



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

О.Р. Панфилова
В.С. Великанов
И.М. Кутлубаев
И.Г. Усов

**НАДЁЖНОСТЬ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
ГОРНЫХ И ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН
ЧАСТЬ 2. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЁЖНОСТИ МАШИН
НА ПРИМЕРЕ КАРЬЕРНОГО ЭКСКАВАТОРА**

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

Магнитогорск
2021

УДК 621.867.1/.3
ББК 34.41

Рецензенты:

кандидат технических наук,
заместитель директора по перспективному развитию,
ООО «УралЭнергоРесурс»
А.А. Зубков

кандидат технических наук,
доцент кафедры проектирования и эксплуатации
металлургических машин и оборудования,
ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический
университет им. Г.И. Носова»
О.А. Филатова

Панфилова О.Р., Великанов В.С., Кутлубаев И.М., Усов И.Г.

Надёжность механических систем горных и транспортных машин. Часть 2. Расчет показателей надёжности машин на примере карьерного экскаватора [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ольга Рашидовна Панфилова, Владимир Семёнович Великанов, Ильдар Мухаметович Кутлубаев, Игорь Геннадьевич Усов ; ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». – Электрон. текстовые дан. (1,62 Мб). – Магнитогорск : ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2021. – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования : IBM PC, любой, более 1 GHz ; 512 Мб RAM ; 10 Мб HDD ; MS Windows XP и выше ; Adobe Reader 8.0 и выше ; CD/DVD-ROM дисковод ; мышь. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-9967-2163-4

Пособие составлено в соответствии с рабочей программой дисциплин «Теория надёжности горных машин и оборудования», «Надёжность механических систем» и «Надёжность транспортирующих машин и механизмов обогащательного передела».

Пособие предназначено для обучающихся специальностей 21.05.04 «Горное дело» и 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства», а также направления подготовки 23.04.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы».

УДК 621.867.1/.3
ББК 34.41

ISBN 978-5-9967-2163-4

© Панфилова О.Р., Великанов В.С.,
Кутлубаев И.М., Усов И.Г., 2021

© ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова», 2021

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
1. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ.....	5
1.1. Теоретические сведения.....	5
1.1.1. Расчет показателей надежности элементов с различными законами распределения времени безотказной работы	5
1.1.2. Расчет показателей надежности нерезервированных систем.....	8
1.1.3. Расчет показателей надежности простейших резервированных систем	11
1.2. Пример решения задачи	16
1.3. Задача для самостоятельного решения.....	40
2. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАНЫМ.....	41
2.1. Теоретические сведения.....	41
2.2. Пример решения задачи	45
2.3. Задача для самостоятельного решения.....	49
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	59

ВВЕДЕНИЕ

Учебные курсы "Теория надежности горных машин и оборудования", "Надежность механических систем" и "Надежность транспортирующих машин и механизмов обогатительного передела" включает лекционные и практические занятия. В рамках этих курсов обучающиеся изучают теорию надежности.

Особенности теории надежности:

- теория надежности является сложным для изучения предметом. Это связано с необходимостью часто использовать математические преобразования. Например, широкое применение в теории надежности нашли теория вероятностей и математическая статистика, многие выводы основаны на решении интегральных, алгебраических и дифференциальных уравнений (уравнения могут быть как линейными, так и нелинейными, а коэффициенты в них как постоянными, так и переменными). Также часто применяется математическая логика, теория систем массового обслуживания, теория графов, статистическое моделирование, теория оптимизации и т.д.;

- теория надежности требует применения компьютерных технологий для решения многих практических задач;

- отказы и восстановления являются случайными событиями;

- математическое моделирование объектов зачастую затруднено, поскольку отсутствуют достоверные данные о надежности отдельных элементов или их систем, например, не всегда точно известен закон распределения времени безотказной работы или восстановления;

- проведение статистических испытаний часто затруднительно из-за экономических или технических ограничений;

- современные технические системы являются весьма сложными с точки зрения их надежности, что приводит к созданию математических моделей с уравнениями большой размерности, решение которых в ряде случаев невозможно.

Учебное пособие содержит задачи и теоретический материал, который необходим для их решения, кроме того, в пособие включены примеры, рассматривающие последовательность решения типовых задач.

1. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ

1.1. Теоретические сведения

1.1.1. Расчет показателей надежности элементов с различными законами распределения времени безотказной работы

Наработка до отказа является случайной величиной. Распределение возможных значений наработки до отказа может подчиняться различным законам. Каждый закон характеризуется параметрами распределения (они указаны в скобках после условного обозначения закона):

- Вейбулла - $W(\alpha, \beta)$;
- гамма - $\Gamma(\alpha, \beta)$;
- Рэлея - $R(\lambda)$;
- экспоненциальный - $\text{Exp}(\lambda)$;
- усечённый нормальный - $TN(m_0, \sigma_0)$;
- нормальный – $N(m, \sigma)$;
- равномерный – $U(a, b)$.

Для всех законов существуют начальные моменты распределений: математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение. Связь начальных моментов с параметрами распределений приведена в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Связь параметров распределений с начальными моментами

Распределение	m	σ
Нормальное $N(m, \sigma); m > 3 \cdot \sigma$	m	σ
Усечённое нормальное $TN(m_0, \sigma_0); m_0 < 3 \cdot \sigma_0$	$m_0 + k \cdot \sigma_0$	$\sigma_0 \cdot \sqrt{1 + k \cdot \frac{m_0}{\sigma_0} + k^2}, \quad k = \frac{c}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{m_0^2}{2 \cdot \sigma_0^2}},$ $c = \frac{1}{0,5 + \Phi_0\left(\frac{m_0}{\sigma_0}\right)}$
Гамма $\Gamma(\alpha, \beta)$	$\alpha \cdot \beta$	$\sqrt{\alpha} \cdot \beta$
Экспоненциальное $\text{Exp}(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Рэлея $R(\lambda)$	$\sqrt{\frac{\pi}{4 \cdot \lambda}}$	$\sqrt{\frac{4 - \pi}{4 \cdot \lambda}}$
Вейбулла $W(\alpha, \beta)$	$\beta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$	$\beta \cdot \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}$
Равномерное $U(a, b), a \geq 0$	$\frac{a + b}{2}$	$\frac{b - a}{2 \cdot \sqrt{3}}$

Для усеченного нормального распределения при расчете среднего квадратического отклонения используется функция Лапласа

$$\Phi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Пример ее вычисления с помощью Microsoft Excel представлен на рисунке 1.6.

Для распределения Вейбулла начальные моменты вычисляются через гамма-функцию

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} \cdot e^{-x} dx.$$

Примеры ее вычисления с помощью Microsoft Excel представлены на рисунках 1.18-1.19.

Для вычисления вероятности безотказной работы и плотности распределения времени до отказа используются аналитические выражения, которые приведены в таблице 1.2.

Таблица 1.2

Связь параметров распределений вероятностью безотказной работы и плотностью распределения времени до отказа

Распределение	$f(t)$	$P(t)$
Экспоненциальное $\text{Exp}(\lambda)$	$\lambda \cdot e^{-\lambda t}$	$e^{-\lambda t}$
Равномерное $U(a, b), a \geq 0$	$\begin{cases} \frac{1}{b-a}, a \leq t \leq b; \\ 0, t < a, t > b \end{cases}$	$\begin{cases} 1, t < a \\ \frac{b-t}{b-a}, a \leq t \leq b; \\ 0, t > b \end{cases}$
Гамма $\Gamma(\alpha, \beta)$	$\frac{t^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha} \cdot \Gamma(\alpha)} \cdot e^{-\frac{t}{\beta}}$	$1 - I\left(\alpha, \frac{t}{\beta}\right)$
Усечённое нормальное $TN(m_0, \sigma_0)$ $m \geq 1,33 \cdot \sigma$	$\frac{c}{\sigma_0 \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(t-m_0)^2}{2 \cdot \sigma_0^2}}$ $c = \frac{1}{0,5 + \Phi_0\left(\frac{m_0}{\sigma_0}\right)}$	$c \left(0,5 - \Phi_0\left(\frac{t-m_0}{\sigma_0}\right) \right)$
Рэля $R(\lambda)$	$2 \cdot \lambda \cdot t \cdot e^{-\lambda t^2}$	$e^{-\lambda t^2}$
Вейбулла $W(\alpha, \beta)$	$\frac{\alpha \cdot t^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}}$	$e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}}$
Нормальное $N(m, \sigma), m > 3 \cdot \sigma$	$\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(t-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}}$	$0,5 - \Phi_0\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)$

В таблице 1.2 введены следующие обозначения:

$$\Phi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx - \text{функция Лапласа};$$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} \cdot e^{-x} dx - \text{гамма-функция};$$

$$I(\alpha, t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \cdot \int_0^t x^{\alpha-1} \cdot e^{-x} dx - \text{неполная гамма-функция}.$$

Поскольку решение многих задач теории надежности сопряжено с большим объёмом однотипных вычислений, в ряде случаев целесообразно пользоваться системой Microsoft Excel. Это позволит существенно сократить время решения задачи и избежать технических ошибок при проведении вычислений.

