = 0,909 \text{ Ом}.$$

4. Определим напряжение U на зажимах параллельных ветвей.

$$U = R \cdot I = 0,909 \cdot 121 = 110 \text{ В}$$

5. Определим токи в параллельных ветвях.

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{110}{2} = 55 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{110}{5} = 22 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{110}{2,5} = 44 \text{ А}.$$

Ответ: $U = 110 \text{ В}$, $I_1 = 55 \text{ А}$, $I_2 = 22 \text{ А}$, $I_3 = 44 \text{ А}$.

1.32. Электрический двигатель имеет внутреннее сопротивление $r_{\text{вн}} = 0,1 \text{ Ом}$ и развивает встречную ЭДС $E = 115 \text{ В}$ (рис. 1.58). Определить напряжение U на его зажимах при токе $I = 50 \text{ А}$, мощность потребления энергии и мощность потерь на внутреннем сопротивлении двигателя.

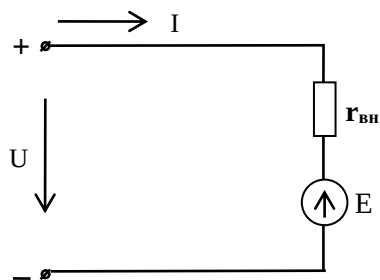


Рис. 1.58

Решение

1. Определим напряжение U на зажимах двигателя из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа

$$-E = r_{\text{вн}} \cdot I - U,$$

отсюда

$$U = r_{\text{вн}} \cdot I + E = 0,1 \cdot 50 + 115 = 120 \text{ В}.$$

2. Определим мощность потребления энергии двигателем.

$$P_{\text{потр}} = UI = 120 \cdot 50 = 6000 \text{ Вт} = 6 \text{ кВт}.$$

3. Определим мощность потерь энергии на внутреннем сопротивлении двигателя, идущую на его нагревание

$$\Delta p_{\text{э}} = r_{\text{вн}} I^2 = 0,1 \cdot 50^2 = 250 \text{ Вт}.$$

Ответ: $U = 120 \text{ В}$; $P_{\text{потр}} = 6 \text{ кВт}$; $\Delta p_{\text{э}} = 250 \text{ Вт}$.

1.33. Определить ток I_3 и потенциал точки d- φ_d , если потенциал $\varphi_c = 0$ и $E = 5 \text{ В}$, $I_1 = 5 \text{ А}$, $I_2 = -2 \text{ А}$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$. Направления токов в схеме указаны на рис. 1.59.

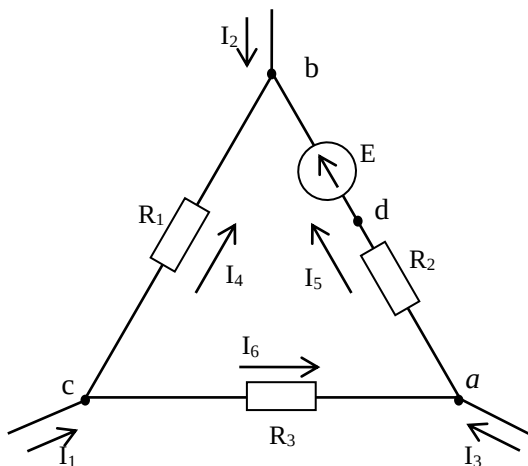


Рис. 1.59

Решение

1. Считая треугольник abc узлом электрической цепи, определим ток I_3 из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа

$$I_1 + (-I_2) + I_3 = 0,$$

отсюда:

$$I_3 = I_2 - I_1 = 2 - 5 = -3 \text{ A}.$$

Знак «минус» у тока I_2 в первом уравнении соответствует заданному значению в условии задачи и его направлению на схеме рис. 1.59.

2. Чтобы определить потенциал точки d необходимо знать токи в ветвях ab , bc и ca . Поэтому рассчитаем токи I_4, I_5, I_6 , предварительно указав произвольно их положительное направление (см. рис. 1.59).

Для расчета токов составим систему уравнений по законам Кирхгофа. Для расчета трех неизвестных токов следует составить три уравнения. По первому закону Кирхгофа составим два независимых уравнения для двух узлов из трех:

$$\text{для узла } c: \quad I_1 - I_4 - I_6 = 0, \quad (1)$$

$$\text{для узла } b: \quad -I_2 + I_4 + I_5 = 0. \quad (2)$$

Недостающее третье уравнение составим по второму закону Кирхгофа для контура $c-b-a-c$.

Направление обхода контура выбираем произвольно – по часовой стрелке.

$$R_1 I_4 - R_2 I_5 - R_3 I_6 = -E. \quad (3)$$

Решим совместно уравнения (1) – (3).

Из уравнения (1) найдем $I_6 = I_1 - I_4 = 5 - I_4$;

из уравнения (2) найдем $I_5 = I_2 - I_4 = 2 - I_4$.

Подставим полученные выражения для токов I_5 и I_6 в уравнение (3):

$$3I_4 - 4(2 - I_4) - 3(5 - I_4) = -5,$$

отсюда найдем ток $I_4 = 1,8 \text{ A}$.

Из уравнения (1) находим $I_6 = I_1 - I_4 = 5 - 1,8 = 3,2 \text{ A}$.

Из уравнения (2) находим $I_5 = I_2 - I_4 = 2 - 1,8 = 0,2 \text{ A}$.

При расчете токи I_4, I_5 и I_6 получились со знаком «плюс».

Это означает, что выбранные произвольно в п. 2 положительные их направления совпали с действительными.

3. Определим потенциал точки d , имея в виду, что по условию задачи $\varphi_c = 0$.

Переходя от точки c к точке b , найдем потенциал φ_b .

$$\varphi_b = \varphi_c - R_1 I_4 = 0 - 3 \cdot 1,8 = -5,4 \text{ В}.$$

Знак «минус» у слагаемого уравнения $R_1 I_4$ взят потому, что ток I_4 течет от более высокого потенциала точки c к более низкому потенциалу точки b , т. е. имеет место уменьшение потенциала на величину падения напряжения $R_1 I_4$.

Потенциал точки d

$$\varphi_d = \varphi_b - E = -5,4 - 5 = -10,4 \text{ В}.$$

4. Проверим правильность расчета токов определением потенциалов точек *a* и *c*. При этом согласно второму закону Кирхгофа изменение потенциала в контуре должно быть равно нулю.

Потенциал точки *a*

$$\varphi_a = \varphi_d + R_2 I_5 = -10,4 + 4 \cdot 0,2 = -9,6 \text{ В.}$$

Потенциал точки *c* должен быть равен нулю

$$\varphi_c = \varphi_a + R_3 I_6 = -9,6 - 3 \cdot 3,2 = 0.$$

Таким образом, расчет потенциалов показал, что токи соответствуют действительным.

Ответ: $I_3 = -3 \text{ А}$; $\varphi_d = -10,4 \text{ В}$.

1.34. Определить показания вольтметра и амперметра. Рассчитать и построить потенциальную диаграмму для контура *a-b-c-d-a*, если: $E = 16 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, $R_4 = 15 \text{ Ом}$, $R_5 = 6 \text{ Ом}$ (рис. 1.60).

Внутреннее сопротивление вольтметра велико и ток через него не учитывать.

Внутреннее сопротивление амперметра весьма мало, поэтому считать его равным нулю.

Решение

Проанализируем схему цепи на рис. 1.60. Произвольно укажем стрелками положительные направления токов во всех ветвях (см. рис. 1.60). Применим эквивалентное преобразование треугольника резисторов *aed* в звезду с целью упрощения структуры цепи и последующего ее расчета. Схема после преобразования получит вид, приведенный на рис. 1.61. Заметим здесь, что это не единственный путь решения задачи. Можно применить метод непосредственного применения законов Кирхгофа, т. е. составить по известному правилу систему уравнений относительно токов и решить ее.

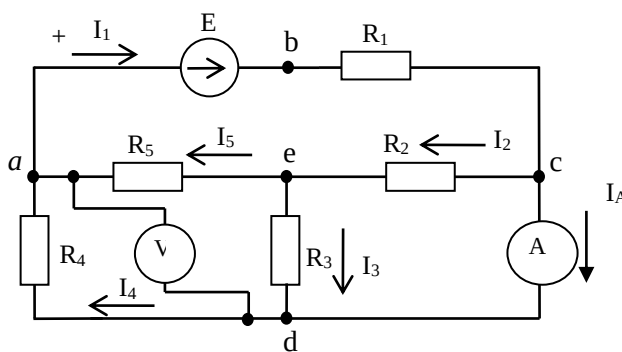


Рис. 1.60

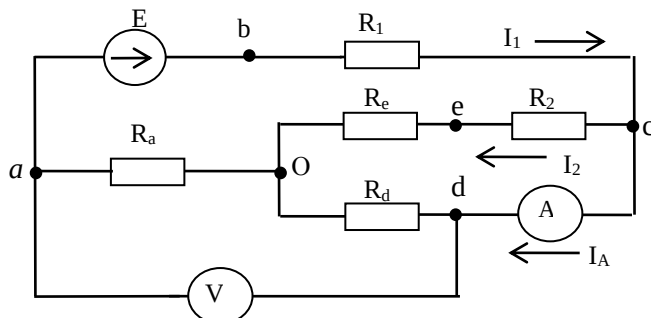


Рис. 1.61

1. Определим сопротивления эквивалентной звезды (см.рис. 1.61).

$$R_a = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{15 \cdot 6}{14 + 15 + 6} = \frac{90}{35} = 2,57 \text{ Ом};$$

$$R_e = \frac{R_5 \cdot R_3}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{6 \cdot 14}{14 + 15 + 6} = \frac{84}{35} = 2,40 \text{ Ом};$$

$$R_d = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{14 \cdot 15}{14 + 15 + 6} = \frac{210}{35} = 6,00 \text{ Ом}.$$

2. Определим эквивалентное сопротивление между узлами *o* и *c*.

$$R_{oc} = \frac{(R_e + R_2) \cdot R_d}{R_e + R_2 + R_d} = \frac{(2,4 + 6) \cdot 6}{2,4 + 6 + 6} = 3,5 \text{ Ом}.$$

3. Определим входное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС.

$$R_{\text{вх}} = R_1 + R_a + R_{oc} = 2 + 2,57 + 3,5 = 8,07 \text{ Ом}.$$

4. Определим ток I_1 в источнике ЭДС.

$$I_1 = \frac{E}{R_{\text{вх}}} = \frac{16}{8,07} = 1,983 \text{ А}.$$

5. Определим напряжение между узлами *o* и *c*.

$$U_{oc} = R_{oc} \cdot I_1 = 3,5 \cdot 1,983 = 6,94 \text{ В}.$$

6. Определим ток I_2

$$I_2 = \frac{U_{oc}}{R_e + R_2} = \frac{6,94}{2,4 + 6} = 0,826 \text{ А}.$$

7. Определим показание амперметра

$$I_A = \frac{U_{oc}}{R_d} = \frac{6,94}{6} = 1,157 \text{ А}.$$

8. Определим показание вольтметра, т. е. напряжение между точками *d* и *a*. Составим уравнение по второму закону Кирхгофа

$$U_{da} - R_a \cdot I_1 - R_d \cdot I_A = 0,$$

отсюда:

$$U_v = U_{da} = R_a I_1 + R_d \cdot I_A = 2,57 \cdot 1,983 + 6 \cdot 1,157 = 12,037 \text{ В}.$$

9. Определим ток I_4 в резисторе R_4 (см. рис. 1.60).

$$I_4 = \frac{U_{da}}{R_4} = \frac{12,037}{15} = 0,802 \text{ A}.$$

10. Определим ток I_5 в резисторе R_5 (см. рис. 1.60) из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла a

$$-I_1 + I_4 + I_5 = 0,$$

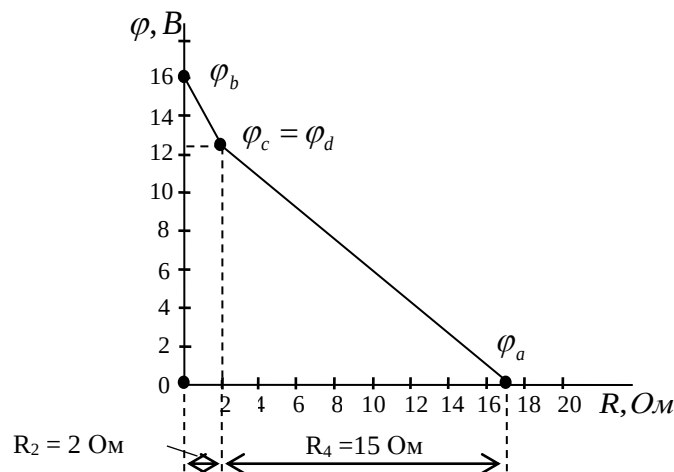


Рис. 1.62

отсюда :

$$I_5 = I_1 - I_4 = 1,983 - 0,802 = 1,181 \text{ A}.$$

11. Определим ток I_3 в резисторе R_3 (см. рис. 1.60) из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла e

$$I_2 - I_3 - I_5 = 0,$$

отсюда:

$$I_3 = I_2 - I_5 = 0,826 - 1,181 = -0,355 \text{ A}.$$

Знак «минус» у тока I_3 означает, что действительное его направление противоположно принятому произвольно выше.

12. Рассчитаем потенциальную диаграмму для контура $a-b-c-d-a$ и тем самым проверим правильность расчета токов в ветвях цепи на рис. 1.60.

Произвольно примем потенциал любой точки цепи равным нулю, например, точка a , т. е. $\varphi_a = 0$. При расчете потенциалов будем переходить от точки a к точке b и т. д.

$$\varphi_a = 0, \quad \varphi_b = \varphi_a + E = 0 + 16 = 16 \text{ В}.$$

Знак «плюс» у ЭДС E принят потому, что при переходе от точки a к точке b , потенциал последней увеличивается от «минуса» к «плюсу» на величину $E = 16 \text{ В}$ (см. рис. 1.60).

$$\varphi_c = \varphi_b - R_1 \cdot I_1 = 16 - 2 \cdot 1,983 = 12,034 \text{ В},$$

$\varphi_d = \varphi_c = 12,034 \text{ В}$, т. к. внутреннее сопротивление амперметра равно нулю.

$$\varphi_a = \varphi_d - R_4 \cdot I_4 = 12,034 - 15 \cdot 0,802 = 12,034 - 12,03 \approx 0,$$

т.е. расчет токов выполнен правильно и изменение потенциала в контуре равно нулю.

13. Построим потенциальную диаграмму для заданного контура по результатам расчета, рис. 1.62. По оси абсцисс откладываем в масштабе сопротивления резисторов в омах, по оси ординат – потенциалы в вольтах.

Ответ : $U_v = 12,037 \text{ В}$, $I_A = 1,157 \text{ А}$.

1.35. Определить токи в ветвях и показание вольтметра. Составить баланс мощностей, если $J = 10 \text{ мА}$, $R_1 = 20 \text{ кОм}$, $R_2 = 12 \text{ кОм}$, $R_3 = 10 \text{ кОм}$, $R_4 = 20 \text{ кОм}$, $R_5 = 9 \text{ кОм}$, $R_6 = 7 \text{ кОм}$, рис. 1.63.

Решение

1. Определим эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника тока. Обозначим узлы буквами и укажем произвольно стрелками положительные направления токов в ветвях. Заменяем один из треугольников резисторов, например, треугольник abc на эквивалентную звезду, получим схему на рис. 1.64.

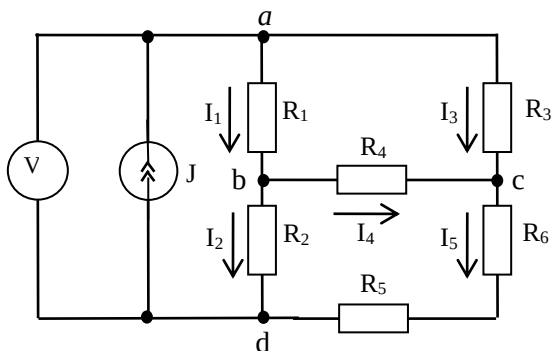


Рис. 1.63

1.1. Определим эквивалентные сопротивления звезды R_a, R_b, R_c , рис. 1.64.

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10 + 20} = 4,0 \text{ кОм};$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 10 + 20} = 8,0 \text{ кОм};$$

$$R_c = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 20}{20 + 10 + 20} = 4,0 \text{ кОм}.$$

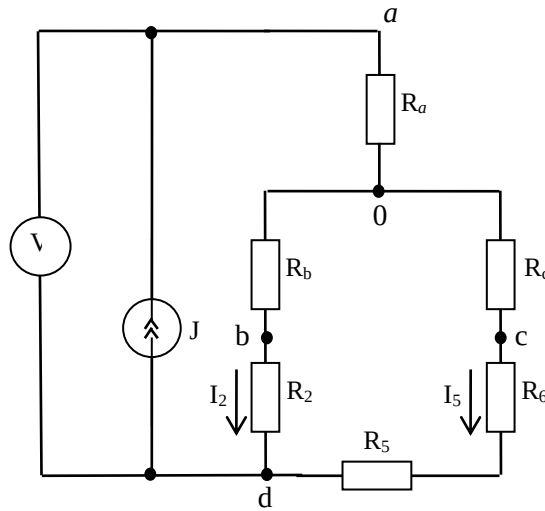


Рис. 1.64

1.2. Определим эквивалентное сопротивление между узлами o и d (см.рис 1.64.)

$$R_{od} = \frac{(R_b + R_2)(R_c + R_6 + R_5)}{R_b + R_2 + R_c + R_6 + R_5} = \frac{(8+12)(4+7+9)}{8+12+4+7+9} = 10 \text{ кОм}.$$

1.3. Эквивалентное сопротивление всей цепи:

$$R_{\Sigma} = R_a + R_{od} = 4 + 10 = 14 \text{ кОм}.$$

2. Определим показание вольтметра и, соответственно, напряжение на входных зажимах цепи, по эквивалентному резистору которой течет ток J , рис. 1.65.

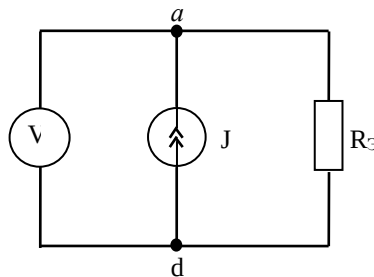


Рис. 1.65

$$U_v = U_{ad} = R_{\Sigma} J = 14 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 140 \text{ В}.$$

3. Определим напряжение между узлами o и d (см рис. 1.64.) ,

$$U_{od} = R_{od} \cdot J = 10 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 100 \text{ В}.$$

4. Определим токи I_2 и I_5 (см. рис. 1.64.) ,

$$I_2 = \frac{U_{od}}{R_b + R_2} = \frac{100}{(8+12) \cdot 10^3} = 0,005 \text{ А} = 5 \text{ мА} ;$$

$$I_5 = \frac{U_{od}}{R_c + R_5 + R_6} = \frac{100}{(4+9+7) \cdot 10^3} = 0,005 \text{ А} = 5 \text{ мА}.$$

5. Определим ток в резисторе $R_4 - I_4$ из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для контура $b-c-d-b$ (см.рис. 1.63.) ,

$$R_2 I_2 - (R_5 + R_6) \cdot I_5 - R_4 \cdot I_4 = 0 ,$$

отсюда:

$$I_4 = \frac{R_2 I_2 - (R_5 + R_6) \cdot I_5}{R_4} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} - (9 + 7) \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^3} = -0,001 \text{ A} = -1 \text{ mA} .$$

Знак «минус» у тока I_4 означает, что выбранное произвольно в п. 1 направление тока I_4 противоположно действительному и направленному от узла c к узлу b .

6. Определим ток I_1 из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла b (см рис.1.63.) ,

$$I_1 + I_4 - I_2 = 0 ,$$

отсюда:

$$I_1 = I_2 - I_4 = 5 - 1 = 4 \text{ mA}$$

7. Определим ток I_3 из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла c

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0 ,$$

отсюда

$$I_3 = I_4 + I_5 = 1 + 5 = 6 \text{ mA} .$$

8. Составим уравнение баланса мощностей: мощность энергии, доставляемая источником тока J

$$P_{\text{досм}} = U_{\text{ад}} \cdot J = 140 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1,4 \text{ Вт},$$

мощность энергии, потребляемой всеми резисторами цепи

$$\begin{aligned} P_{\text{номр}} &= R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + (R_5 + R_6) \cdot I_5^2 = \\ &= 20 \cdot 10^3 \cdot (4 \cdot 10^{-3})^2 + 12 \cdot 10^3 \cdot (5 \cdot 10^{-3})^2 + 10 \cdot 10^3 \cdot (6 \cdot 10^{-3})^2 + \\ &+ 20 \cdot 10^3 \cdot (1 \cdot 10^{-3})^2 + (9 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^3) \cdot (5 \cdot 10^{-3})^2 = 1,4 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Ответ: $I_1 = 4 \text{ mA}$, $I_2 = 5 \text{ mA}$, $I_3 = 6 \text{ mA}$, $I_4 = -1 \text{ mA}$, $I_5 = 5 \text{ mA}$, $U_V = 140 \text{ В}$, $P_{\text{досм}} = P_{\text{номр}} = 1,4 \text{ Вт}$.

1.36. Два генератора постоянного тока с одинаковыми ЭДС $E = 240 \text{ В}$, но с разными внутренними сопротивлениями $r_{\text{ВГ1}} = 0,2 \text{ Ом}$ и $r_{\text{ВГ2}} = 0,3 \text{ Ом}$, работают параллельно на общую сеть и отдают совместно ток $I = 100 \text{ А}$. Определить напряжение сети U , токи генераторов и мощности энергии, отдаваемые каждым генератором. Составить баланс мощностей.

Решение

1. В условии задачи расчетная схема не представлена, поэтому в таких случаях следует прежде всего составить схему, которая поможет выполнить расчеты. В данном случае схема будет иметь следующий вид, рис. 1.66.

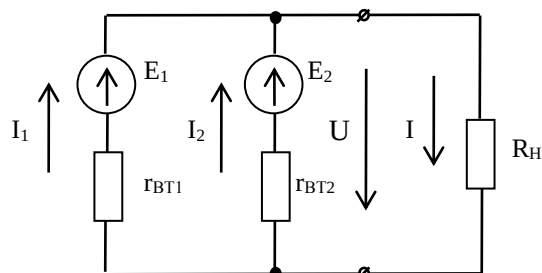


Рис. 1.66.

2. Рассмотрим схему на рис. 1.66. Неизвестными в ней являются три величины: токи I_1 и I_2 , напряжение U на приемнике. Для расчета применим основной метод – метод непосредственного применения законов Кирхгофа. Для определения трех неизвестных составим соответственно три уравнения по законам Кирхгофа, следуя правилу. При двух узлах в схеме рис. 1.66 – одно уравнение по первому закону и недостающие два – по второму закону для независимых контуров. Итак, имеем систему из трех уравнений:

$$I_1 + I_2 = I; \quad (1)$$

$$r_{BT1}I_1 + R_H I = E_1; \quad (2)$$

$$r_{BT2}I_2 + R_H I = E_2. \quad (3)$$

3. Решим совместно систему уравнений (1) - (3). Вычтем (3) из (2), получим

$$r_{BT1}I_1 - r_{BT2}I_2 = E_1 - E_2 \text{ . или } 0,2I_1 - 0,3I_2 = 240 - 240 = 0. \quad (4)$$

Из (4) находим

$$I_1 = 1,5I_2; \quad (5)$$

Подставим соотношение (5) в (1) и найдем ток I_2

$$1,5I_2 + I_2 = 100 \text{ A} ,$$

отсюда:

$$I_2 = \frac{100}{2,5} = 40 \text{ A} ,$$

Ток I_1 найдется из (1) $I_1 = I - I_2 = 100 - 40 = 60 \text{ A} .$

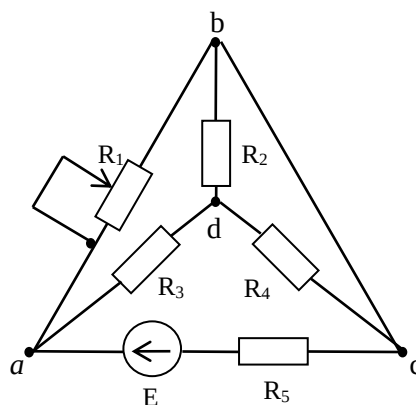


Рис. 1.67.

Определим напряжение на приемнике U из (2)

$$r_{BT1}I_1 + R_H I = E_1 ,$$

отсюда:

$$R_H I = U = E_1 - r_{BT1}I_1 = 240 - 0,2 \cdot 60 = 228 \text{ B.}$$

4. Составим баланс мощностей. Мощности энергии, отдаваемой каждым генератором:

$$P_1 = UI_1 = 228 \cdot 60 = 13680 \text{ Вт} = 13,68 \text{ кВт},$$

$$P_2 = UI_2 = 228 \cdot 40 = 9120 \text{ Вт} = 9,12 \text{ кВт}.$$

Мощность энергии, потребляемой приемником с сопротивлением R_H

$$P_{\text{потр}} = UI = 228 \cdot 100 = 22800 \text{ Вт} = 22,8 \text{ кВт}$$

Мощность энергии, отдаваемой двумя генераторами

$$P_{\text{отд}} = P_1 + P_2 = 13,68 + 9,12 = 22,8 \text{ кВт},$$

т.е. получился баланс мощностей $P_{\text{отд}} = P_{\text{потр}}$.

Ответ: $U = 228 \text{ В}$, $I_1 = 60 \text{ А}$, $I_2 = 40 \text{ А}$, $P_1 = 13,68 \text{ кВт}$,

$$P_2 = 9,12 \text{ кВт}, P_{\text{отд}} = P_{\text{потр}} = 22,8 \text{ кВт}.$$

1.37. Проанализировать влияние изменения сопротивления резистора R_1 на токи всех ветвей цепи на рис. 1.67.

Анализ

1. Схема на рис. 1.67 представлена так, что анализировать её практически невозможно. Поэтому обозначим все узлы буквами и представим схему цепи в виде удобном и понятном для анализа, рис.1.68. Укажем стрелками направления всех токов.

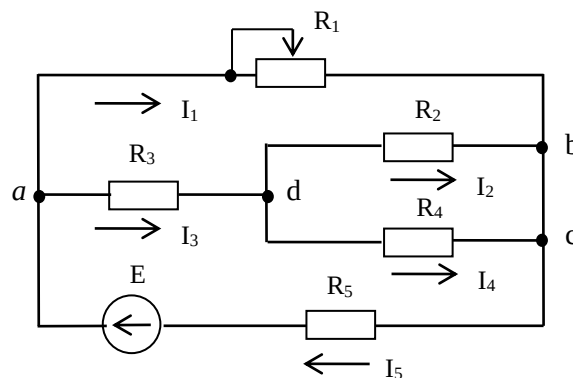


Рис. 1.68.

2. При перемещении движка резистора R_1 влево, его сопротивление увеличится. При этом увеличится и сопротивление всей цепи по отношению к зажимам источника ЭДС E . Ток в источнике I_5 уменьшится. Напряжения $U_{ab} = U_{ac}$ увеличатся согласно уравнению, составленному по второму закону Кирхгофа.

$$U_{ab} = U_{ac} = E - R_5 I_5.$$

3. При неизменных сопротивлениях резисторов R_2 , R_3 и R_4 токи в них I_2 , I_3 и I_4 при возросших напряжениях U_{ad} , $U_{db} = U_{dc}$ увеличатся.

4. Составим уравнение по первому закону Кирхгофа для узла a и определим из него изменение тока I_1 .

$$I_5 - I_3 - I_1 = 0,$$

отсюда:

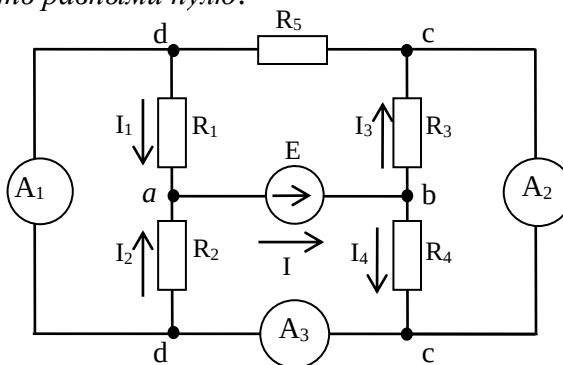
$$I_1 = I_5 - I_3.$$

Поскольку ток I_5 уменьшился, а ток I_3 увеличился, то ток I_1 уменьшится.

Ответ: I_1 – уменьшится; I_2 , I_3 , I_4 – увеличатся; I_5 – уменьшится.

1.38. Схема электрической цепи приведена на рис.1.69. Амперметр A_3 показывает 12 мА. Определить показания амперметров A_1 и A_2 , если параметры элементов цепи: $R_1 = 3 \text{ кОм}$, $R_2 = R_3 = 6 \text{ кОм}$, $R_4 = R_5 = 1 \text{ кОм}$.

Указание: сопротивление амперметров считать равными нулю.



Решение

Рис. 1.69.

1. Обозначим все узлы на схеме цепи рис.1.69 буквами, укажем стрелками направления токов в ветвях.

2. Представим схему цепи в виде удобном для анализа и расчета, рис.1.70.

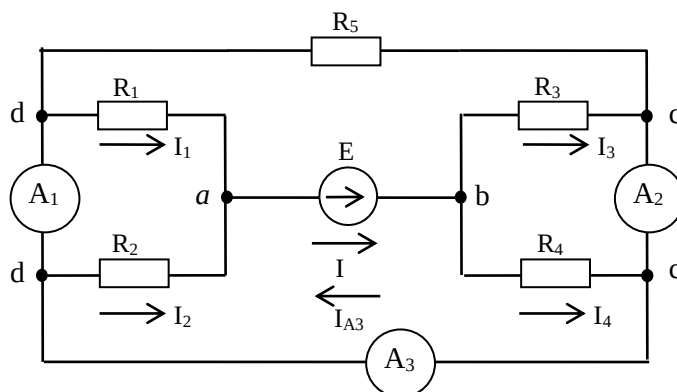


Рис. 1.70.

3. Из рассмотрения схемы на рис. 1.70 видно, что резистор R_5 закорочен (замкнут накоротко) амперметром A_3 в точках d и c и по нему ток не течет. В таком случае показание амперметра A_1 будет равно току I_1 в резисторе R_1 , а показание амперметра A_2 - току I_3 в резисторе R_3 .