Для расчёта показателей, зависящих от времени (вероятности безотказной работы, плотности распределения времени безотказной работы и интенсивности отказов), необходимо создать таблицы, в левом столбце которых расположить ряд значений времени t , для каждого из которых эти показатели будут вычислены. Шаг рекомендуется выбрать таким, чтобы получилось минимум 10 отличных от нуля значений показателей надёжности.

Для большинства законов распределения времени безотказной работы в системе Microsoft Excel имеются статистические функции, которые могут быть интегрированы в ячейки таблицы при помощи мастера функций.

Следует обратить внимание, что данные функции возвращают вероятность отказа $Q(t)$, поэтому для вычисления вероятности безотказной работы следует воспользоваться формулой: $P(t) = 1 - Q(t)$.

Нормальное распределение

Функция НОРМРАСП. Возвращает нормальную функцию распределения: НОРМРАСП(x ;среднее;стандартное_откл;интегральная). Здесь в качестве аргумента « x » следует указать ссылку на ячейку со значением времени t ; в поле «среднее» записать значение m ; в поле «стандартное_откл» - значение σ (в нашем примере $\sigma = 100$). Для расчёта вероятности отказа в поле «интегральная» следует вписать значение ИСТИНА или 1, для расчёта плотности распределения принимается значение ЛОЖЬ или 0.

Усечённое нормальное распределение

Для расчёта показателей надёжности также используется функция НОРМРАСП. Однако, вычисленные с её помощью значения $P(t)$ и $f(t)$ следует умножить на коэффициент c (см. пункт 2.1.3). Этот коэффициент зависит от функции Лапласа $\Phi_0(m_0/\sigma_0)$, которая вычисляется следующим образом: НОРМРАСП(x ;0;1;ИСТИНА) – 0,5. Здесь в качестве аргумента « x » следует ввести отношение m_0/σ_0 .

Гамма-распределение

Функция ГАММАРАСП. Возвращает гамма-распределение: ГАММАРАСП(x ;альфа;бета;интегральная). Аргументы подставляются аналогично нормальному распределению: в качестве аргумента « x » выступает время t ; α и β – параметры распределения. При подстановке значения ИСТИНА

или 1 функция определяет вероятность отказа, по которой следует определить вероятность безотказной работы.

Экспоненциальное распределение

Функция ЭКСПРАСП. Возвращает экспоненциальное распределение: ЭКСПРАСП(х;лямбда;интегральная). Аргументы подставляются аналогично предыдущим функциям. Со значение ИСТИНА или 1 функция вычисляет вероятность отказа.

Распределение Рэля

Данную функцию также можно записать вручную ввиду её простоты. Другой способ – воспользоваться функцией ЭКСПРАСП(х;лямбда;интегральная), однако в качестве аргумента «х» записывать значение t^2 , а также при вычислении $f(t)$ умножить полученное с помощью ЭКСПРАСП значение на $2 \cdot t$.

Распределение Вейбулла

Функция ВЕЙБУЛЛ. Возвращает распределение Вейбулла: ВЕЙБУЛЛ(х;альфа;бета;интегральная). При записи в поле «интегральная» значения ИСТИНА или 1 вычисляется вероятность отказа.

Интенсивность отказов для любого закона распределения вычисляется по формуле

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}.$$

1.1.2. Расчет показателей надежности нерезервированных систем

Нерезервированной называется такая система, в которой отказ любого элемента приводит отказу всей системы. При этом остальные элементы системы прекращают свою работу. Структурная схема (схема расчета надежности) нерезервированной системы, состоящей из n элементов, представлена на рисунке 1.1.



Рис. 1.1. Структурная схема нерезервированной системы

Предположим, что невозстанавливаемая система состоит из элементов, времена до отказа у которых являются независимыми случайными величинами X_i . Пусть $P_i(t)$ и $f_i(t)$ – вероятность безотказной работы и плотность распределения времени до отказа i -го элемента соответственно.

Определим следующие характеристики надежности системы:

- вероятность безотказной работы $P_c(t)$,
- среднее время безотказной работы T_1 ,
- плотность распределения времени до отказа $f_c(t)$,
- интенсивность отказов $\lambda_c(t)$.

Вероятность безотказной работы

В данном случае отказ системы происходит при отказе элемента с минимальным временем исправной работы, т.е.

$$X_c = \min(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

где X_c – время работы системы до отказа.

По теореме умножения вероятностей получим:

$$\begin{aligned} P(X_c > t) &= P(\min(X_1, X_2, \dots, X_n) > t) = P(X_1 > t, X_2 > t, \dots, X_n > t) = \\ &= \prod_{j=1}^n P(X_j > t), \end{aligned}$$

здесь t – время функционирования системы.

Отсюда следует, что вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы ее элементов

$$P_c(t) = \prod_{j=1}^n P_j(t).$$

Плотность распределения времени до отказа

Так как $f(t) = -P'(t)$, то

$$f_c(t) = \sum_{j=1}^n P_1(t) \dots f_j(t) \dots P_n(t)$$

или

$$\begin{aligned} f_c(t) &= f_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_n(t) + \\ &+ P_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot P_n(t) + \dots + P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot f_n(t), \end{aligned}$$

где $P_j(t)$ – вероятность безотказной работы j -го элемента, $j = 1, 2, \dots, n$;

$f_j(t)$ – плотность распределения времени до отказа j -го элемента, $j = 1, 2, \dots, n$.

Среднее время безотказной работы

Среднее время безотказной работы, являясь математическим ожиданием времени до отказа системы, вычисляется по формуле:

$$T_1 = \int_0^{\infty} t f_c(t) dt$$

или

$$T_1 = \int_0^{\infty} P_c(t) dt.$$

Среднее время безотказной работы системы также может быть определено по формуле Симпсона. Для системы из пяти элементов формула Симпсона принимает вид:

$$T_c = \frac{h}{3} \cdot \left(1 + \sum_{k=1}^{n-1} (3 + (-1)^k) \cdot P_1(k \cdot h) \cdot P_2(k \cdot h) \cdot P_3(k \cdot h) \cdot P_4(k \cdot h) \cdot P_5(k \cdot h) \right),$$

где n – число точек,

h – шаг интегрирования, выбираемый из условия требуемой точности.

Интенсивность отказов

Определим интенсивность отказов системы $\lambda_c(t)$. По определению, интенсивности отказов

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\sum_{j=1}^n P_1(t) \dots f_1(t) \dots P_m(t)}{\prod_{j=1}^n P_j(t)} = \sum_{j=1}^n \frac{f_j(t)}{P_j(t)},$$

поэтому

$$\lambda_c(t) = \sum_{j=1}^n \lambda_j(t).$$

Между показателями надежности системы существуют зависимости:

$$P_c(t) = e^{-\int_0^t \lambda_c(t) dt};$$

$$T_c = \int_0^{\infty} P_c(t) dt;$$

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)};$$

$$f_c(t) = Q'_c(t) = -P'_c(t);$$

$$P_c(t) = 1 - \int_0^t f_c(t) dt.$$

Если элементы имеют одинаковую надежность, то $\lambda_c(t)/\lambda(t) = n$. Последнее означает, что интенсивность отказов системы, составленной из равнонадежных элементов, в n раз превышает интенсивность отказов элемента.

Получим формулы показателей надежности системы для случая постоянных интенсивностей отказов элементов. В данном случае $\lambda_j(t) = \lambda_j = \text{const}, j = 1, 2, \dots, n$.