4. Определим эквивалентное сопротивление R_{12}

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ кОм.}$$

5. Определим напряжение U_{da}

$$U_{da} = R_{12} \cdot I_{A3} = 2 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 24 \text{ В.}$$

6. Определим показание амперметра A_1

$$I_1 = I_{A1} = \frac{U_{da}}{R_1} = \frac{24}{3 \cdot 10^3} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 8 \text{ мА.}$$

7. Определим эквивалентное сопротивление R_{34}

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{6 \cdot 1}{6 + 1} = 0,85714 \cdot 10^3 \text{ Ом} = 857,14 \text{ Ом.}$$

8. Определим напряжение U_{bc}

$$U_{bc} = R_{34} \cdot I_{A3} = 0,85714 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 10,286 \text{ В.}$$

9. Определим показание амперметра A_2

$$I_3 = I_{A2} = \frac{U_{bc}}{R_3} = \frac{10,286}{6 \cdot 10^3} = 1,714 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 1,714 \text{ мА.}$$

Ответ: $I_{A1} = 8 \text{ мА}$; $I_{A2} = 1,714 \text{ мА}$.

1.39. Проанализировать влияние изменения ЭДС E_2 на токи ветвей для случая, когда $|E_1| > |E_2|$ для исходного состояния цепи; проанализировать влияние изменения сопротивления резистора R_5 на токи ветвей схемы цепи на рис. 1.71.

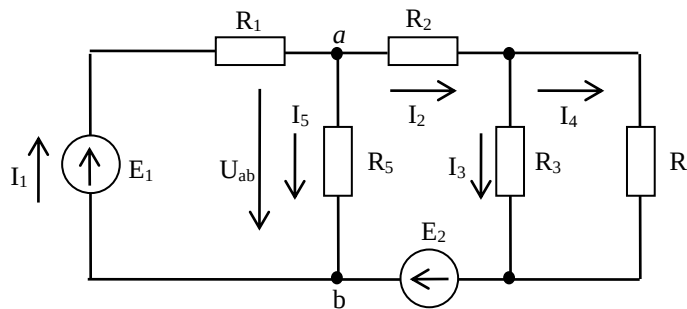


Рис. 1.71.

Анализ

1. Укажем стрелками произвольно положительные направления токов во всех ветвях. Обозначим буквами узловые точки цепи.

2. Из рассмотрения схемы цепи на рис. 1.71. можно заметить, что она представляет собой схему с двумя узлами a и b по отношению к трём параллельным ветвям. Причём одна из параллельных ветвей включает в себя источник ЭДС E_2 и смешанное соединение резисторов R_2, R_3, R_4 .

3. Для анализа электрического состояния таких цепей и цепей, приводящихся к ним, наиболее подходящим является метод двух узлов. Согласно этому методу можно определить узловое напряжение U_{ab} , положительное направление которого на рис. 1.71. выбрано произвольно. При этом считается, что сопротивления всех резисторов заданы.

$$U_{ab} = \frac{g_1 E_1 - g_{234} E_2}{g_1 + g_5 + g_{234}}, \quad (1)$$

где $g_{234} = \frac{1}{R_2 + R_{34}}$ - проводимость ветви с источником ЭДС E_2 ;

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4};$$

Знак “минус” у слагаемого $g_{234} \cdot E_2$ принят потому, что ЭДС E_2 направлена по отношению к узлу a в обратном направлении в сравнении с направлением ЭДС E_1 , т.е. ЭДС E_1 направлена к узлу a , а ЭДС E_2 - от узла a .

4. Если уменьшить величину ЭДС E_2 , то как показывает формула (1), узловое напряжение U_{ab} увеличится. При этом из уравнения составленного по второму закону Кирхгофа находим изменение тока I_1 .

$$E_1 = R_1 I_1 + U_{ab},$$

отсюда

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} - \text{уменьшится.}$$

Поскольку напряжение U_{ab} на резисторе R_5 увеличилось, то ток в нём тоже увеличится.

$$I_5 = \frac{U_{ab}}{R_5}.$$

5. Составим уравнение по первому закону Кирхгофа для узла a ; из него найдём изменение тока I_2 и соответственно токов I_3 и I_4 .

$$I_1 - I_5 - I_2 = 0,$$

Отсюда

$$I_2 = I_1 - I_5,$$

т.е. очевидно, что ток I_2 уменьшится, при этом токи I_3 и I_4 тоже уменьшатся.

Рассуждая аналогично можно установить электрическое состояние цепи при изменении других параметров, например ЭДС E_1 , сопротивлений резисторов.

6. Если увеличить сопротивление резистора R_5 при неизменных остальных параметрах цепи, то проводимость g_5 уменьшится, т.к.

$$g_5 = \frac{1}{R_5}.$$

Обратимся к формуле (1). Из неё следует, что узловое напряжение U_{ab} увеличится. Анализ показывает, что токи I_1 , I_5 - уменьшатся, а токи I_2 , I_3 , I_4 - увеличатся.

Ответ: при уменьшении ЭДС E_2 токи I_1 , I_2 , I_3 , I_4 - уменьшатся, а ток I_5 - увеличится; при увеличении сопротивления R_5 токи I_1 и I_5 - уменьшатся, а токи I_2 , I_3 , I_4 - увеличатся.

1.40. Определить при какой величине ЭДС E_2 ток в резисторе R_3 будет равен нулю, если $E_1=16\text{ В}$, $E_2=12\text{ В}$, $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=3\text{ Ом}$, $R_3=4\text{ Ом}$ (рис.1.72).

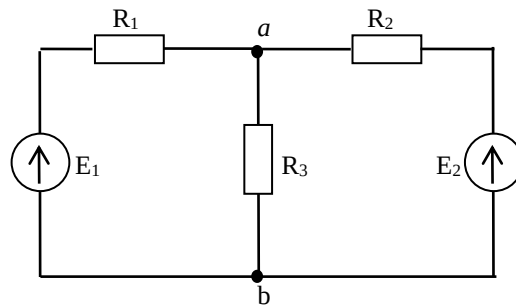


Рис. 1.72.

Решение

Ток в резисторе R_3 будет равен нулю при напряжении U_{ab} равном нулю. Поэтому применим метод двух узлов для определения узлового напряжения U_{ab} , которое должно быть равно нулю, т.е.

$$U_{ab} = \frac{g_1 \cdot E_1 + g_2 \cdot E_2}{g_1 + g_2 + g_3} = 0,$$

при этом числитель должен быть равен нулю

$$g_1 E_1 + g_2 E_2 = 0,$$

отсюда:

$$E_2 = -\frac{g_1}{g_2} \cdot E_1 = -\frac{0,5}{0,333} \cdot 16 = -24\text{ В}.$$

Знак «минус» означает, что направление ЭДС E_2 должно иметь направление, противоположное показанному на рис.1.72.

Ответ: $E_2 = -24\text{ В}$

1.41 Определить токи во всех ветвях, составить баланс мощностей для цепи на рис.1.73, если $J = 2\text{ А}$, $E_3 = 13\text{ В}$, $E_4 = 10\text{ В}$, $R_1 = 5\text{ Ом}$, $R_2 = 4\text{ Ом}$, $R_3 = 3\text{ Ом}$, $R_4 = 5\text{ Ом}$, $R_5 = 3\text{ Ом}$.

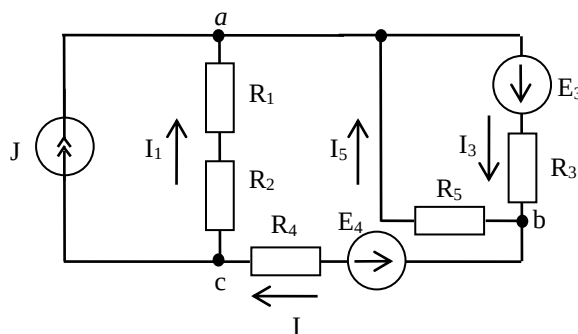


Рис. 1.73.

Решение

1. Выполним эквивалентную замену источника тока источником ЭДС для упрощения расчета. При этом сопротивления резисторов R_1 и R_2 примем в качестве составляющих внутреннего сопротивления источника тока, т.е.

$$R_1 + R_2 = R_{12}.$$

Схема на рис. 1.73 преобразуется в схему на рис. 1.74, где E равно:

$$E = JR_{12} = 2 \cdot (5 + 4) = 18 \text{ В}.$$

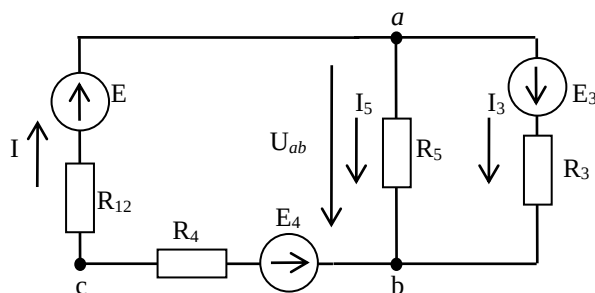


Рис. 1.74.

2. Из рассмотрения схемы на рис. 1.74 можно заметить, что она представляет собой схему с двумя узлами a и b , к которым присоединены три параллельные ветви. Поэтому применим метод двух узлов и определим узловое напряжение U_{ab} , положительное направление которого выбрано произвольно. Укажем стрелками произвольно положительное направление токов в параллельных ветвях.

Узловое напряжение U_{ab} определится

$$U_{ab} = \frac{g_{124}(E - E_4) - g_3 E_3}{g_{124} + g_5 + g_3} = \frac{\frac{1}{5+4+5}(18-10) - \frac{13}{3}}{\frac{1}{5+4+5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = -5,097 \text{ В}.$$

Знак «минус» означает, что выбранное произвольно положительное направление узлового напряжения U_{ab} противоположно действительному.

3. Определим ток I из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для контура, включающего в себя первую ветвь и узловое напряжение.

$$(R_{12} + R_4)I - U_{ab} = E - E_4,$$

отсюда:

$$I = \frac{E - E_4 + U_{ab}}{R_{12} + R_4} = \frac{18 - 10 + 5,097}{5 + 4 + 5} = 0,935 \text{ А}.$$

4. Определим ток I_5

$$I_5 = \frac{-U_{ab}}{R_5} = -\frac{5,097}{5} = -1,019 \text{ А}.$$

5. Определим ток I_3 из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа

$$R_3 I_3 - (-U_{ab}) = E_3,$$

отсюда:

$$I_3 = \frac{E_3 - U_{ab}}{R_3} = \frac{13 - 5,097}{3} = 2,634 \text{ A}.$$

6. Для исходной схемы рис.1.73 укажем действительные направления токов и определим ток I_1 из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла c .

$$I - J - I_1 = 0,$$

отсюда: $I_1 = I - J = 0,935 - 2 = -1,065 \text{ A},$

т.е ток I_1 имеет направление, противоположное указанному на рис. 1.73.

7. Проверим правильность расчета токов составлением баланса мощностей.

7.1. Определим мощность энергии, доставляемой источником тока J .

$$P_{um} = U_{ac} J = (R_1 + R_2) I_1 J = (5 + 4) 1,065 \cdot 2 = 19,17 \text{ Вт}.$$

7.2. Определим мощность энергии, доставляемой источником ЭДС E_3 .

$$P_{u3} = E_3 I_3 = 13 \cdot 2,634 = 34,242 \text{ Вт}.$$

7.3. Поскольку направление тока I встречно направлению ЭДС E_4 , то последний работает в режиме приемника.

7.4. Определим мощность энергии, доставляемой источниками

$$P_{доct} = P_{um} + P_{u3} = 19,17 + 34,242 = 53,412 \text{ Вт}.$$

7.5. Определим мощность энергии, потребляемой всеми приемниками.

$$\begin{aligned} P_{номp} &= (R_1 + R_2) \cdot I_1^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I^2 + R_5 \cdot I_5^2 + E_4 \cdot I = \\ &= (5 + 4) \cdot 1,065^2 + 3 \cdot 2,634^2 + 5 \cdot 0,935^2 + 3 \cdot 1,699^2 + 10 \cdot 0,935 = \\ &= 10,208 + 20,814 + 4,371 + 8,66 + 9,35 = 53,403 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

8. Определим погрешность расчета.

$$\frac{P_{доct} - P_{номp}}{P_{доct}} \cdot 100\% = \frac{53,412 - 53,403}{53,412} \cdot 100\% = 0,017\%,$$

т.е. расчёт выполнен с достаточной точностью.

Ответ: $I_1 = -1,065 \text{ A}; I = 0,935 \text{ A}; I_3 = 2,634 \text{ A}; I_5 = -1,699 \text{ A}; P_{доct} = P_{номp} = 53,4 \text{ Вт}.$

1.42. Определить ток в диагонали схемы моста, сопротивление которой $R_5 = 100 \text{ Ом}$, если плечи моста имеют сопротивления $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 60 \text{ Ом}$, $R_4 = 30 \text{ Ом}$ и ЭДС источника $E = 12 \text{ В}$, внутреннее сопротивление $r_{вт} = 4 \text{ Ом}$, рис. 1.75.

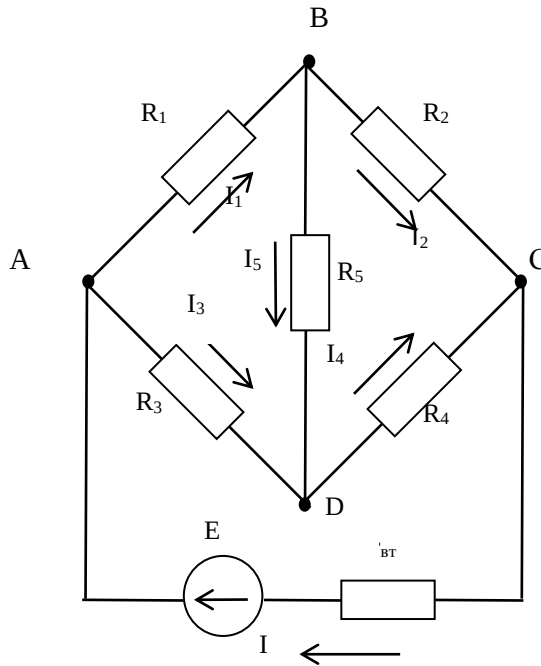


Рис. 1.75.

Решение

1. Выполним эквивалентную замену треугольника резисторов ABD звездой. Схема получит вид, приведённый на рис. 1.76.

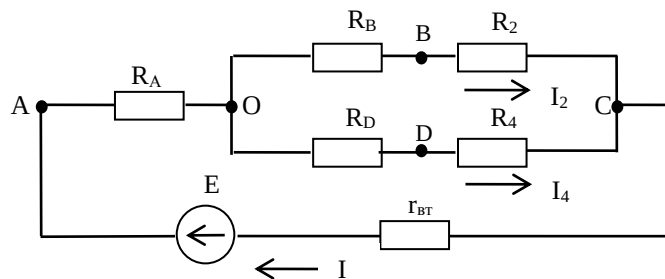


Рис. 1.76.

2. Определим сопротивление резисторов эквивалентной звезды на рис. 1.76.

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60 + 100} = 12 \text{ Ом};$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{40 \cdot 100}{40 + 60 + 100} = 20 \text{ Ом};$$

$$R_D = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{60 \cdot 100}{40 + 60 + 100} = 30 \text{ Ом}.$$

3. Определим эквивалентное сопротивление R_{oc} двух параллельных ветвей на рис. 1.76.

$$R_{oc} = \frac{(R_B + R_2) \cdot (R_D + R_4)}{R_B + R_2 + R_D + R_4} = \frac{(20 + 20) \cdot (30 + 30)}{20 + 20 + 30 + 30} = 24 \text{ Ом}.$$

4. Определим ток I в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{E}{r_{BT} + R_A + R_{OC}} = \frac{12}{4 + 12 + 24} = 0,3 \text{ А}.$$

5. Определим напряжение между узлами О и С

$$U_{OC} = R_{OC} \cdot I = 24 \cdot 0,3 = 7,2 \text{ В}.$$

6. Определим токи I_2 и I_4 .

$$I_2 = \frac{U_{OC}}{R_B + R_2} = \frac{7,2}{20 + 20} = 0,18 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{U_{OC}}{R_D + R_4} = \frac{7,2}{30 + 30} = 0,12 \text{ А}.$$

7. Определим ток I_5 в диагонали моста из решения уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для контура В-С-Д-В (рис. 1.75)

$$R_2 I_2 - R_4 I_4 - R_5 I_5 = 0,$$

отсюда

$$I_5 = \frac{R_2 I_2 - R_4 I_4}{R_5} = \frac{20 \cdot 0,18 - 30 \cdot 0,12}{100} = 0.$$

Это означает, что мост уравновешен и $I_1 = I_2 = 0,18 \text{ А}$,

$$I_3 = I_4 = 0,12 \text{ А}.$$

Ответ: $I_5 = 0$.