Тогда

$$P_c(t) = \prod_{j=1}^n P_j(t) = \prod_{j=1}^n e^{-i\lambda_j t} = e^{-t \sum_{j=1}^n \lambda_j},$$

т.е.

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t},$$

где

$$\lambda_c = \sum_{j=1}^n \lambda_j.$$

Среднее время безотказной работы

$$T_1 = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_c t} dt.$$

т.е.

$$T_1 = \frac{1}{\lambda_c}.$$

Рассмотрим случай, когда время исправной работы каждого элемента нерезервированной системы имеет распределение Вейбулла с одинаковым параметром формы α и параметром масштаба β_j , $j = 1, 2, \dots, n$. Необходимо найти закон распределения времени до отказа системы.

Отказы элементов системы имеют распределение Вейбулла, поэтому

$$P_j = e^{-\left(\frac{t}{\beta_j}\right)^\alpha}.$$

Тогда зависимость $P_c(t)$ будет иметь вид:

$$P_c(t) = \prod_{j=1}^n P_j(t) = \prod_{j=1}^n e^{-\left(\frac{t}{\beta_j}\right)^\alpha} = e^{-\sum_{j=1}^n \frac{1}{\beta_j^\alpha} t^\alpha}.$$

Это значит, что время безотказной работы системы также имеет распределение Вейбулла с параметрами α и β , где

$$\frac{1}{\beta^\alpha} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\beta_j^\alpha}.$$

1.1.3. Расчет показателей надежности простейших резервированных систем

Основным способом повышения надежности и снижения техногенного риска является *структурное резервирование*, которое реализуется путем введения в систему дополнительных элементов, узлов, блоков (рисунок 1.2).

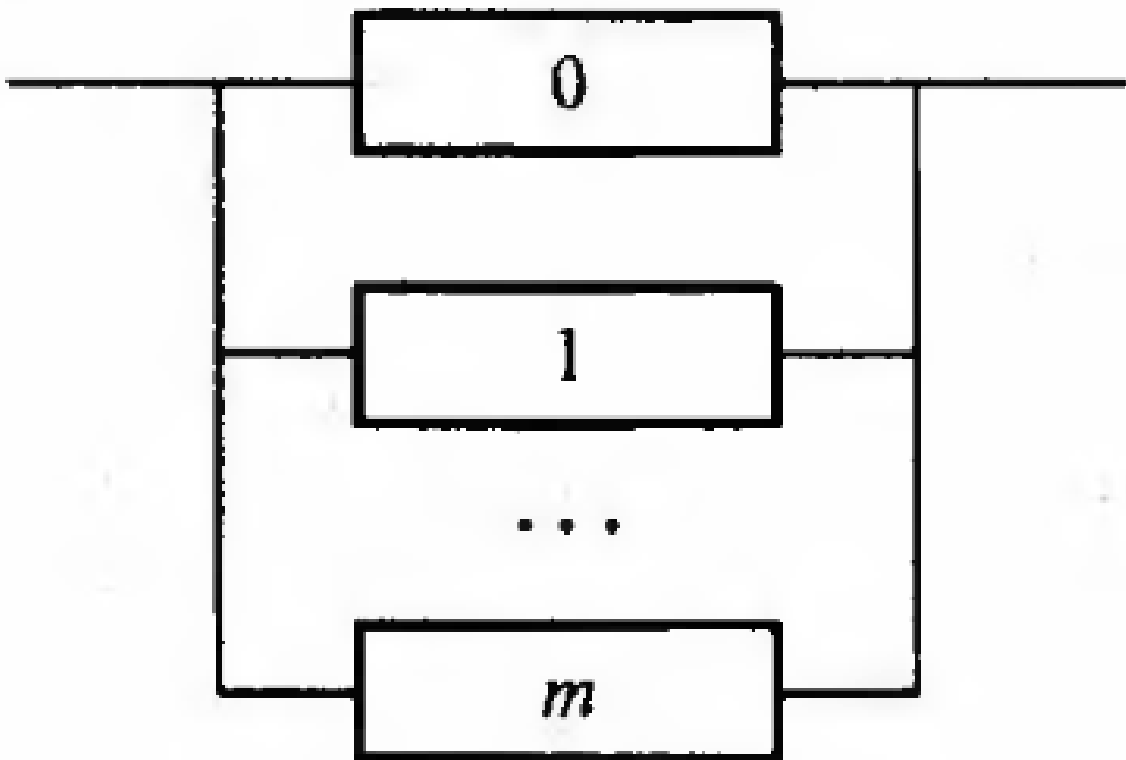


Рис. 1.2. Структурная схема системы с постоянно включенным резервом

Элемент с номером 0 является основным, а элементы с номерами 1, 2, ..., m – резервными. Общее число элементов в системе $n = m + 1$, где m – кратность резервирования – отношение числа резервных элементов к числу основных.

В данном случае отказ системы наступает при отказе элемента с максимальным временем работы, т.е.

$$X_c = \max(X_0, X_1, \dots, X_m).$$

По теореме умножения вероятностей имеем:

$$\begin{aligned} P(X_c \leq t) &= P(\max(X_0, X_1, \dots, X_m) \leq t) = P(X_0 \leq t, X_1 \leq t, \dots, X_m \leq t) = \\ &= \prod_{i=0}^m P(X_i \leq t). \end{aligned}$$

Отсюда следует, что вероятность отказа системы равна произведению вероятностей отказов ее элементов:

$$Q_c(t) = \prod_{i=0}^m Q_i(t)$$

или

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=0}^m (1 - P_i(t)).$$

На практике наиболее часто имеют место случаи, когда основная система и все резервные одинаковы и имеют вероятность безотказной работы $P(t)$. Тогда

$$P_c(t) = 1 - (1 - P_i(t))^n.$$

Так как $f(t) = Q'(t)$, то

$$f_c(t) = \sum_{i=0}^m Q_0(t) \dots f_i(t) \dots Q_m(t),$$

тогда

$$f_c(t) = \sum_{i=0}^m (1 - Q_0(t)) \dots f_i(t) \dots (1 - P_m(t)).$$

Определим интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ резервированной системы с постоянно включенным резервом. По определению интенсивности отказов имеем:

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\sum_{i=0}^m Q_0(t) \dots f_i(t) \dots Q_m(t)}{1 - \prod_{i=0}^m Q_i(t)} = \frac{\sum_{i=0}^m f_j(t) \prod_{i \neq j}^m Q_i(t)}{1 - \prod_{i=0}^m Q_i(t)}.$$

Получим расчетные формулы для случая равнонадежных систем и постоянной интенсивности отказов элементов $\lambda_0 = \lambda_1 = \dots \lambda_m = \lambda$. В этом случае вероятность безотказной работы системы определяется по формуле:

$$P_c(t) = 1 - (1 - P_i(t))^{m+1} = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}.$$

Выражение для интенсивности отказов системы легко получить из соотношения:

$$\lambda_c(t) = -\frac{P'(t)}{P_c(t)}.$$

Подставляя в это соотношение $P_c(t)$ из

$$P_c(t) = 1 - (1 - P_i(t))^{m+1} = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}$$

и его производную $P_c'(t)$, получим:

$$\lambda_c(t) = \frac{(m+1)\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}}.$$

Из выражения видно, что $\lambda_c(0) = 0$ и с ростом t увеличивается. Предельное значение равно

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_c(t) = \lambda.$$

Зависимость интенсивности отказов от времени приведена на рисунке 1.3.

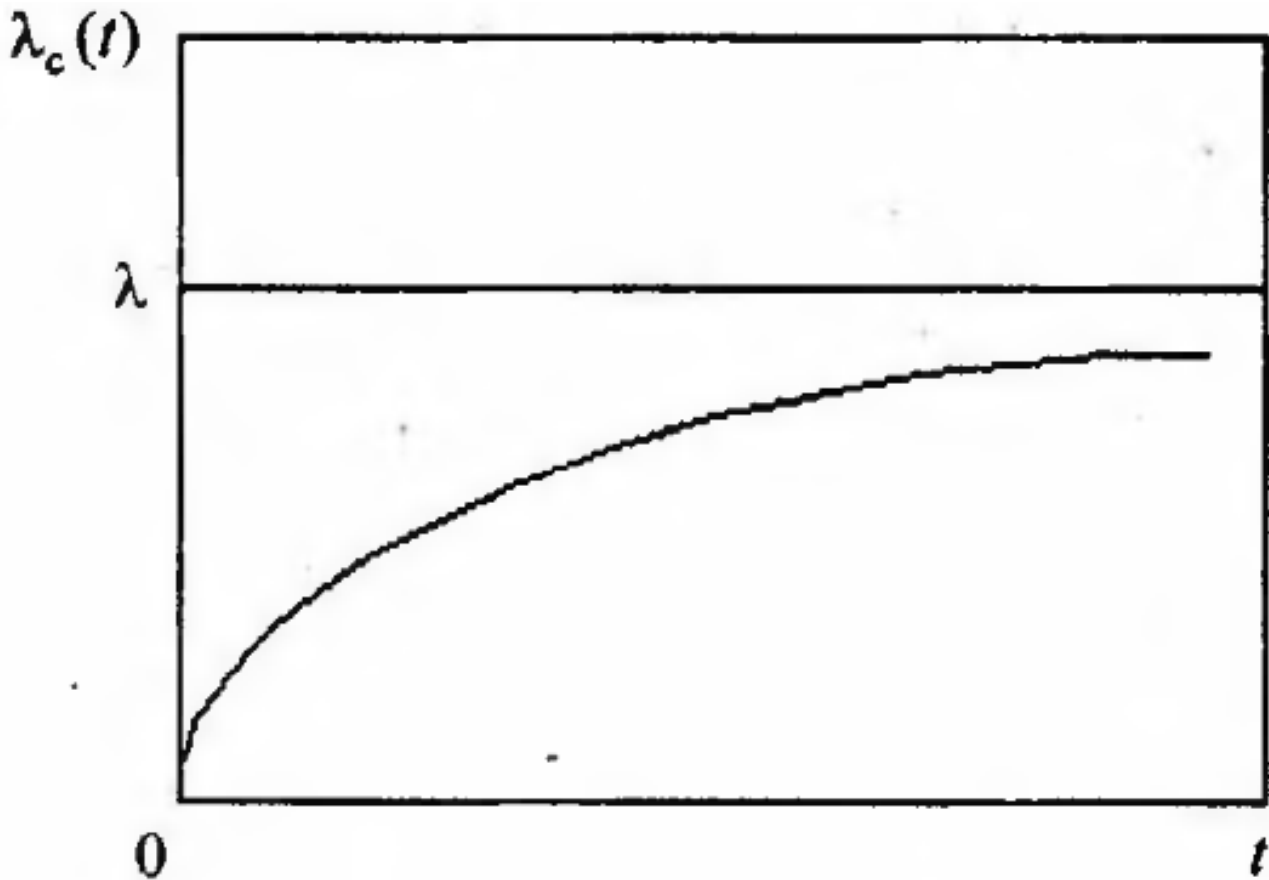


Рис. 1.3. Зависимость интенсивности отказа резервированной системы от времени

Из выражения

$$P_c(t) = 1 - (1 - P_i(t))^{m+1} = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}$$

следует, что

$$T_1 = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} (1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}) dt.$$

Вычислим вспомогательный интеграл:

$$\begin{aligned}
I(m+1) &= \int_0^{\infty} \left(1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}\right) dt = \int_0^{\infty} \left(1 - (1 - e^{-\lambda t})^m (1 - e^{-\lambda t})\right) dt = \\
&= I(m) + \int_0^{\infty} (1 - e^{-\lambda t})^m e^{-\lambda t} dt = I(m) + \frac{1}{(m+1)\lambda}.
\end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned}
I(m+1) &= I(m) + \frac{1}{(m+1)\lambda} = I(m-1) + \frac{1}{m\lambda} + \frac{1}{(m+1)\lambda} = \dots \\
&= I(1) + \frac{1}{2\lambda} + \dots + \frac{1}{m\lambda} + \frac{1}{(m+1)\lambda} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2\lambda} + \dots + \frac{1}{m\lambda} + \frac{1}{(m+1)\lambda}.
\end{aligned}$$

Таким образом,

$$T_1 = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{k}.$$

Так как среднее время безотказной работы нерезервированной системы $T_0 = 1/\lambda$, то

$$T_1 = T_0 \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{k}.$$

Также существуют такие технические системы, часто называемые мажоритарными, с дробной кратностью резервирования $m/(n-m)$, где m – число резервных элементов, n – общее число элементов.

Мажоритарная система будет работоспособной в течение времени t (событие A) при отказе не более чем m элементов. Пусть A_i – событие, состоящее в отказе любых i ($0 \leq i \leq m$) элементов за время t . Тогда

$$A = \sum_{i=0}^m A_i.$$

Событие A_i произойдет, если откажут любые i элементов, а остальные $n-i$ элементов останутся работоспособными. Вероятность этого события выражается формулой Бернулли:

$$P(A_i) = C_n^i Q^i(t) P^{n-i}(t).$$

Поскольку события A_i попарно несовместимы, то вероятность суммы событий равна сумме вероятностей этих событий, т.е.

$$P(A) = \sum_{i=0}^m P(A_i) = \sum_{i=0}^m C_n^i Q^i(t) P^{n-i}(t).$$

Таким образом, вероятность безотказной работы мажоритарной системы при условии, что все элементы имеют одинаковую надежность, равна

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^m C_n^i Q^i(t) P^{n-i}(t).$$

В частности, при $m = 0$ получаем основное соединение элементов, для которого $P_c(t) = P^n(t)$, при $m = n - 1$ – резервное соединение элементов, для

которого $P_c(t) = 1 - Q^n(t)$. При $m = 1$ получаем систему, отказ которой наступает при отказе двух любых ее элементов. В этом случае $P_c(t) = P^n(t) + n \cdot Q(t) \cdot P^{n-1}(t)$.

Формулу для вероятности безотказной работы символически можно представить следующим образом:

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^m \frac{\partial^i (P(t) + xQ(t)^n)}{i! \partial x^i} \Big|_{x=0}.$$

Справедливо также рекуррентное соотношение, выражающее вероятность безотказной работы мажоритарной системы $P_c(t) = P_c(t, n, m)$ через вероятности аналогичной системы меньшей размерности:

$$P_c(t, n, m) = Q(t)P_c(t, n-1, m-1) + P(t)P_c(t, n-1, m).$$

Определим интенсивность отказа $\lambda_c(t)$ мажоритарной системы и исследуем ее свойства.

Так как плотность распределения $f_c(t) = -P'_c(t)$, то используя формулу

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^m C_n^i Q^i(t) P^{n-i}(t).$$

получим

$$f_c(t) = - \sum_{i=0}^m C_n^i Q^{i-1}(t) P^{n-i}(t) f(t) + \sum_{i=0}^m C_n^i (n-i) Q^i(t) P^{n-i-1}(t) f(t).$$

Преобразуем это выражение:

$$\begin{aligned} f_c(t) &= - \sum_{i=0}^m \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} Q^{i-1}(t) P^{n-i}(t) f(t) + \\ &+ \sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i-1)!} Q^i(t) P^{n-i-1}(t) f(t) = \\ &= - \sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i-1)!} Q^i(t) P^{n-i-1}(t) f(t) + \\ &+ \sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i-1)!} Q^i(t) P^{n-i-1}(t) f(t) = \\ &= (n-m) C_n^m Q^m(t) P^{n-m-1}(t) f(t). \end{aligned}$$

Найдем теперь интенсивность отказа мажоритарной системы:

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{(n-m) C_n^m Q^m(t) P^{n-m-1}(t) f(t)}{\sum_{i=0}^m C_n^i Q^i(t) P^{n-i}(t)}$$

или

$$\lambda_c(t) = \frac{(n-m) C_n^m Q^m(t) P^{n-m}(t)}{\sum_{i=0}^m C_n^i Q^i(t) P^{n-i}(t)} \lambda(t).$$

Вычислим, во сколько раз интенсивность отказов системы больше интенсивности отказов одного элемента:

$$\frac{\lambda_c(t)}{\lambda(t)} = (n-m) \frac{C_n^m Q^m(t) P^{n-m}(t)}{\sum_{i=0}^m C_n^i Q^i(t) P^{n-i}(t)}.$$

Рассмотрим случай наличия резерва ($m \geq 1$). Тогда в начальный момент времени $t = 0$ получим $\lambda_c(0)/\lambda(0) = 0$, а при $t \rightarrow \infty$ имеет место равенство:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\lambda_c(t)}{\lambda(t)} = (n - m) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\sum_{i=0}^m \frac{C_n^i}{C_n^m} \left(\frac{P(t)}{Q(t)} \right)^{m-i}} = n - m.$$

Таким образом, наличие резерва приводит к изменению отношения интенсивности отказов системы к интенсивности отказов элементов от нуля до постоянной величины, равной количеству основных элементов системы ($n - m$).