1.5. Расчёт сложных электрических цепей методом непосредственного применения законов Кирхгофа

Электрическую цепь любой конфигурации и сложности можно рассчитать применяя законы Кирхгофа.

При заданных параметрах резисторов и источников энергии (ЭДС и тока) расчет токов в сложной электрической цепи при помощи законов Кирхгофа рекомендуется проводить в следующей последовательности:

1. Анализируют схему электрической цепи – определяют число ветвей p и число узлов n . Определяют при этом число неизвестных токов.
2. По возможности упрощают схему, заменив, например, несколько параллельных ветвей одной эквивалентной.
3. Указывают стрелками произвольно выбранные положительные направления токов во всех ветвях.
4. Составляют алгебраические уравнения по первому закону Кирхгофа для всех узлов схемы, кроме одного, т.е. $n-1$ уравнение, где n – число узлов. При этом токи, направленные к узлу записывают в уравнения со знаком «плюс», а токи, направленные от узла- со знаком «минус».
5. Составляют недостающие уравнения по второму закону Кирхгофа для независимых контуров, т.е. следует составить m уравнений

$$m = p - (n - 1) - n_J ,$$

где n_J - число ветвей с источниками тока.

Направление обхода контуров выбирается произвольно, например, по часовой стрелке.

Все ЭДС и напряжения, совпадающие с направлением обхода контура, записываются в уравнение со знаком «плюс» и наоборот.

Примечание:

1. *Общее число уравнений, которое необходимо составить по законам Кирхгофа определяется числом неизвестных токов.*

2. *Независимым контуром называется такой, который отличается от предыдущего наличием новой ветви.*

6. Решают составленную систему уравнений и определяют неизвестные токи. Если некоторые токи получатся со знаком «минус», то это означает, что их действительное направление противоположно принятому произвольно в п.3.

7. Производят проверку правильности расчета токов составлением уравнения баланса мощностей в заданной цепи:

$$\sum E_k I_k + \sum U_k J_k = \sum R_k I_k^2 , \quad (1)$$

где U_k - напряжение на зажимах источника тока.

Примечание:

При составлении уравнения (1) необходимо учитывать взаимное направление заданной ЭДС и действительного (расчетного) направления тока в источнике ЭДС. При этом возможны два случая:

1. Направление ЭДС и тока совпадает. В этом случае источник ЭДС работает в режиме выдачи энергии (генератор, аккумулятор). Мощность $E_k I_k$ получается со знаком «плюс» и записывается в левой части уравнения (1) со знаком «плюс».

2. Направление ЭДС и тока противоположны. Источник ЭДС работает в режиме потребления энергии (электрический двигатель, аккумулятор в режиме заряда). Мощность $E_k I_k$ получается со знаком «минус» и записывается в левой части уравнения (1) со знаком «минус».

Поясним сказанное на примере расчета конкретной задачи общего случая.

1.43. Для схемы электрической цепи, приведенной на рис.1.77, составить систему уравнений на основании законов Кирхгофа для расчета токов во всех ветвях схемы.

Заданы параметры всех резисторов, источников ЭДС и источников тока.

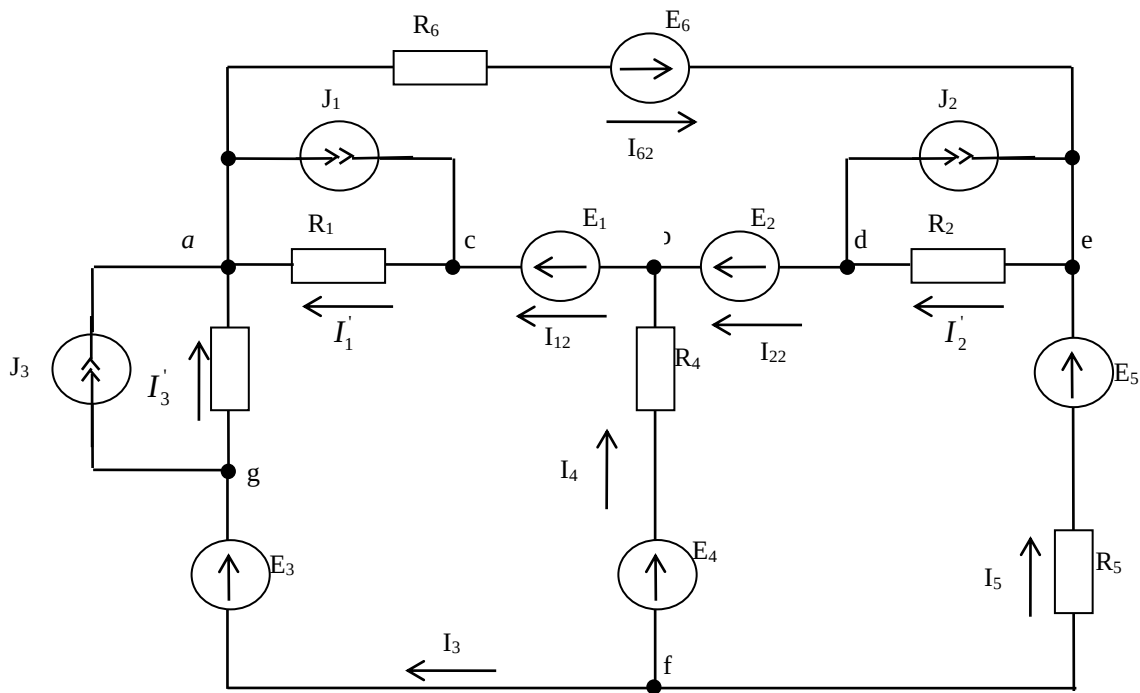


Рис. 1.77.

Составление системы уравнений

1. Проанализируем схему на рис.1.77. В ней всего 12 ветвей, из них 9 ветвей с неизвестными токами, т.е. необходимо составить систему из девяти уравнений. Число узлов $n=7$, следовательно, по первому закону Кирхгофа надо составить $n-1=7-1=6$ уравнений. Недостающие три уравнения следует составить по второму закону Кирхгофа.

2. Упростить схему на рис.1.77 можно, если заменить источники тока эквивалентными источниками ЭДС. Однако в данной задаче этого делать не будем, и составим уравнения для заданной схемы.

3. Укажем стрелками произвольно положительные направления токов во всех девяти ветвях (рис.1.77.)

4. Составим уравнения по первому закону Кирхгофа для шести узлов:

$$\text{для узла } a: J_3 + I_3' + I_1' - J_1 - I_6 = 0,$$

$$\text{для узла } c: J_1 - I_1' + I_1 = 0,$$

$$\text{для узла } e: -I_1 + I_2 + I_4 = 0,$$

$$\text{для узла } d: -I_2 + I_2' - J_2 = 0,$$

$$\text{для узла } e: I_6 + J_2 - I_2' + I_5 = 0,$$

$$\text{для узла } g: I_3 - I_3' - J_3 = 0.$$

5. Составим три недостающие уравнения по второму закону Кирхгофа для независимых контуров с обходом их по часовой стрелке:

для контура $a - R_6 - E_6 - e - d - b - c - a$

$$R_6 I_6 + R_2 I_2' - R_1 I_1' = E_6 + E_2 + E_1,$$

для контура $a - c - b - f - g - a$

$$-R_1 I_1' - R_4 I_4 + R_3 I_3' = -E_1 - E_4 + E_3,$$

для контура $b - d - e - f - b$

$$-R_2 I_2' - R_5 I_5 + R_4 I_4 = -E_2 - E_5 + E_4.$$

1.6. Расчет сложных электрических цепей методом контурных токов

Этот метод позволяет сократить число уравнений, составленных по законам Кирхгофа на $(n-1)$ уравнение, т.е. на число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа. Им целесообразно пользоваться, когда $n-1 \geq m$, т.е. когда число узлов схемы, уменьшенное на единицу больше числа независимых контуров m .

Контурными токами называют расчетные (условные) токи, протекающие по выбранным независимым контурам, их направление принимают одинаковым, например, по часовой стрелке.

Уравнения составляют для контурных токов по второму закону Кирхгофа, после чего через них определяют токи ветвей. Величины контурных токов совпадают с величинами действительных токов только во внешних ветвях, т.е. не являющихся смежными между соседними контурами. Действительные токи смежных ветвей определяются алгебраическими суммами контурных токов соседних контуров.

Поясним метод контурных токов примером решения задачи.

1.44. *Определить токи во всех ветвях электрической цепи, приведенной на рис.1.78, если $E_1 = 46$ В, $E_2 = 62$ В, $R_1 = R_2 = R_6 = 2$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $R_5 = 1,5$ Ом. Составить баланс мощностей.*

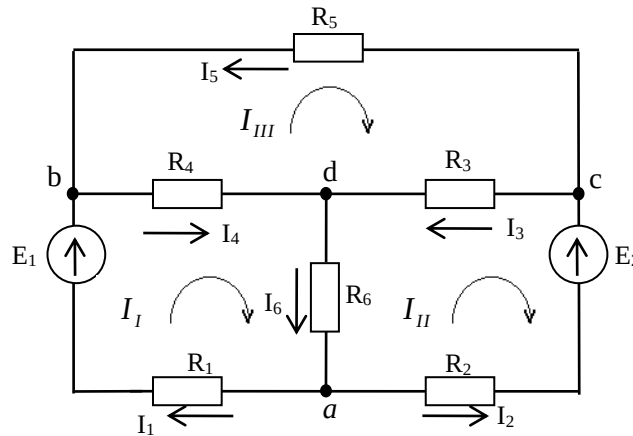


Рис. 1.78.

Решение

1. Проанализируем схему заданной электрической цепи на рис.1.78. В ней шесть ветвей, т.е. $p = 6$ и четыре узла, $n = 4$.

Следовательно, по методу контурных токов необходимо составить уравнения для независимых контуров по второму закону Кирхгофа, но для контурных токов.

$$m = p - (n - 1) = 6 - (4 - 1) = 3$$

2. Укажем стрелками произвольно положительные направления токов во всех ветвях схемы на рис.1.78.

3. Выделим в схеме три независимых контура и условимся, что по каждому из них протекает свой контурный ток I_I, I_{II}, I_{III} .

Направление контурных токов выберем одинаковым во всех контурах- по часовой стрелке, как показано на рис.1.78.

4. Сопоставляя контурные токи, с токами ветвей установим, что величины контурных токов совпадают с величинами действительных токов только во внешних ветвях:

$$I_1 = I_I, \quad I_2 = -I_{II}, \quad I_5 = -I_{III}.$$

Токи смежных ветвей определяются алгебраическими суммами контурных токов соседних контуров. При этом знаки у контурных токов определяются последующему правилу: если направление контурного тока совпадает с направлением тока ветви, то он берется со знаком «плюс», если не совпадает- со знаком «минус».

В данном случае имеем:

$$I_3 = I_{III} - I_{II}, \quad I_4 = I_I - I_{III}, \quad I_6 = I_I - I_{II}$$

Следовательно, если решить систему из трех уравнений для контурных токов, то не составляет труда найти действительные токи.

6. Система расчетных уравнений в общем виде имеет следующий вид:

7.

$$R_{11}I_I + R_{12}I_{II} + R_{13}I_{III} = E_I ;$$

$$R_{21}I_I + R_{22}I_{II} + R_{23}I_{III} = E_{II} ;$$

$$R_{31}I_I + R_{32}I_{II} + R_{33}I_{III} = E_{III},$$

где R_{11}, R_{22}, R_{33} -собственные сопротивления контуров.

$$R_{11} = R_1 + R_4 + R_6 = 2 + 4 + 2 = 8 \text{ Ом} ;$$

$$R_{22} = R_2 + R_3 + R_6 = 2 + 10 + 2 = 14 \text{ Ом} ;$$

$$R_{33} = R_3 + R_4 + R_5 = 10 + 4 + 1,5 = 15,5 \text{ Ом} ;$$

$R_{12} = R_{21} = -R_6 = -2 \text{ Ом}$ - сопротивление смежной ветви между первым и вторым контуром, берется в качестве коэффициента со знаком «минус» если направления контурных токов в смежной ветви противоположны.

Аналогично для двух других смежных ветвей:

$$R_{23} = R_{32} = -R_3 = -10 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_{31} = -R_4 = -4 \text{ Ом} .$$

E_I, E_{II}, E_{III} – контурные ЭДС, определяются алгебраическим суммированием ЭДС ветвей каждого контура. При этом ЭДС, совпадающие с направлением контурного тока, берутся со знаком «плюс». Поэтому в данной задаче имеем:

$$E_I = E_1 = 46 \text{ В} , E_{II} = -E_2 = -62 \text{ В} , E_{III} = 0 .$$

После подстановки коэффициентов в уравнения система запишется в следующем виде:

$$8I_I - 2I_{II} - 4I_{III} = 46 ;$$

$$-2I_I + 14I_{II} - 10I_{III} = -62 ;$$

$$-4I_I - 10I_{II} + 15,5I_{III} = 0 .$$

6. Решение полученной системы уравнений выполняется на компьютере или с помощью определителей. Решим эту систему с помощью определителей и определим контурные токи

$$I_I = \frac{\Delta_1}{\Delta} , \quad I_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta} , \quad I_{III} = \frac{\Delta_3}{\Delta} ,$$

где Δ - главный определитель системы уравнений.

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & -2 & -4 \\ -2 & 14 & -10 \\ -4 & -10 & 15,5 \end{vmatrix} =$$

$$= -80 + 1736 - 80 - 800 - 224 - 62 = 490 .$$

Определители $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_I & R_{12} & R_{13} \\ E_{II} & R_{22} & R_{23} \\ E_{III} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 46 & -2 & -4 \\ -62 & 14 & -10 \\ 0 & -10 & 15,5 \end{vmatrix} =$$

$$= -2480 + 9982 + 0 - 4600 - 0 - 1922 = 980.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & E_I & R_{13} \\ R_{21} & E_{II} & R_{23} \\ R_{31} & E_{III} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 46 & -4 \\ -2 & -62 & -10 \\ -4 & 0 & 15,5 \end{vmatrix} =$$

$$= 0 - 7688 + 1840 + 1426 + 992 - 0 = -3430.$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & E_I \\ R_{21} & R_{22} & E_{II} \\ R_{31} & R_{32} & E_{III} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & -2 & 46 \\ -2 & 14 & -62 \\ -4 & -10 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 920 + 0 - 496 + 0 + 2576 - 4960 = -1960.$$

Контурные токи

$$I_I = \frac{980}{490} = 2 \text{ A}; \quad I_{II} = \frac{-3430}{490} = -7 \text{ A}; \quad I_{III} = \frac{-1960}{490} = -4 \text{ A}.$$

8. Действительные токи в ветвях

$$I_1 = I_I = 2 \text{ A};$$

$$I_2 = -I_{II} = -(-7) = 7 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{III} - I_{II} = -4 - (-7) = 3 \text{ A};$$

$$I_4 = I_I - I_{III} = 2 - (-4) = 6 \text{ A};$$

$$I_5 = -I_{III} = -(-4) = 4 \text{ A};$$

$$I_6 = I_I - I_{II} = 2 - (-7) = 9 \text{ A}.$$

9. Составим баланс мощностей.