1.2. Пример решения задачи

В качестве примера рассмотрим расчет показателей надежности карьерного гидравлического экскаватора.

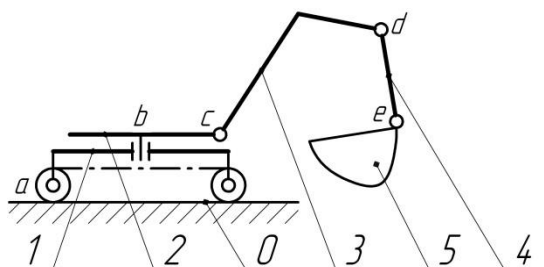


Рис. 1.4. Карьерный гидравлический экскаватор:
1 – ходовая рама; 2 – поворотная платформа; 3 – стрела;
4 – рукоять; 5 – рабочий орган

Его основными звеньями являются ходовая рама 1, поворотная платформа 2, стрела 3, рукоять 4 и рабочий орган 5. Таким образом, экскаватор является нерезервированной системой, состоящей из пяти элементов. В учебных целях примем допущение, что все элементы имеют разные законы распределения времени работы до отказа. Виды законов распределения и их параметры приведены в таблице 1.3.

Таблица 1.3
Законы распределения времени до отказа элементов и их параметры

Элементы				
1	2	3	4	5
TN(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	Г(9; 65)

Определить начальные моменты распределений: математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение для каждого элемента.

Определить показатели надёжности:

- вероятность безотказной работы всех элементов и системы;
- вероятность отказа всех элементов и системы;

- плотность распределения времени безотказной работы всех элементов и системы;
- интенсивность отказов всех элементов и системы;
- среднее время безотказной работы системы.

Для показателей, зависящих от времени, получить решение в виде графиков и таблиц.

Поскольку решение данной задачи сопряжено с большим объёмом однотипных вычислений, целесообразно воспользоваться системой Microsoft Excel. Это позволит существенно сократить время решения задачи и избежать технических ошибок при проведении вычислений.

Примеры записи формул для расчета начальных моментов для **нормального распределения** в Microsoft Excel представлены на рисунках 1.5-1.6.

	A	B	C
46		N(390; 100)	R(2·10 ⁻⁵)
47	m	390	198
48	σ	100	104
49			

Рис. 1.5. Вычисление математического ожидания при нормальном распределении

	A	B	C
46		N(390; 100)	R(2·10 ⁻⁵)
47	m	390	198
48	σ	100	104
49			

Рис. 1.6. Вычисление среднего квадратического отклонения при нормальном распределении

Примеры записи формул для расчета начальных моментов для **усеченного нормального распределения** в Microsoft Excel представлены на рисунках 1.7-1.12.

	H	I	J	K
2		Φ0(390/100)		
3		0,499952		
4		с		

Рис. 1.7. Вычисление функции Лапласа

fx =1/(0,5+I3)			
	H	I	J
4		c	
5		1,000048	
6			

Рис. 1.8. Вычисление коэффициента c

fx =I5/(КОРЕНЬ(2*ПИ()))*EXP(-(390^2)/(2*100^2))						
	H	I	J	K	L	M
6		k				
7		0,000198665				
8		0,000198665				
9						

Рис. 1.9. Вычисление коэффициента k первым способом

fx =НОРМ.РАСП(0;390;100;0)*I5*100						
	H	I	J	K	L	M
6		k				
7		0,000198665				
8		0,000198665				
9						

Рис. 1.10. Вычисление коэффициента k вторым способом

fx =390+I7*100			
	A	B	C
46		TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$
47	m	390,0198665	198
48	σ	100	104
49			

Рис. 1.11. Вычисление математического ожидания при усеченном нормальном распределении

fx =100*КОРЕНЬ(1+I7*390/100+I7^2)				
	A	B	C	
46		TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$	W
47	m	390,0198665	198	
48	σ	100,0387342	104	
49				

Рис. 1.12. Вычисление среднего квадратического отклонения при усеченном нормальном распределении

Примеры записи формул для расчета начальных моментов для *гамма-распределения* в Microsoft Excel представлены на рисунках 1.13-1.14.

fx =9*65			
	A	F	G
46		$\Gamma(9; 65)$	U(200;600)
47	m	585	400
48	σ	195	115
49			

Рис. 1.13. Вычисление математического ожидания при гамма-распределении

fx =КОРЕНЬ(9)*65			
	A	F	G
46		$\Gamma(9; 65)$	U(200;600)
47	m	585	400
48	σ	195	115
49			

Рис. 1.14. Вычисление среднего квадратического отклонения при гамма-распределении

Примеры записи формул для расчета начальных моментов для *экспоненциального распределения* в Microsoft Excel представлены на рисунках 1.15-1.16.

fx =1/(8*10^-5)			
	A	E	F
46		$\text{Exp}(8 \cdot 10^{-5})$	$\Gamma(9; 65)$
47	m	12500	585
48	σ	12500	195
49			

Рис. 1.15. Вычисление математического ожидания при экспоненциальном распределении

fx =1/(8*10^-5)			
	A	E	F
46		$\text{Exp}(8 \cdot 10^{-5})$	$\Gamma(9; 65)$
47	m	12500	585
48	σ	12500	195
49			

Рис. 1.16. Вычисление среднего квадратического отклонения при экспоненциальном распределении

Примеры записи формул для расчета начальных моментов для *распределения Рэлея* в Microsoft Excel представлены на рисунках 1.17-1.18.

fx =КОРЕНЬ(ПИ()/(4*2*10^-5))				
	A	C	D	
46		$R(2 \cdot 10^{-5})$	$W(5; 200)$	E
47	m	198	184	
48	σ	104	42	
49				

Рис. 1.17. Вычисление математического ожидания при распределении Рэлея

fx =КОРЕНЬ((4-ПИ()/(4*2*10^-5))				
	A	C	D	
46		$R(2 \cdot 10^{-5})$	$W(5; 200)$	Exp
47	m	198	184	12
48	σ	104	42	12
49				)

Рис. 1.18. Вычисление среднего квадратического отклонения при распределении Рэлея

Примеры записи формул для расчета начальных моментов для *распределения Вейбулла* в Microsoft Excel представлены на рисунках 1.19-1.22.

fx =EXP(ГАММАНЛОГ(1+1/5))			
	C	D	E
50		$\Gamma(1+1/5)$	
51		0,918168742	
52		$\Gamma(1+2/5)$	
53		0,887263818	
54			

Рис. 1.19. Вычисление гамма-функции для аргумента $(1+1/\alpha)$

fx =EXP(ГАММАНЛОГ(1+2/5))			
	C	D	E
50		$\Gamma(1+1/5)$	
51		0,918168742	
52		$\Gamma(1+2/5)$	
53		0,887263818	
54			

Рис. 1.20. Вычисление гамма-функции для аргумента $(1+2/\alpha)$

fx =200*D51			
	A	D	E
46		W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)
47	m	184	12500
48	σ	42	12500
49			

Рис. 1.21. Вычисление математического ожидания при распределении Вейбулла

fx =200*КОРЕНЬ(D53-D51^2)			
	A	D	E
46		W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)
47	m	184	12500
48	σ	42	12500
49			

Рис. 1.22. Вычисление среднего квадратического отклонения при распределении Вейбулла

Примеры записи формул для расчета начальных моментов для *равномерного распределения* в Microsoft Excel представлены на рисунках 1.23-1.24.

fx =(200+600)/2			
	A	G	H
46		U(200;600)	
47	m	400	
48	σ	115	
49			

Рис. 1.23. Вычисление математического ожидания при равномерном распределении

fx =(600-200)/(2*КОРЕНЬ(3))			
	A	G	H
46		U(200;600)	
47	m	400	
48	σ	115	
49			

Рис. 1.24. Вычисление среднего квадратического отклонения при равномерном распределении

Вычисленные значения начальных моментов удобно представить в виде таблицы 1.4.

Таблица 1.4

Начальные моменты распределения времени безотказной работы

	Элементы				
	1	2	3	4	5
	N(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	Г(9; 65)
m	390	198	184	12500	585
σ	100	104	42	12500	195

Для расчёта показателей, зависящих от времени (вероятности безотказной работы, вероятности отказа, плотности распределения времени безотказной работы и интенсивности отказов), необходимо создать таблицы, в левом столбце которых расположить ряд значений времени t , для каждого из которых эти показатели будут вычислены. Шаг рекомендуется выбрать таким, чтобы для каждого элемента получилось минимум 10 отличных от нуля значений показателей надёжности.

Затем для каждого показателя надёжности создаётся массив данных по каждому элементу (таблицы 1.5-1.8).

Для большинства заданных законов в системе Microsoft Excel имеются статистические функции, которые могут быть интегрированы в ячейки таблицы при помощи мастера функций.

Нормальное распределение

Функция НОРМРАСП. Возвращает нормальную функцию распределения: НОРМРАСП(x ;среднее;стандартное_откл;интегральная).

Данную функцию также допускается использовать для расчета показателей надёжности при усеченном нормальном законе распределения времени безотказной работы, если выполняется условие $m_0 > 3 \cdot \sigma_0$. В рассматриваемом примере данное условие выполняется: $390 > 3 \cdot 100$.

Здесь в качестве аргумента « x » следует указать ссылку на ячейку со значением времени t ; в поле «среднее» записать значение m (в нашем примере $m = 390$); в поле «стандартное_откл» - значение σ (в нашем примере $\sigma = 100$). Для расчёта вероятности отказа в поле «интегральная» следует вписать значение ИСТИНА или 1, для расчёта плотности распределения принимается значение ЛОЖЬ или 0. Следует обратить внимание, что данная функция возвращает вероятность отказа $Q(t)$, поэтому для вычисления вероятности безотказной работы следует воспользоваться формулой $P(t) = 1 - Q(t)$ (рисунок 1.25).

fx =1-НОРМРАСП(A4;390;100;1)			
	A	B	C
3	Время t	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$
4	0	0,99995	1,00000
5	100	0,99813	0,81873

Рис. 1.25. Запись функции для расчета вероятности безотказной работы при нормальном распределении

fx =НОРМРАСП(A19;390;100;1)			
	A	B	C
18	Время t	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$
19	0	0,00005	0,00000
20	100	0,00187	0,18127

Рис. 1.26. Запись функции для расчета вероятности отказа при нормальном распределении

fx =НОРМРАСП(A34;390;100;0)			
	A	B	C
33	Время t	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$
34	0	0,00000	0,00000
35	100	0,00006	0,00327

Рис. 1.27. Запись функции для расчета плотности распределения времени безотказной работы при нормальном распределении

Усечённое нормальное распределение

Данное распределение необходимо использовать, если выполняется условие $m_0 \leq 3 \cdot \sigma_0$. В рассматриваемом примере данное условие не выполняется: $390 > 3 \cdot 100$. Однако, в качестве примера рассмотрим вычисление показателей надежности при усеченном нормальном распределении для этих параметров.

Для расчёта показателей надёжности также используется функция НОРМРАСП. Однако, вычисленные с её помощью значения $P(t)$ и $f(t)$ следует умножить на коэффициент c

$$c = \frac{1}{0,5 + \Phi_0\left(\frac{m_0}{\sigma_0}\right)},$$

где $\Phi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ - функция Лапласа.

Функция Лапласа $\Phi_0(m_0/\sigma_0)$ вычисляется следующим образом: НОРМРАСП(x;0;1;ИСТИНА) – 0,5. Здесь в качестве аргумента «x» следует ввести отношение m_0/σ_0 (в нашем примере $m_0/\sigma_0 = 390/100 = 3,9$).

fx =НОРМРАСП(390/100;0;1;1)-0,5				
	Н	I	J	K
2		Φ0(390/100)		
3		0,499952		
4		c		

Рис. 1.28. Вычисление функции Лапласа

fx =1/(0,5+I3)			
	Н	I	J
4		c	
5		1,000048	
6			

Рис. 1.29. Вычисление коэффициента c

fx =(1-НОРМРАСП(A4;390;100;1))*I\$5				
	A	B	C	
3	Время t	TN(390; 100)	R(2·10 ⁻⁵)	W
4	0	1,00000	1,00000	1
5	100	0,99818	0,81873	0

Рис. 1.30. Запись функции для расчета вероятности безотказной работы при усеченном нормальном распределении

fx =1-B4			
	A	B	C
18	Время t	TN(390; 100)	R(2·10 ⁻⁵)
19	0	0,00000	0,00000
20	100	0,00182	0,18127

Рис. 1.31. Запись функции для расчета вероятности отказа при усеченном нормальном распределении

fx =НОРМРАСП(A34;390;100;0)*I\$5			
	A	B	C
33	Время t	TN(390; 100)	R(2·10 ⁻⁵)
34	0	0,00000	0,00000
35	100	0,00006	0,00327

Рис. 1.32. Запись функции для расчета плотности распределения времени безотказной работы при усеченном нормальном распределении

Гамма-распределение

Функция ГАММАРАСП. Возвращает гамма-распределение: ГАММАРАСП(х;альфа;бета;интегральная), вычисляя таким образом вероятность отказа элемента до момента времени t (рисунок 1.34).

Аргументы подставляются аналогично нормальному распределению: в качестве аргумента «х» выступает время t ; α и β – параметры распределения (в нашем примере $\alpha = 9$, $\beta = 65$). При подстановке значения ИСТИНА или 1 функция определяет вероятность отказа, по которой следует определить вероятность безотказной работы с помощью формулы $P(t) = 1 - Q(t)$ (рисунок 1.33).

На рисунках 1.33-1.35 представлены примеры записи функций Microsoft Excel, позволяющие определить вероятность безотказной работы, вероятность отказа и плотность распределения времени до отказа для элемента с гамма-распределением наработки до отказа.

fx =1-ГАММАРАСП(A4;9;65;1)			
	A	F	G
3	Время t	$\Gamma(9; 65)$	Система
4	0	1,00000	1,00000
5	100	0,99997	0,78576

Рис. 1.33. Запись функции для расчета вероятности безотказной работы при гамма-распределении

fx =ГАММАРАСП(A19;9;65;1)			
	A	F	G
18	Время t	$\Gamma(9; 65)$	Система
19	0	0,00000	0,00000
20	100	0,00003	0,21424

Рис. 1.34. Запись функции для расчета вероятности отказа при гамма-распределении

fx =ГАММАРАСП(A34;9;65;0)			
	A	F	G
33	Время t	$\Gamma(9; 65)$	Система
34	0	0,00000	0,00008
35	100	0,00000	0,00448

Рис. 1.35. Запись функции для расчета плотности распределения времени безотказной работы при гамма-распределении

Экспоненциальное распределение

Функция ЭКСПРАСП. Возвращает экспоненциальное распределение: ЭКСПРАСП(х;лямбда;интегральная), вычисляя таким образом вероятность отказа элемента до момента времени t (рисунок 1.37).

Аргументы подставляются аналогично предыдущим функциям (в нашем примере $\lambda = 8 \cdot 10^{-5}$). Со значением ИСТИНА или 1 функция вычисляет вероятность отказа (рисунок 1.36). Вероятность безотказной работы вычисляется с помощью формулы $P(t) = 1 - Q(t)$ (рисунок 1.36). При подстановке вместо «интегральная» значения ЛОЖЬ или 0 определяется плотность распределения времени до отказа элемента в момент времени t (рисунок 1.38).