8.1. Сумма мощностей энергии, отдаваемой источниками.

$$P_{омд} = E_1 I_1 + E_2 I_2 = 46 \cdot 2 + 62 \cdot 7 = 526 \text{ Вт}.$$

9.2. Сумма мощностей энергии, потребляемой приёмниками (резисторами).

$$\begin{aligned}
 P_{\text{номр}} &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 = \\
 &= 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 7^2 + 10 \cdot 3^2 + 4 \cdot 6^2 + 1,5 \cdot 4^2 + 2 \cdot 9^2 = \\
 &= 8 + 98 + 90 + 144 + 24 + 162 = 526 \text{ Вт},
 \end{aligned}$$

т.е. $P_{\text{отд}} = P_{\text{номр}} = 526 \text{ Вт}$, расчёт токов выполнен правильно и с высокой точностью.

Ответ:

$$I_1 = 2 \text{ А}; I_2 = 7 \text{ А}; I_3 = 3 \text{ А}; I_4 = 6 \text{ А}; I_5 = 4 \text{ А}; I_6 = 9 \text{ А};$$

$$P_{\text{отд}} = P_{\text{номр}} = 526 \text{ Вт}.$$

1.7. Расчёт сложных электрических цепей методом узловых потенциалов

Для расчёта токов в электрических цепях с большим числом ветвей и ограниченным числом узлов целесообразно применять метод узловых потенциалов, сущность которого заключается в нахождении потенциалов всех узлов цепи кроме одного.

Если учесть, что потенциал одного из узлов (любого) условно принимается равным нулю, то число уравнений, которые нужно составить по первому закону Кирхгофа и соответственно число неизвестных для этого метода равно $n-1$. После нахождения потенциалов узлов находятся токи в ветвях по закону Ома.

Поясним метод узловых потенциалов примером расчёта сложной электрической цепи.

1.45. Определить токи во всех ветвях электрической цепи, приведённой на рис. 1.79, если $E_1 = E_2 = E_3 = 48 \text{ В}$, $R_1 = R_3 = R_6 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = R_4 = R_5 = 1 \text{ Ом}$. Для проверки правильности расчёта токов составить баланс мощностей.

Решение

1. Проанализируем схему заданной электрической цепи на рис. 1.79. В ней шесть ветвей, т.е. $p = 6$ и четыре узла, $n = 4$. Следовательно, по методу узловых потенциалов необходимо составить $n-1 = 4-1 = 3$ уравнения по первому закону Кирхгофа.

2. Укажем стрелками произвольно положительные направления токов во всех ветвях схемы на рис. 1.79.

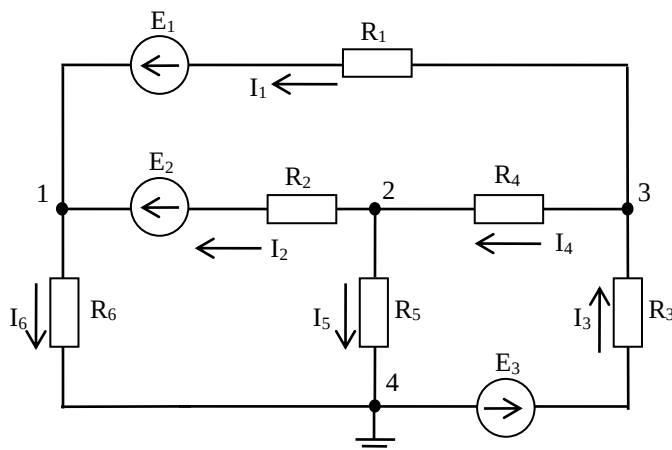


Рис. 1.79.

3. Выберем произвольно любой из узлов, например, узел

4 и соединим его с “землёй”, т.е. будем считать его электрический потенциал известным и равным нулю, $\varphi_4 = 0$.

4. Система расчётных уравнений в общем виде для схемы рис. 1.79. при заземлённом узле 4 имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}G_{11}\varphi_1 + G_{12}\varphi_2 + G_{13}\varphi_3 &= I_{11}; \\G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 + G_{23}\varphi_3 &= I_{22}; \\G_{31}\varphi_1 + G_{32}\varphi_2 + G_{33}\varphi_3 &= I_{33},\end{aligned}$$

где G_{11}, G_{22}, G_{33} - сумма проводимостей ветвей, сходящихся соответственно в первом, втором и третьем узлах;

$$\begin{aligned}G_{11} &= g_1 + g_2 + g_6 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \text{ См}; \\G_{22} &= g_2 + g_4 + g_5 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 3 \text{ См}; \\G_{33} &= g_1 + g_4 + g_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \text{ См};\end{aligned}$$

$G_{12} = G_{21}$, $G_{13} = G_{31}$, $G_{23} = G_{32}$ - сумма проводимостей ветвей, непосредственно соединяющих узлы 1 и 2, 1 и 3, 2 и 3, взятая со знаком “минус”.

$$\begin{aligned}G_{12} &= G_{21} = -g_2 = -\frac{1}{R_2} = -\frac{1}{1} = -1 \text{ См}; \\G_{13} &= G_{31} = -g_1 = -\frac{1}{R_1} = -\frac{1}{3} \text{ См}; \\G_{23} &= G_{32} = -g_4 = -\frac{1}{R_4} = -\frac{1}{1} = -1 \text{ См}.\end{aligned}$$

I_{11}, I_{22}, I_{33} - расчётные токи первого, второго и третьего узлов.

Расчётные токи узлов определяются алгебраической суммой произведений ЭДС ветвей, подходящих к узлу, на проводимость этих ветвей. Если ЭДС ветви направлена к рассматриваемому узлу, то произведение Eg берётся со знаком “плюс”, в противном случае берётся со знаком «минус». Если к k – узлу подтекает ток от источника тока, то он должен быть введён в сумму I_{kk} со знаком “плюс”, в противном случае – со знаком “минус”.

С учётом сказанного здесь, в данной задаче имеем:

$$\begin{aligned}I_{11} &= E_1 g_1 + E_2 g_2 = 48 \cdot \frac{1}{3} + 48 \cdot \frac{1}{1} = 16 + 48 = 64 \text{ А}; \\I_{22} &= -E_2 g_2 = -48 \cdot \frac{1}{1} = -48 \text{ А}; \\I_{33} &= -E_1 g_1 + E_3 g_3 = -48 \cdot \frac{1}{3} + 48 \cdot \frac{1}{3} = 0 \text{ А}.\end{aligned}$$

После подстановки коэффициентов в уравнения система запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{5}{3}\varphi_1 - \varphi_2 - \frac{1}{3}\varphi_3 &= 64; \\ -\varphi_1 + 3\varphi_2 - \varphi_3 &= -48; \\ -\frac{1}{3}\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{5}{3}\varphi_3 &= 0.\end{aligned}$$

5. Решение полученной системы уравнений выполняется на компьютере или с помощью определителей. Решим эту систему с помощью определителей и определим электрические потенциалы узлов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad \varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad \varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

где Δ - главный определитель системы уравнений.

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{5}{3} & -1 & -\frac{1}{3} \\ -1 & 3 & -1 \\ -\frac{1}{3} & -1 & \frac{5}{3} \end{vmatrix} = \\ &= -\frac{1}{3} + \frac{25}{3} - \frac{1}{3} - \frac{5}{3} - \frac{1}{3} - \frac{5}{3} = \frac{12}{3} = 4.\end{aligned}$$

Определители Δ_1, Δ_2 и Δ_3

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} I_{11} & G_{12} & G_{13} \\ I_{22} & G_{22} & G_{23} \\ I_{33} & G_{32} & G_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 64 & -1 & -\frac{1}{3} \\ -48 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & \frac{5}{3} \end{vmatrix} =$$

$$= -16 + 320 + 0 - 80 - 0 - 64 = 160.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} G_{11} & I_{11} & G_{13} \\ G_{21} & I_{22} & G_{23} \\ G_{31} & I_{33} & G_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{5}{3} & 64 & -\frac{1}{3} \\ -1 & -48 & -1 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{5}{3} \end{vmatrix} =$$

$$= 0 - \frac{400}{3} + \frac{64}{3} + \frac{320}{3} + \frac{16}{3} + 0 = 0.$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & I_{11} \\ G_{21} & G_{22} & I_{22} \\ G_{31} & G_{32} & I_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{5}{3} & -1 & 64 \\ -1 & 3 & -48 \\ -\frac{1}{3} & -1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 64 + 0 - 16 - 0 + 64 - 80 = 32.$$

Потенциалы узлов:

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{160}{4} = 40 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{0}{4} = 0 ;$$

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{32}{4} = 8 \text{ В} .$$

6. Определим токи в ветвях по закону Ома

$$I_1 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = \frac{8 - 40 + 48}{3} = \frac{16}{3} = 5,33 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_2}{R_2} = \frac{0 - 40 + 48}{1} = \frac{8}{1} = 8 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_4 - \varphi_3 + E_3}{R_3} = \frac{0 - 8 + 48}{3} = \frac{40}{3} = 13,33 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{R_4} = \frac{8 - 0}{1} = \frac{8}{1} = 8 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_4}{R_5} = \frac{0 - 0}{1} = \frac{0}{1} = 0 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_6} = \frac{40 - 0}{3} = 13,33 \text{ А}.$$

7. Составим баланс мощностей:

7.1 Сумма мощностей энергии, отдаваемой источниками

$$P_{отд} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 48 \cdot 5,33 + 48 \cdot 8 + 48 \cdot 13,33 = 1279,68 \text{ Вт}$$

7.2. Сумма мощностей энергии, потребляемой приемниками (резисторами)

$$P_{номп} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 = \\ 3 \cdot 5,33^2 + 1 \cdot 8^2 + 3 \cdot 13,33^2 + 1 \cdot 8^2 + 1 \cdot 0^2 + 3 \cdot 13,33^2 = 1279,36 \text{ Вт} .$$

Погрешность расчета:

$$\frac{P_{отд} - P_{номп}}{P_{отд}} \cdot 100\% = \frac{1279,68 - 1279,36}{1279,68} \cdot 100\% = 0,025\% ,$$

т.е. расчет токов выполнен правильно и с высокой точностью.

Ответ:

$$I_1 = 5,33 \text{ А}; I_2 = 8 \text{ А}; I_3 = 13,33 \text{ А}; I_4 = 8 \text{ А};$$

$$I_5 = 0; I_6 = 13,33 \text{ А}; P_{номп} = P_{отд} = 1279,68 \text{ Вт} .$$

1.8. Расчет электрических цепей методом наложения

Этот метод расчёта основан на принципе независимости действия электродвижущих сил. Согласно этому принципу, токи, протекающие в цепи при наличии нескольких ЭДС, можно представить как наложение (алгебраическую сумму) частичных токов, вызываемых каждой ЭДС в отдельности. Поясним это примером решения задачи.

1.46. Определить напряжение на приёмнике и мощность энергии, отдаваемой каждым из генераторов (рис. 1.80), если известны:

$$E_1 = 120 \text{ В}, E_2 = 100 \text{ В}, r_{BT1} = 6 \text{ Ом}, r_{BT2} = 4 \text{ Ом}, R = 12 \text{ Ом}.$$

Решение

1. Выберем произвольно и укажем стрелками положительные направления токов во всех ветвях цепи на рис. 1.80.

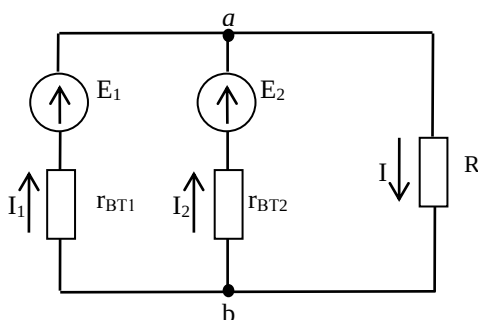


Рис. 1.80

2. Полагаем, что в заданной цепи действует только ЭДС E_1 ; сопротивления всех резисторов, включая и внутренние сопротивления источников, считаем неизменными. Получим электрическую схему (рис. 1.81) для расчёта частичных токов I'_1, I'_2, I' , направление которых указывается в соответствии с направлением ЭДС E_1 . Расчёт частичных токов выполняется методом эквивалентного преобразования.

2.1. Определим эквивалентное сопротивление цепи на рис. 1.81 относительно зажимов

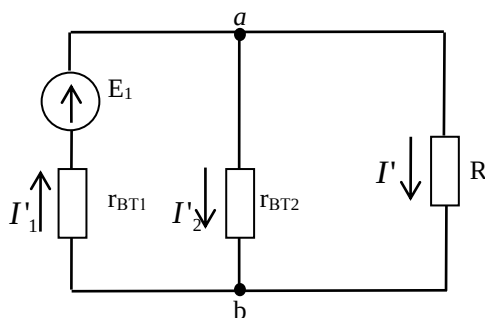


Рис. 1.81

источника ЭДС E_1 .

$$R_{\Sigma 1} = r_{BT1} + \frac{r_{BT2} \cdot R}{r_{BT2} + R} = 6 + \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = 9 \text{ Ом}.$$

2.2. Определим частичный ток в источнике ЭДС E_1 :

$$I_1' = \frac{E_1}{R_{\Sigma 1}} = \frac{120}{9} = 13,33 \text{ A}.$$

2.3. Определим напряжение U_{ab}'

$$U_{ab}' = E_1 - r_{BT1} \cdot I_1' = 120 - 6 \cdot 13,33 = 40 \text{ B}.$$

2.4. Определим частичные токи I_2' и I'

$$I_2' = \frac{U_{ab}'}{r_{BT2}} = \frac{40}{4} = 10 \text{ A};$$

$$I' = \frac{U_{ab}'}{R} = \frac{40}{12} = 3,33 \text{ A}.$$

3. Полагаем, что действует только ЭДС E_2 . Получим электрическую схему (рис. 1.82) для расчёта частичных токов I_1'', I_2'', I'' , направление которых указывается в соответствии с направлением ЭДС E_2 .

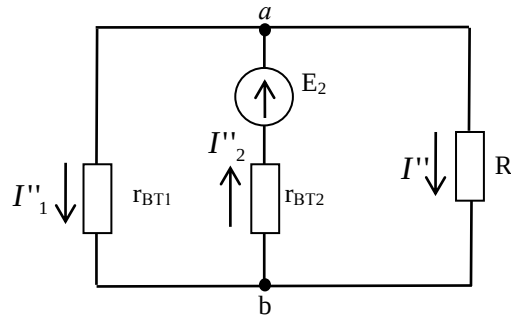


Рис. 1.82

3.1. Определим эквивалентное сопротивление цепи на рис. 1.82 относительно зажимов источника ЭДС E_2

$$R_{\Sigma 2} = r_{BT2} + \frac{r_{BT1} \cdot R}{r_{BT1} + R} = 4 + \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 8 \text{ Ом}.$$

3.2. Определим частичный ток в источнике ЭДС E_2

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_{\Sigma 2}} = \frac{100}{8} = 12,5 \text{ A}.$$

3.3 Определим напряжение U_{ab}''

$$U_{ab}'' = E_2 - r_{BT2} \cdot I_2'' = 100 - 4 \cdot 12,5 = 50 \text{ B}.$$

3.4. Определим частичные токи I_1'' и I''

$$I_1'' = \frac{U_{ab}''}{r_{BT1}} = \frac{50}{6} = 8,33 \text{ A};$$

$$I'' = \frac{U_{ab}''}{R} = \frac{50}{12} = 4,17 \text{ A}.$$

4. Определим действительные токи в ветвях схемы на рис. 1.80 алгебраическим суммированием частичных токов с учётом их направления на схемах рис. 1.81-1.82. При этом положительным их направлением является направление, выбранное и указанное на исходной схеме (см. рис. 1.80).

Таким образом:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_1' - I_1'' = 13,33 - 8,33 = 5 \text{ A}; \\ I_2 &= -I_2' + I_2'' = -10 + 12,5 = 2,5 \text{ A}; \\ I &= I_3' + I_3'' = 3,33 + 4,17 = 7,5 \text{ A}. \end{aligned}$$

5. Определим напряжение U на приёмнике с сопротивлением R

$$U = R \cdot I = 12 \cdot 7,5 = 90 \text{ В}.$$

6. Определим мощность энергии, отдаваемой каждым из генераторов

$$\begin{aligned} P_1 &= E_1 \cdot I_1 = 120 \cdot 5 = 600 \text{ Вт}; \\ P_2 &= E_2 \cdot I_2 = 100 \cdot 2,5 = 250 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

7. Составим баланс мощностей для проверки правильности расчёта.

7.1. Мощность энергии, отдаваемой обоими генераторами

$$P_{отд} = P_1 + P_2 = 600 + 250 = 850 \text{ Вт}.$$

7.2. Мощность энергии, потребляемой приёмником

$$P_{пр} = U \cdot I = 90 \cdot 7,5 = 675 \text{ Вт}.$$

7.3. Мощность энергии потерь на внутренних сопротивлениях генераторов

$$\begin{aligned} P_{потерь} &= r_{BT1} \cdot I_1^2 + r_{BT2} \cdot I_2^2 = \\ &= 6 \cdot 5^2 + 4 \cdot 2,5^2 = 150 + 25 = 175 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

7.4. Баланс мощностей

$$\begin{aligned} P_{отд} &= P_{пр} + P_{потерь} \\ 850 &= 675 + 175 = 850 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

т.е. расчёт выполнен правильно.

1.9. Расчёт электрических цепей методом эквивалентного генератора

При анализе сложных электрических цепей иногда интересуются электрическим состоянием лишь одной ветви, причём параметры элементов этой ветви могут изменяться в широких пределах. В этом случае нет необходимости производить расчёт всей цепи для каждого случая изменения параметров ветви, а целесообразно воспользоваться методом эквивалентного генератора. Иногда этот метод называют методом активного двухполюсника.

Ток в исследуемой ветви определяется по формуле

$$I = \frac{E_{\text{экв}}}{R_{\text{экв}} + R} = \frac{U_{\text{хх}}}{R_{\text{вх}} + R},$$

где $E_{\text{экв}} = U_{\text{хх}}$ - ЭДС эквивалентного генератора или иначе напряжение холостого хода активного двухполюсника;

$R_{\text{экв}} = R_{\text{вх}}$ - внутреннее сопротивление эквивалентного генератора или иначе входное сопротивление активного двухполюсника;

R – заданное сопротивление исследуемой ветви.

В приведённой выше формуле неизвестными являются две величины: $E_{\text{экв}} = U_{\text{хх}}$ и $R_{\text{экв}} = R_{\text{вх}}$. При заданных параметрах цепи эти величины предварительно рассчитываются известными способами и являются неизменными. После этого по формуле рассчитывается ток I в исследуемой ветви при различных значениях её параметров, например, сопротивления R .

Поясним сказанное примером решения задачи.

1.47. Определить ток I в диагонали моста (рис. 1.83), если известны: $E_1 = 200$ В, $E_2 = 100$ В, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 15$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 30$ Ом, $R_5 = 12$ Ом.

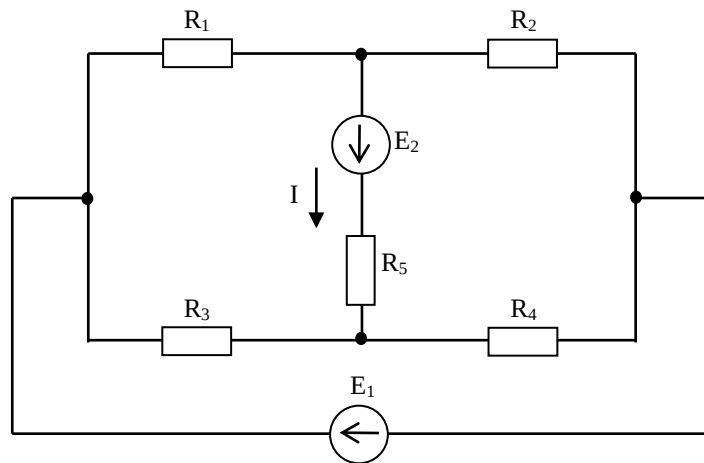


Рис. 1. 83

Решение

1. Определим ЭДС эквивалентного генератора $E_{\text{экв}} = U_{\text{хх}}$. Для этого разомкнём исследуемую ветвь с резистором $R_5 = R$ и ЭДС E_2 (рис. 1.84) и рассчитаем напряжение $U_{\text{хх}}$.

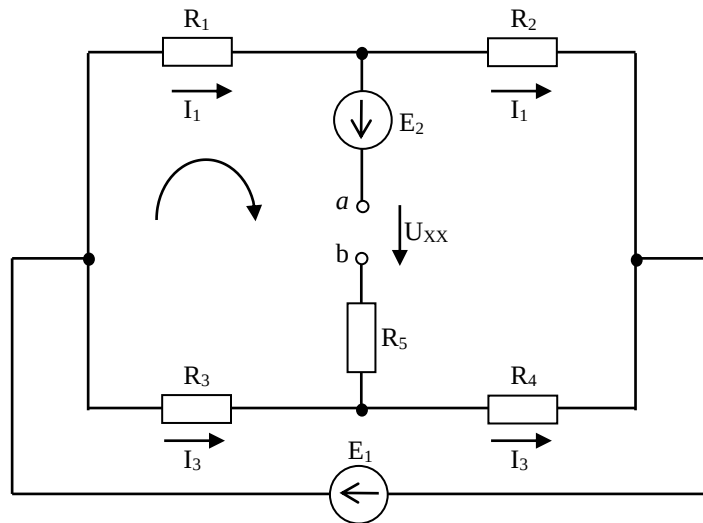


Рис. 1.84

На зажимах a и b в месте размыкания исследуемой ветви появилось напряжение холостого хода. Положительное направление этого напряжения выбираем произвольно.

Из рассмотрения схемы на рис. 1.84 видно, что рассчитав токи I_1 и I_3 , можно будет определить напряжение холостого хода U_{xx} , т.е.

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{200}{10 + 15} = 8 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{E_1}{R_3 + R_4} = \frac{200}{20 + 30} = 4 \text{ A}.$$

Напряжение U_{xx} найдём из решения уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для контура

$$R_1 \cdot I_1 + U_{xx} - R_3 \cdot I_3 = E_2,$$

отсюда:

$$U_{xx} = E_2 + R_3 \cdot I_3 - R_1 \cdot I_1 = 100 + 20 \cdot 4 - 10 \cdot 8 = 100 \text{ В}.$$

2. Определим внутреннее сопротивление эквивалентного генератора $R_{э\kappa\text{в}} = R_{\text{вх}}$ относительно зажимов a и b . Для этого замыкаются накоротко все источники ЭДС и размыкаются источники тока в заданной цепи. В данной задаче после закорачивания ЭДС E_1 и E_2 получаем схему, приведённую на рис. 1.85.

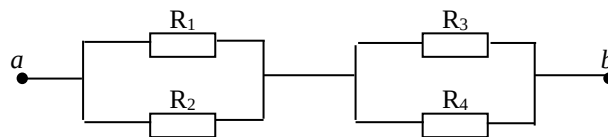


Рис.1.85

$$R_{\text{э\kappa\text{в}}} = R_{\text{вх}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} + \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 18 \text{ Ом}.$$

3. Определим ток I в диагонали моста

$$I = \frac{U_{xx}}{R_{\text{вх}} + R_5} = \frac{100}{18 + 12} = 3,33 \text{ A}.$$

Ответ: $I = 3,33 \text{ A}$.

2. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

2.1. Линейные электрические цепи постоянного тока

2.1. Определить напряжение U (рис. 4.1) при $J_1=10$ мА, $J_2=30$ мА, $R=100$ Ом.

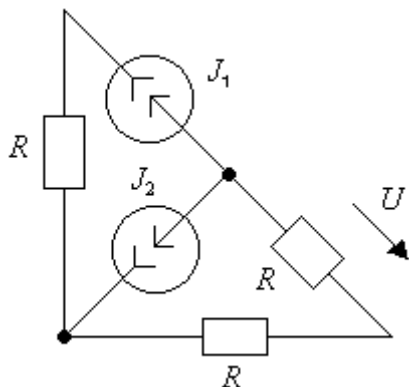


Рис.4.1.

2.2. Определить напряжение U (рис.4.2) при $J = 1$ А, $I_1 = -0,3$ А, $R_2=100$ Ом.

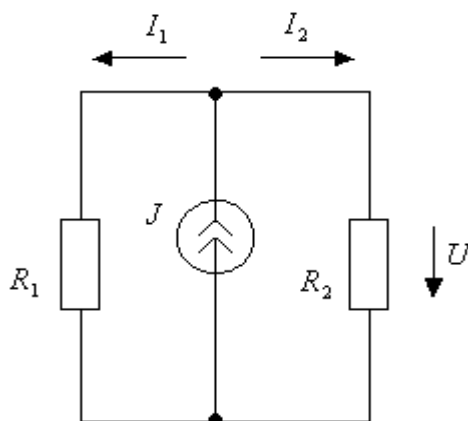


Рис.4.2.

2.3. В каких пределах реостат с сопротивлением 80 Ом (рис. 4.3) может регулировать напряжение на приемнике с сопротивлением 40 Ом:

- а) при замкнутом рубильнике P ;
- б) при разомкнутом рубильнике?

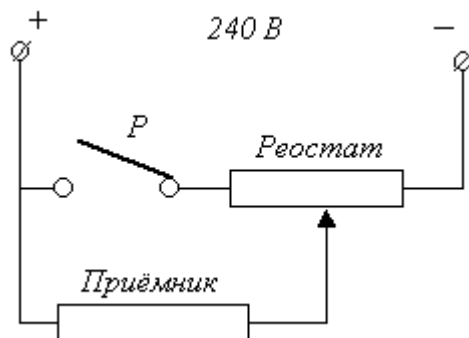


Рис. 4.3.

2.4. Определить напряжение на приемнике, включенном по схеме (рис. 4.3), если рубильник P замкнут, а ползунок реостата стоит в среднем положении.

2.5. Милливольтметр на 100 мВ имеет шкалу, содержащую 100 делений. Его сопротивление равно 5 Ом.

Каково должно быть сопротивление шунта к этому прибору, чтобы его можно было применить в качестве амперметра для измерения токов до 5 А, и какова будет при этом цена одного деления?

2.6. В цепь (рис. 4.6) поступает мощность $P = 31,25$ кВт при напряжении $U = 625$ В; известны сопротивления резисторов: $r_2 = 20$ Ом; $r_3 = 30$ Ом.

а) Найти токи в ветвях 2 и 3 и мощность в каждой из этих ветвей.

б) Определить, как изменится мощность P , если напряжение U увеличится на 20% при тех же резисторах.

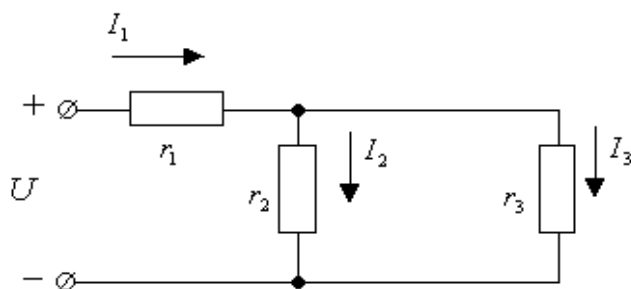


Рис. 4.6.

2.7. Определить токи в цепи (рис. 4.7), применяя:

1) преобразование схемы;

2) метод пропорциональных величин (метод подобия).

Сопротивления указаны в омах.

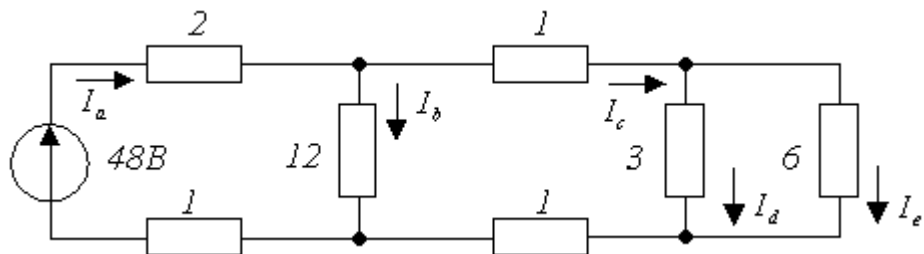


Рис. 4.7.

2.8. На схеме (рис. 4.8) сопротивление всех резисторов по 1 Ом. Найти эквивалентные (входные) сопротивления относительно зажимов АВ, АС, АF, BD, BE, DF, AD.

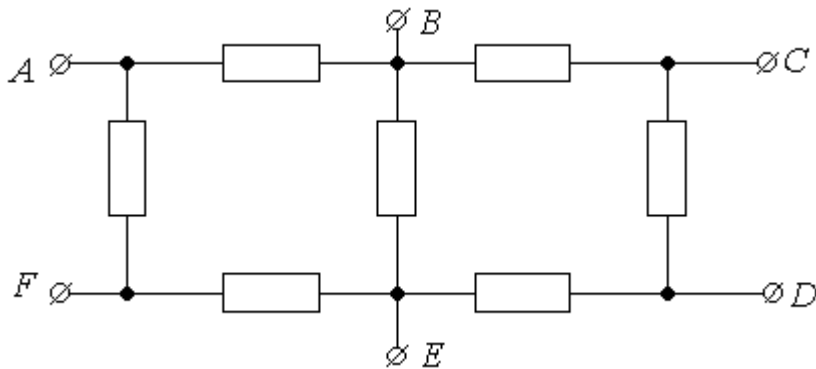


Рис. 4.8.

2.9. В цепи (рис. 4.9) амперметр показывает ток 8 А. Определить токи в других ветвях, пользуясь законами Ома и Кирхгофа. Сопротивления резисторов даны в омах.

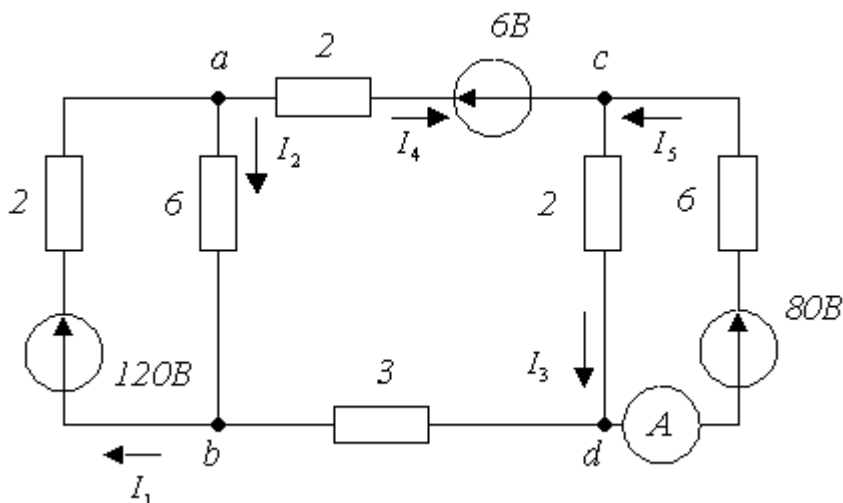


Рис. 4.9.