На рисунках 1.36-1.38 представлены примеры записи функций Microsoft Excel, позволяющие определить вероятность безотказной работы, вероятность отказа и плотность распределения времени до отказа для элемента с экспоненциальным распределением наработки до отказа.

fx =1-ЭКСПРАСП(A4;8*10^-5;1)			
	A	E	F
3	Время t	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	$\Gamma(9; 65)$
4	0	1,00000	1,00000
5	100	0,99203	0,99997

Рис. 1.36. Запись функции для расчета вероятности безотказной работы при экспоненциальном распределении

fx =ЭКСПРАСП(A19;8*10^-5;1)			
	A	E	F
18	Время t	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	$\Gamma(9; 65)$
19	0	0,00000	0,00000
20	100	0,00797	0,00003

Рис. 1.37. Запись функции для расчета вероятности отказа при экспоненциальном распределении

fx =ЭКСПРАСП(A34;8*10^-5;0)			
	A	E	F
33	Время t	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	$\Gamma(9; 65)$
34	0	0,00008	0,00000
35	100	0,00008	0,00000

Рис. 1.38. Запись функции для расчета плотности распределения времени безотказной работы при экспоненциальном распределении

Распределение Рэлея

Данную функцию можно записать вручную ввиду её простоты (на основании зависимостей, представленных в таблице 1.2). Другой способ – воспользоваться функцией ЭКСПРАСП(х;лямбда;интегральная), однако в качестве аргумента «х» записывать значение t^2 (рисунки 1.39-1.40). В рассматриваемом примере параметр распределения $\lambda = 2 \cdot 10^{-5}$ – это значение записывается в поле «лямбда» (рисунки 1.38-1.40). Также при вычислении $f(t)$ необходимо умножить полученное с помощью ЭКСПРАСП значение на $2 \cdot t$ (рисунок 1.41).

На рисунках 1.39-1.41 представлены примеры записи функций Microsoft Excel, позволяющие определить вероятность безотказной работы, вероятность отказа и плотность распределения времени до отказа для элемента с распределением Рэлея.

fx =1-ЭКСПРАСП(A4^2;2*10^-5;1)				
	A	C	D	
3	Время t	$R(2 \cdot 10^{-5})$	$W(5; 200)$	Exp
4	0	1,00000	1,00000	1,
5	100	0,81873	0,96923	0,

Рис. 1.39. Запись функции для расчета вероятности безотказной работы при распределении Рэлея

fx =ЭКСПРАСП(A19^2;2*10^-5;1)				
	A	C	D	
18	Время t	$R(2 \cdot 10^{-5})$	$W(5; 200)$	Ex
19	0	0,00000	0,00000	0
20	100	0,18127	0,03077	0

Рис. 1.40. Запись функции для расчета вероятности отказа при распределении Рэлея

fx =ЭКСПРАСП(A34^2;2*10^-5;0)*2*A34				
	A	C	D	E
33	Время t	$R(2 \cdot 10^{-5})$	$W(5; 200)$	Exp(8·10
34	0	0,00000	0,00000	0,0000
35	100	0,00327	0,00151	0,0000

Рис. 1.41. Запись функции для расчета плотности распределения времени безотказной работы при распределении Рэлея

Распределение Вейбулла

Функция ВЕЙБУЛЛ. Возвращает распределение Вейбулла: ВЕЙБУЛЛ(х;альфа;бета;интегральная). При записи вместо «интегральная» значения ИСТИНА вычисляется вероятность отказа (в нашем примере $\alpha = 5$, $\beta = 200$).

fx =1-ВЕЙБУЛЛ(A4;5;200;1)			
	A	D	E
3	Время t	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)
4	0	1,00000	1,00000
5	100	0,96923	0,99203

Рис. 1.42. Запись функции для расчета вероятности безотказной работы при распределении Вейбулла

fx =ВЕЙБУЛЛ(A19;5;200;1)			
	A	D	E
18	Время t	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)
19	0	0,00000	0,00000
20	100	0,03077	0,00797

Рис. 1.43. Запись функции для расчета вероятности отказа при распределении Вейбулла

fx =ВЕЙБУЛЛ(A34;5;200;0)			
	A	D	E
33	Время t	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)
34	0	0,00000	0,00008
35	100	0,00151	0,00008

Рис. 1.44. Запись функции для расчета плотности распределения времени безотказной работы при распределении Вейбулла

Интенсивность отказов для любого закона распределения вычисляется по формуле

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)},$$

где $f(t)$ – плотность распределения времени безотказной работы элемента в момент времени t ;

$P(t)$ – вероятность безотказной работы элемента до времени t .

При расчете интенсивности отказов элемента в каждый момент времени необходимо подставлять в формулу плотность распределения времени безотказной работы и вероятность безотказной работы для этого же элемента и для такого же времени. Пример вычисления интенсивности отказов с помощью Microsoft Excel представлен на рисунке 1.45.

fx =B34/B4			
	A	B	C
57	Время t	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$
58	0	0,00000	0,00000
59	100	0,00006	0,00400

Рис. 1.45. Запись формулы для расчета интенсивности отказов элемента

Таблица 1.5

Вероятности безотказной работы элементов

Время t	Элементы				
	1	2	3	4	5
	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$	$W(5; 200)$	$\text{Exp}(8 \cdot 10^{-5})$	$\Gamma(9; 65)$
0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
100	0,99818	0,81873	0,96923	0,99203	0,99997
200	0,97133	0,44933	0,36788	0,98413	0,99553
300	0,81598	0,16530	0,00050	0,97629	0,95415
400	0,46019	0,04076	0,00000	0,96851	0,83095
500	0,13567	0,00674	0,00000	0,96079	0,63541
600	0,01787	0,00075	0,00000	0,95313	0,42566
700	0,00097	0,00006	0,00000	0,94554	0,25312
800	0,00002	0,00000	0,00000	0,93800	0,13588
900	0,00000	0,00000	0,00000	0,93053	0,06689
1000	0,00000	0,00000	0,00000	0,92312	0,03061

Таблица 1.6

Вероятности отказа элементов

Время t	Элементы				
	1	2	3	4	5
	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$	$W(5; 200)$	$\text{Exp}(8 \cdot 10^{-5})$	$\Gamma(9; 65)$
0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,00182	0,18127	0,03077	0,00797	0,00003
200	0,02867	0,55067	0,63212	0,01587	0,00447
300	0,18402	0,83470	0,99950	0,02371	0,04585
400	0,53981	0,95924	1,00000	0,03149	0,16905
500	0,86433	0,99326	1,00000	0,03921	0,36459
600	0,98213	0,99925	1,00000	0,04687	0,57434
700	0,99903	0,99994	1,00000	0,05446	0,74688
800	0,99998	1,00000	1,00000	0,06200	0,86412
900	1,00000	1,00000	1,00000	0,06947	0,93311
1000	1,00000	1,00000	1,00000	0,07688	0,96939

Таблица 1.7

Плотность распределения времени безотказной работы элементов

Время t	Элементы				
	1	2	3	4	5
	TN(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	Г(9; 65)
0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008	0,00000
100	0,00006	0,00327	0,00151	0,00008	0,00000
200	0,00066	0,00359	0,00920	0,00008	0,00014
300	0,00266	0,00198	0,00006	0,00008	0,00078
400	0,00397	0,00065	0,00000	0,00008	0,00167
500	0,00218	0,00013	0,00000	0,00008	0,00213
600	0,00044	0,00002	0,00000	0,00008	0,00197
700	0,00003	0,00000	0,00000	0,00008	0,00145
800	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008	0,00091
900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00007	0,00050
1000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00007	0,00025

Таблица 1.8

Интенсивность отказов элементов

Время t	Элементы				
	1	2	3	4	5
	TN(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	Г(9; 65)
0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008	0,00000
100	0,00006	0,00400	0,00156	0,00008	0,00000
200	0,00068	0,00800	0,02500	0,00008	0,00014
300	0,00326	0,01200	0,12656	0,00008	0,00082
400	0,00863	0,01600	0,40024	0,00008	0,00201
500	0,01606	0,02000	-	0,00008	0,00336
600	0,02462	0,02400	-	0,00008	0,00463
700	0,03376	0,02800	-	0,00008	0,00574
800	0,04321	0,03200	-	0,00008	0,00668
900	0,05283	0,03600	-	0,00008	0,00747
1000	0,06256	0,04000	-	0,00008	0,00815

В рассматриваемом примере для элемента с распределением Вейбулла вероятность безотказной работы более 500 часов равна 0. Поэтому Microsoft Excel в таблице интенсивности отказов выдает результат деления на 0 – «#ДЕЛ/0!». Это следует трактовать как бесконечно большую интенсивность отказов после 500 часов. Чтобы в дальнейшем обеспечить корректное построение графиков, необходимо результат «#ДЕЛ/0!» в таблице интенсивности отказов заменить прочерком «-» (таблица 1.8).