2.10. В цепи (рис. 4.10) требуется найти: напряжение U , сопротивление r и Э.Д.С. гальванического элемента E , внутренним сопротивлением которого можно пренебречь. Сопротивления резисторов даны в омах.

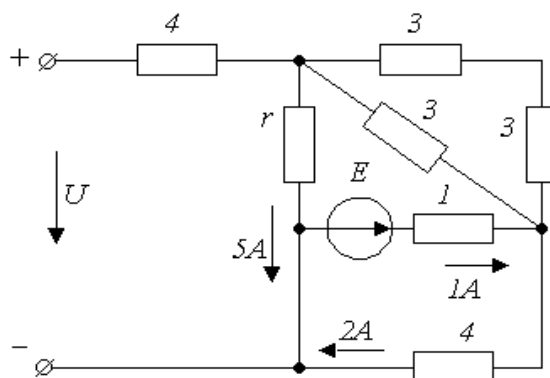


Рис. 4.10.

2.11. На рис. 4.11. даны токи и параметры цепи. Мощность, выделяющаяся в сопротивлении нагрузки r , равна 20 Вт.

Определить r , E_1 и E_2 .

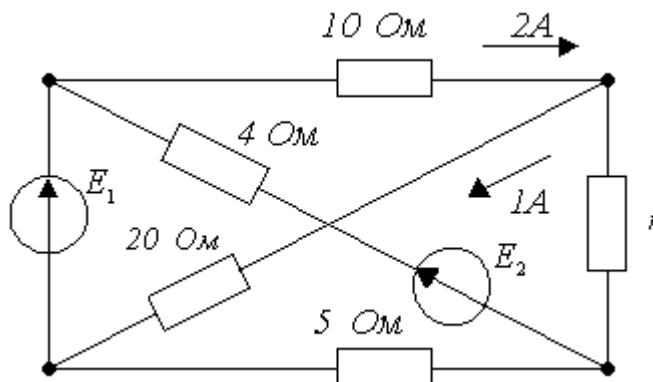


Рис. 4.11.

2.12. Найти показания амперметра в схеме 4.12. (Числа около прямоугольников обозначают сопротивления в омах, около стрелок – токи в амперметрах).

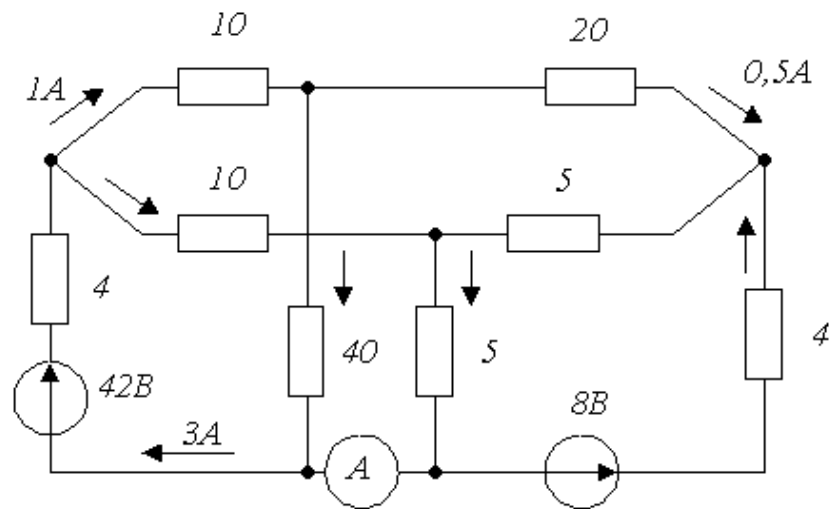


Рис. 4.12.

2.13. В цепи (рис. 4.13) найти Э.Д.С. E . Сопротивления резисторов указаны в омах.

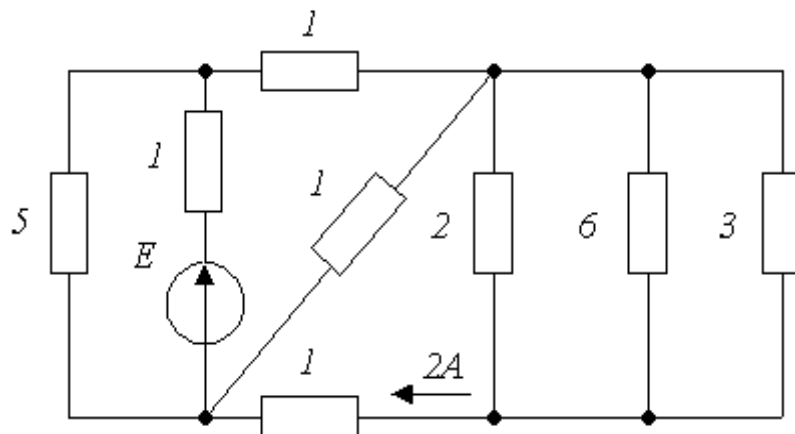


Рис. 4.13.

2.14. В цепи (рис. 4.14) найти Э.Д.С. E_1 и E_6 . Сопротивления резисторов даны в омах.

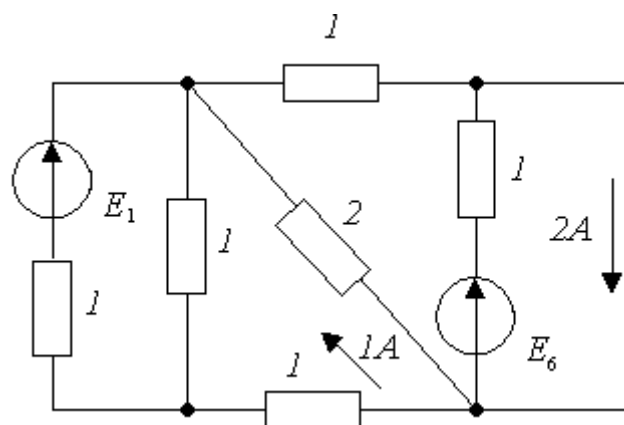


Рис. 4.14.

2.15. В цепи (рис. 4.15) найти r . Сопротивления резисторов указаны в омах.

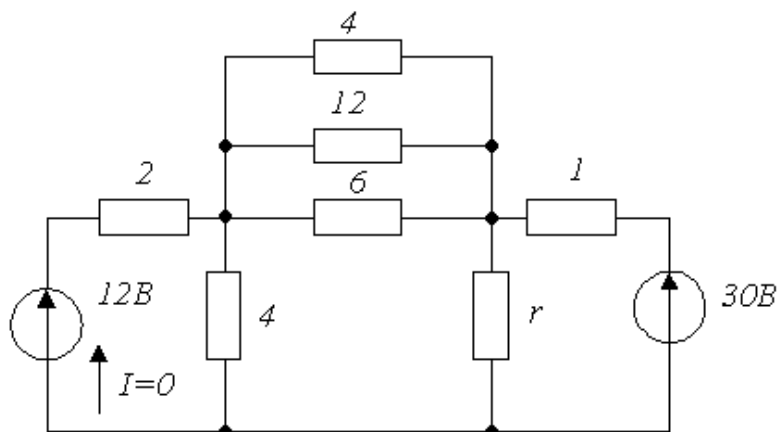
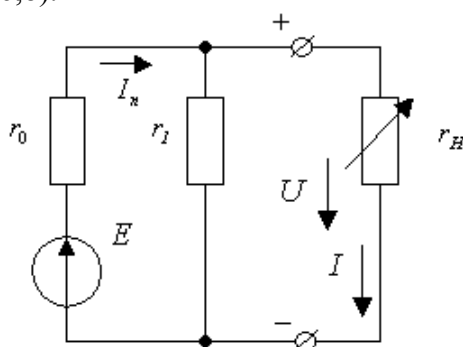


Рис. 4.15.

2.16. Параллельно источнику с Э.Д.С. E и внутренним сопротивлением r_0 включены резистор r_1 и переменное сопротивление нагрузки r_H (рис. 4.28,а).

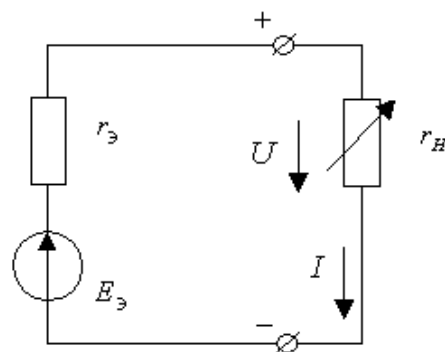
Найти: а) зависимость U от I ;

б) значение э.д.с. E_3 и внутреннего сопротивления источника r_3 в эквивалентной схеме (рис. 4.16,б).



а).

Рис. 4.16.



б).

2.17. В цепи (рис. 4.17):

а) найти ток I_3 методом активного двухполюсника;

б) выяснить, какую Э.Д.С. надо включить последовательно с Э.Д.С. 6 В, чтобы ток I_2 стал равен нулю.

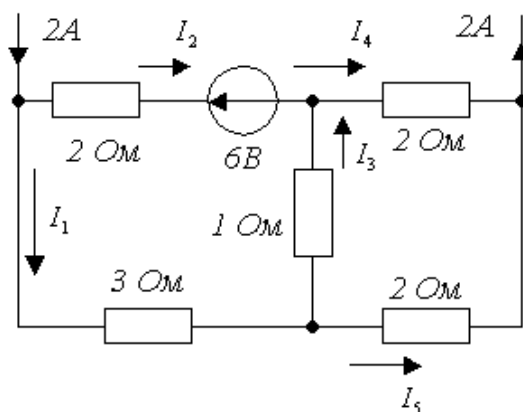


Рис. 4.17.

2.18. В цепи (рис. 4.18) найти токи I_1, I_2, I_3 и составить баланс мощности.

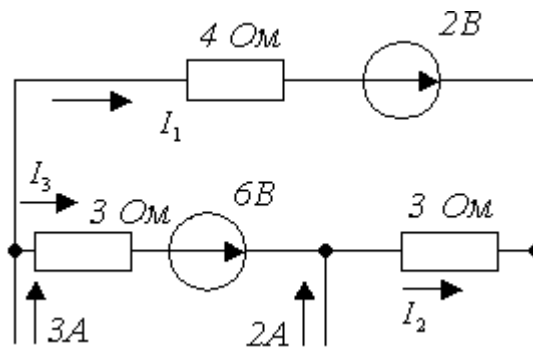


Рис. 4.18.

2.19. В цепи (рис. 4.19) найти показания амперметров.

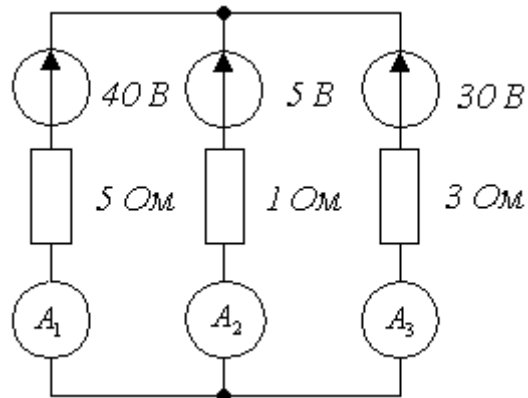


Рис. 4.19.

2.20. Найти токи в цепи (рис. 4.20).

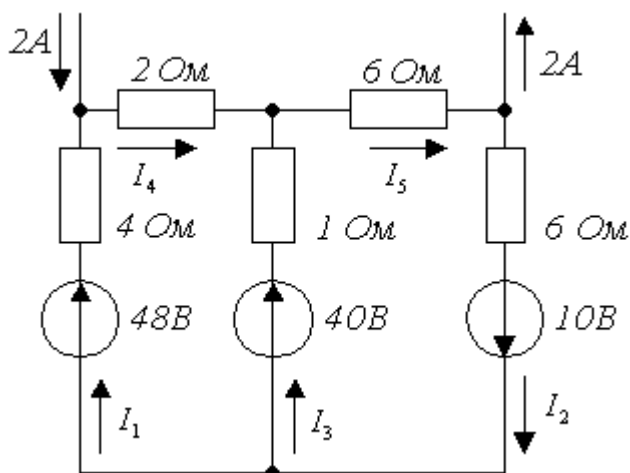


Рис. 4.20.

2.21. Определить токи в цепи (рис. 4.21). Величины сопротивлений указаны в омах.

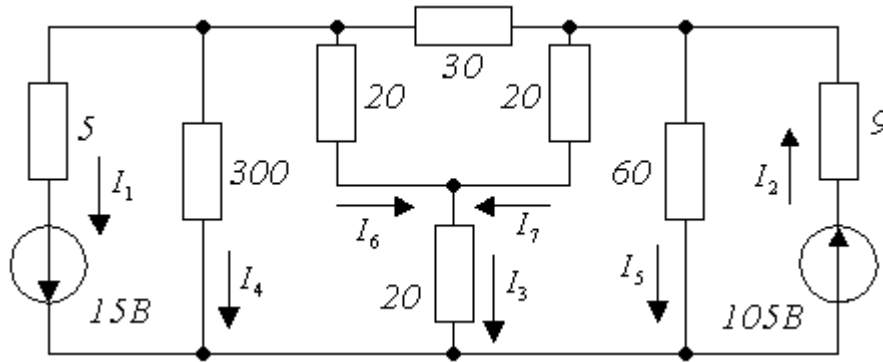


Рис. 4.21.

2.22. В цепи (рис. 4.22) определить токи.

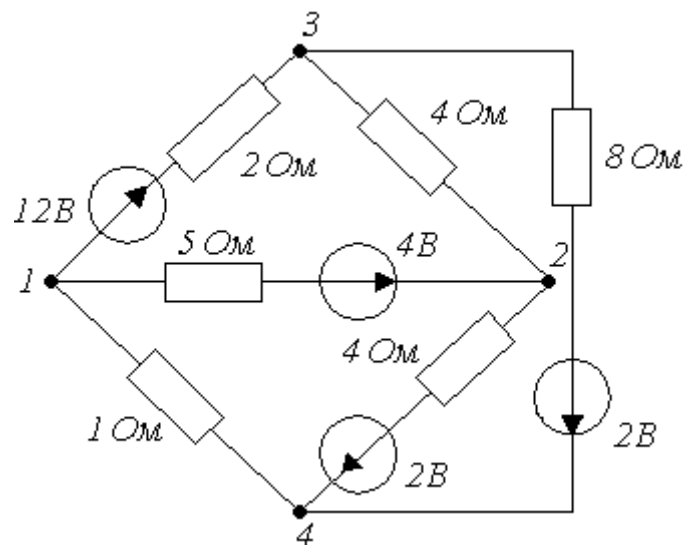


Рис. 4.22.

2.23. Найти показания амперметра в цепи (рис. 4.23).

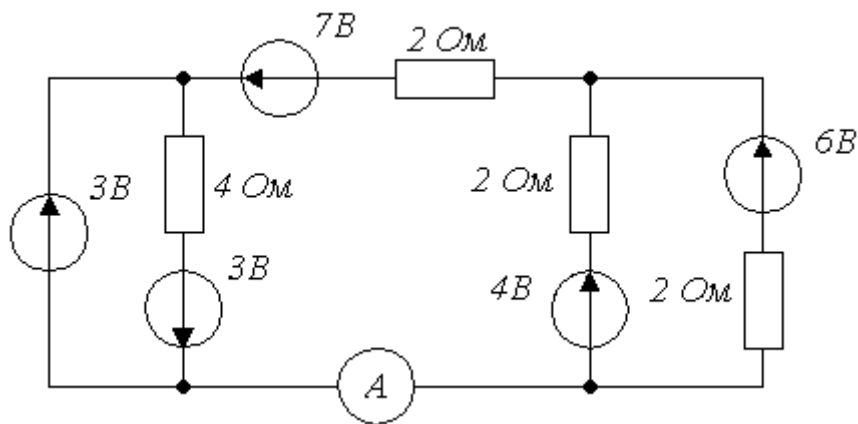


Рис. 4.23.

2.24. Определить ток в диагонали неуравновешенного четырехплечевого моста (рис. 4.24). Дано: $r_1 = 120 \text{ Ом}$; $r_2 = 180 \text{ Ом}$; $r_3 = 120 \text{ Ом}$; $r_4 = 80 \text{ Ом}$; $r_5 = 80 \text{ Ом}$. При расчете полагать, что напряжение источника (или величина сопротивления r_6) регулируется так, что разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_D = U_{AD}$ поддерживается равной заданному значению 30 В.

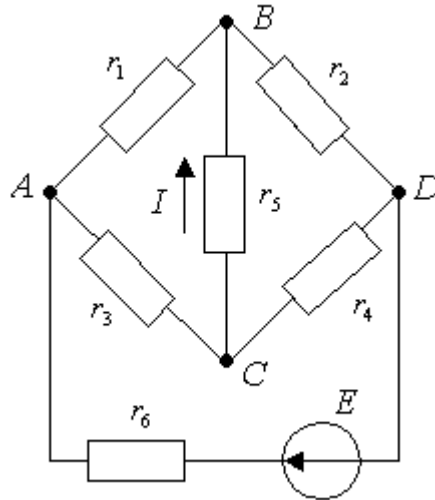


Рис. 4.24.

2.25. В цепи (рис. 4.25) найти ток I .

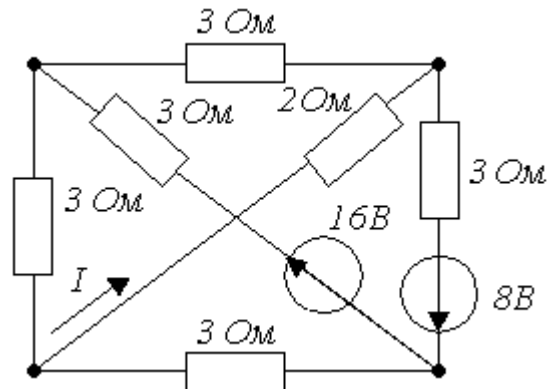


Рис. 4.25.

2.26. В цепи (рис. 4.26) найти токи.

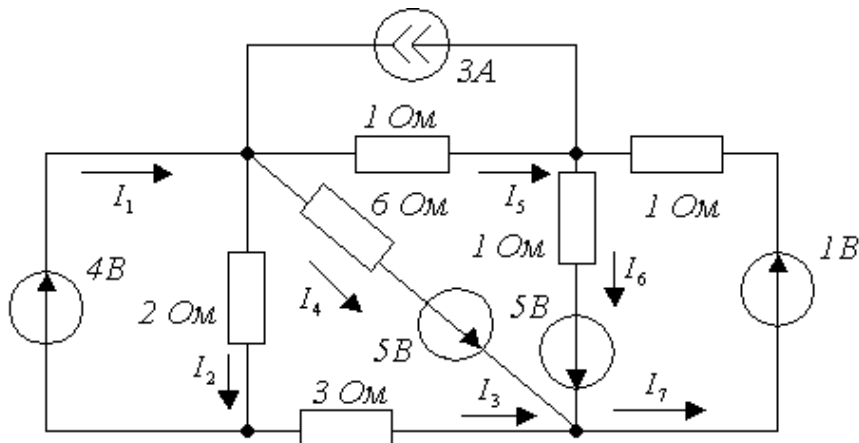


Рис. 4.26.

2.27. Найти токи в ветвях цепи (рис. 4.27).

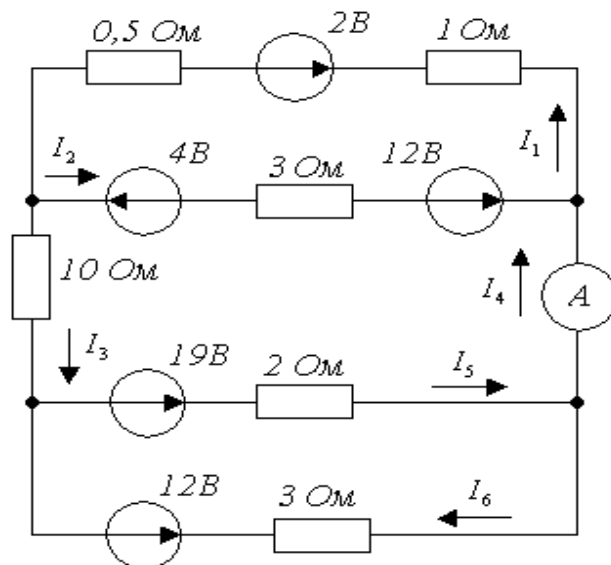


Рис. 4.27.

2.28. Участок цепи $abcd$ (рис. 4.28) пассивен и симметричен, т.е токи I_1 источника и I_2 приемника не изменяются, если источник присоединить к зажимам cd , а приемник к зажимам ab . При замкнутом рубильнике K ток $I_1 = 3,2$ мА, а ток $I_2 = 1,6$ мА.

Как изменятся эти токи, если рубильник K разомкнуть?

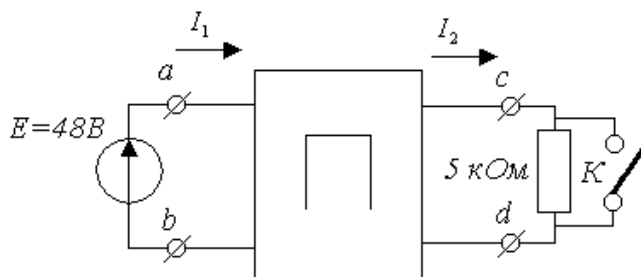


Рис. 4.28.

2.29. В цепи (рис. 4.29) ток $I_1 = 2$ А. Найти токи I_4 и I_5 .

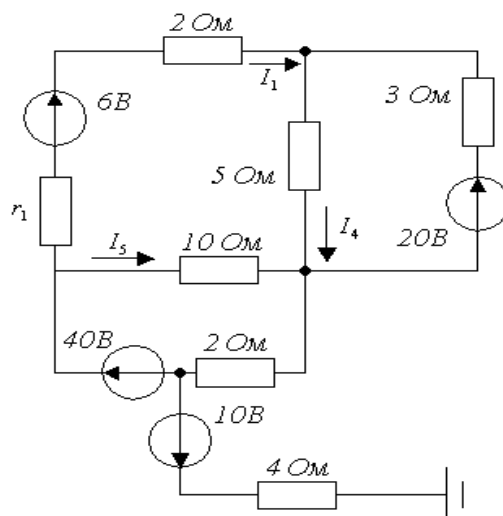


Рис. 4.29.

2.30. В цепи (рис. 4.30) при замкнутом рубильнике известны токи: $I_1 = 1 \text{ A}$, $I_2 = 0,5 \text{ A}$. Определить ток I_1 при разомкнутом рубильнике, если напряжение на разомкнутом рубильнике $U_2 = 3,2 \text{ В}$.

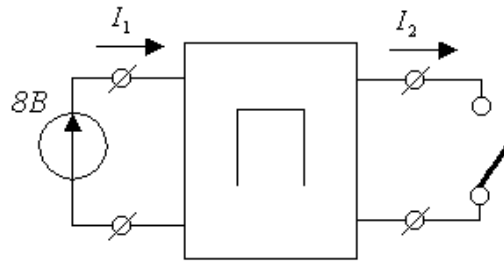


Рис. 4.30.

2.31. При замкнутом ключе K (рис. 4.31) токи в цепи источника равен 5 A , а ток через гальванометр G равен 6 мА . Как изменятся эти токи, если ключ разомкнуть?

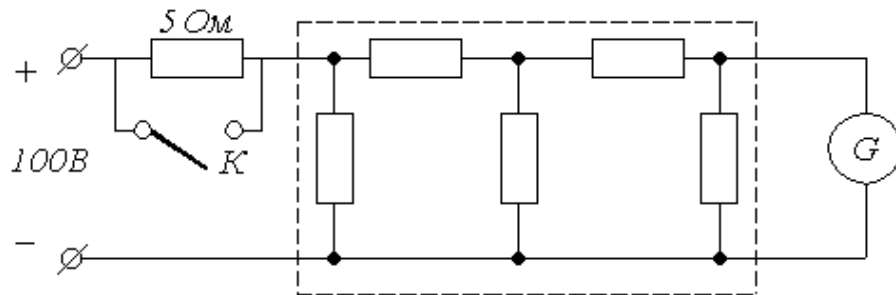


Рис. 4.31.

2.32. Найти токи в ветвях цепи (рис. 4.32), где Э.Д.С. указаны в вольтах и сопротивления в омах.

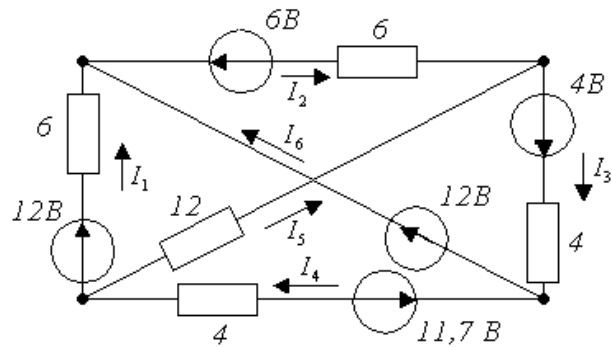


Рис. 4.32.

2.33. Найти токи в ветвях цепи (рис. 4.33).

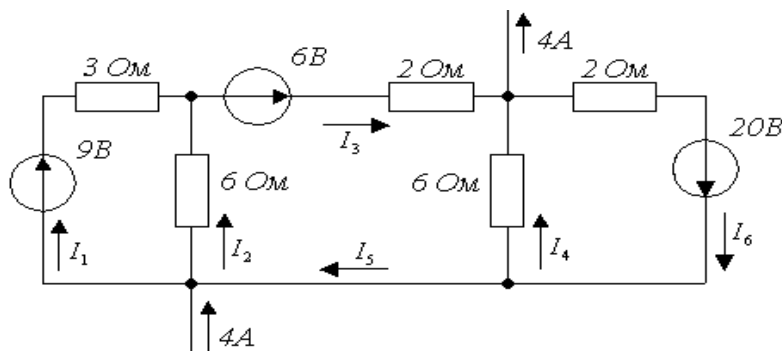


Рис. 4.33.

2.34. В проволочном кубе (рис.4.34) сопротивление каждого ребра $R_0 = 6 \text{ Ом}$. Определить сопротивление куба между заданными узлами: а) 1 и 8; б) 1 и 6; в) 1 и 2.

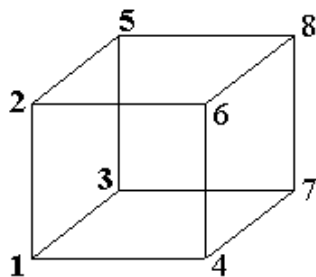


Рис. 4.34.

2.35. Два генератора работают параллельно на один приемник мощностью 50 кВт. Сопротивление одного генератора равно 0,1 Ом, а другого - 0,2 Ом.

Каковы должны быть Э.Д.С. генераторов, чтобы напряжение на зажимах приемника равнялось 220 В, а мощность первого генератора 35 кВт? При решении задачи формально получаются два ответа. Обосновать выбор одного из них и объяснить смысл другого.

ОТВЕТЫ:

- 4.1. -4 В.
4.2. 70 В.
4.3. а) от 0 до 240 В; б) от 80 до 240 В.
4.4. 80 В.
4.5. $20,08 \cdot 10^{-3}$ Ом; 0,05 А.
4.6. а) 30 и 20 А; 18 и 12 кВт; б) 45 кВт.
4.7. 8 А; 2 А; 6 А; 4 А; 2 А.
4.8. 0,733 Ом; 1,33 Ом; 0,733 Ом; 0,933 Ом; 0,6 Ом; 1,33 Ом; 1,3 Ом.
4.9. 21 А; 13 А; 16 А; 8 А.
4.10. 34 В; 2 Ом; 9 В.
4.11. 20 Ом; 40 В; 44 В.
4.12. $I = 2,5$ А.
4.13. 18 В.
4.14. -13 В; 4 В.
4.15. 2 Ом.
4.16. а) $U = A - DI$; б) $E_{\mathcal{E}} = E r_{\mathcal{E}} / r_0$; $r_{\mathcal{E}} = r_0 r_1 / (r_0 + r_1)$.
4.17. а) 0,69 А; б) 0,8 В.
4.18. 2 А; 3 А; 1 А; 46 Вт.
4.19. 5 А; 10 А; 5 А.
4.20. 1 А; 3 А; 2 А; 3 А; 5 А.
4.21. 3 А; 5 А; 1 А; 0; 1 А; -1 А; 2 А.
4.22. $I_{12} = 0$; $I_{13} = 2$ А; $I_{32} = 1$ А; $I_{24} = 1$ А; $I_{34} = 1$ А;
 $I_{41} = 2$ А.
4.23. 3 А.
4.24. -30 мА.
4.25. 0,8 А.
4.26. 3 А; 2 А; -1 А; 1 А; 3 А; 3 А; 3 А.
4.27. 2 А; 1 А; 1 А; 1 А; 2 А; 1 А.
4.28. 3 мА; 1,2 мА.
4.29. 3,25 А; 3 А.
4.30. 0,8 А.
4.31. 4 А; 4,8 мА.
4.32. -1 А; 1,17 А; 0,75 А; -1,42 А; -0,42 А; 2,17 А.
4.33. 5 А; 1 А; 6 А; 2 А; 2 А; 4 А.
4.34. а) 5 Ом; б) 4,5 Ом; в) 3,5 Ом.
4.35. 234,9 и 235,6 В. Отрицательное значение э.д.с. соответствует режиму, когда генератор работает потребителем.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. ч.1. Линейные электрические цепи. М.: Энергия, 1978.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники . Электрические цепи. Учебник.- 10-е изд. – М.: Гардарики,1999.
3. Основы теории цепей. М.: Энергоатомиздат, 1989. Авт.: Г.В.Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В.Страхов.
4. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники . ч.1. М.: Энергия, 1981.
5. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. М.: Высшая школа, 2000. Изд. 4^{ое}, переработанное . Под ред. Л.А. Бессонова.
6. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники. М.: Энергоиздат, 1982. Под ред. докт. техн. наук, проф. П.А. Ионкина.
7. Задачник по теории линейных электрических цепей . М.: Высшая школа ,1982. М.Р.Шебес.

Учебное текстовое электронное издание

**Ложкин Игорь Александрович
Корнилов Геннадий Петрович**

**ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ
ПОСТОЯННОГО ТОКА**

Сборник задач

1,73 Мб
1 электрон. опт. диск

г. Магнитогорск, 2015 год
ФГБОУ ВПО «МГТУ»
Адрес: 455000, Россия, Челябинская область, г. Магнитогорск,
пр. Ленина 38

ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
Центр электронных образовательных ресурсов и
дистанционных образовательных технологий
e-mail: ceor_dot@mail.ru