Помимо определения показателей надежности каждого из пяти элементов заданием предусмотрено вычисление показателей надежности нерезервированной системы, состоящей из этих элементов. В нерезервированной системе отказ любого элемента приводит к отказу всей системы.

Для вычисления вероятности безотказной работы всей системы необходимо воспользоваться формулой

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t),$$

где $P_i(t)$ - вероятность безотказной работы i -го элемента, $i = 1, 2, \dots, n$.

Рассматриваемая система состоит из $n = 5$ элементов, поэтому формула принимает вид

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t) \cdot P_4(t) \cdot P_5(t).$$

Пример вычисления вероятности безотказной работы системы с помощью Microsoft Excel представлен на рисунке 1.46. Необходимо обратить внимание, что вероятность безотказной работы системы до некоторого времени является произведением вероятностей безотказной работы элементов до этого же времени.

fx		=B4*C4*D4*E4*F4						
	A	B	C	D	E	F	G	H
3	Время t	TN(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	Г(9; 65)	Система	
4	0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	
5	100	0,99818	0,81873	0,96923	0,99203	0,99997	0,78576	

Рис. 1.46. Запись формулы для расчета вероятности безотказной работы системы

Полученные значения вероятности безотказной работы системы добавляются дополнительным столбцом в таблицу 1.5. В результате получается таблица 1.9.

Таблица 1.9

Вероятности безотказной работы элементов и системы

Время t	Элементы					Система
	1	2	3	4	5	
	TN(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	$\Gamma(9; 65)$	
0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
100	0,99818	0,81873	0,96923	0,99203	0,99997	0,78576
200	0,97133	0,44933	0,36788	0,98413	0,99553	0,15731
300	0,81598	0,16530	0,00050	0,97629	0,95415	0,00006
400	0,46019	0,04076	0,00000	0,96851	0,83095	0,00000
500	0,13567	0,00674	0,00000	0,96079	0,63541	0,00000
600	0,01787	0,00075	0,00000	0,95313	0,42566	0,00000
700	0,00097	0,00006	0,00000	0,94554	0,25312	0,00000
800	0,00002	0,00000	0,00000	0,93800	0,13588	0,00000
900	0,00000	0,00000	0,00000	0,93053	0,06689	0,00000
1000	0,00000	0,00000	0,00000	0,92312	0,03061	0,00000

Расчет вероятности отказа системы можно выполнить двумя способами.

Первый способ – по вычисленной выше вероятности безотказной работы системы (на основании данных таблицы 1.9)

$$Q_c(t) = 1 - P_c(t),$$

где $P_c(t)$ – вероятность безотказной работы системы.

Второй способ – по вероятностям отказа элементов (на основании данных таблицы 1.6)

$$Q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - Q_i(t)),$$

где $Q_i(t)$ – вероятность безотказной работы i -го элемента, $i = 1, 2, \dots, n$.

Рассматриваемая система состоит из $n = 5$ элементов, поэтому формула принимает вид

$$Q_c(t) = 1 - (1 - Q_1(t)) \cdot (1 - Q_2(t)) \cdot (1 - Q_3(t)) \cdot (1 - Q_4(t)) \cdot (1 - Q_5(t)).$$

Примеры вычисления вероятности отказа системы с помощью Microsoft Excel представлены на рисунках 1.47 и 1.48. Вероятность отказа системы до некоторого времени является функцией вероятности безотказной работы системы либо функцией вероятности отказа элементов до этого же времени.

fx		=1-G4							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
18	Время t	TN(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	$\Gamma(9; 65)$	Система	Система	
19	0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	
20	100	0,00182	0,18127	0,03077	0,00797	0,00003	0,21424	0,21424	

Рис. 1.47. Запись формулы для расчета вероятности отказа системы первым способом

$f_c = 1 - (1 - B19) * (1 - C19) * (1 - D19) * (1 - E19) * (1 - F19)$									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
18	Время t	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$	$W(5; 200)$	$Exp(8 \cdot 10^{-5})$	$\Gamma(9; 65)$	Система	Система	
19	0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	
20	100	0,00182	0,18127	0,03077	0,00797	0,00003	0,21424	0,21424	

Рис. 1.48. Запись формулы для расчета вероятности отказа системы вторым способом

Полученные значения вероятности отказа системы добавляются дополнительным столбцом в таблицу 1.6. В результате получается таблица 1.10.

Таблица 1.10

Вероятности отказа элементов и системы

Время t	Элементы					Система
	1	2	3	4	5	
	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$	$W(5; 200)$	$Exp(8 \cdot 10^{-5})$	$\Gamma(9; 65)$	
0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,00182	0,18127	0,03077	0,00797	0,00003	0,21424
200	0,02867	0,55067	0,63212	0,01587	0,00447	0,84269
300	0,18402	0,83470	0,99950	0,02371	0,04585	0,99994
400	0,53981	0,95924	1,00000	0,03149	0,16905	1,00000
500	0,86433	0,99326	1,00000	0,03921	0,36459	1,00000
600	0,98213	0,99925	1,00000	0,04687	0,57434	1,00000
700	0,99903	0,99994	1,00000	0,05446	0,74688	1,00000
800	0,99998	1,00000	1,00000	0,06200	0,86412	1,00000
900	1,00000	1,00000	1,00000	0,06947	0,93311	1,00000
1000	1,00000	1,00000	1,00000	0,07688	0,96939	1,00000

Для вычисления плотности распределения времени до отказа системы необходимо воспользоваться формулой

$$f_c(t) = f_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_n(t) + P_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot P_n(t) + \dots + P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot f_n(t),$$

где $P_i(t)$ - вероятность безотказной работы i -го элемента, $i = 1, 2, \dots, n$;

$f_i(t)$ - плотность распределения времени до отказа i -го элемента, $i = 1, 2, \dots, n$.

Рассматриваемая система состоит из $n = 5$ элементов, поэтому формула принимает вид

$$\begin{aligned} f_c(t) = & f_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t) \cdot P_4(t) \cdot P_5(t) + \\ & + P_1(t) \cdot f_2(t) \cdot P_3(t) \cdot P_4(t) \cdot P_5(t) + \\ & + P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot f_3(t) \cdot P_4(t) \cdot P_5(t) + \\ & + P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t) \cdot f_4(t) \cdot P_5(t) + \\ & + P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t) \cdot P_4(t) \cdot f_5(t). \end{aligned}$$

Пример вычисления плотности распределения времени до отказа системы с помощью Microsoft Excel представлен на рисунке 1.49.

fx =B34*C4*D4*E4*F4+B4*C34*D4*E4*F4+B4*C4*D34*E4*F4+B4*C4*D4*E34*F4+B4*C4*D4*E4*F34							
	A	B	C	D	E	F	G
33	Время t	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$	W(5; 200)	$\text{Exp}(8 \cdot 10^{-5})$	$\Gamma(9; 65)$	Система
34	0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008	0,00000	0,00008
35	100	0,00006	0,00327	0,00151	0,00008	0,00000	0,00448

Рис. 1.49. Запись формулы для расчета плотности распределения времени до отказа системы

Полученные значения вероятности плотности распределения времени до отказа системы добавляются дополнительным столбцом в таблицу 1.7. В результате получается таблица 1.11.

Таблица 1.11

Плотность распределения времени безотказной работы элементов и системы

Время t	Элементы					Система
	1	2	3	4	5	
	TN(390; 100)	$R(2 \cdot 10^{-5})$	W(5; 200)	$\text{Exp}(8 \cdot 10^{-5})$	$\Gamma(9; 65)$	
0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008	0,00000	0,00008
100	0,00006	0,00327	0,00151	0,00008	0,00000	0,00448
200	0,00066	0,00359	0,00920	0,00008	0,00014	0,00533
300	0,00266	0,00198	0,00006	0,00008	0,00078	0,00001
400	0,00397	0,00065	0,00000	0,00008	0,00167	0,00000
500	0,00218	0,00013	0,00000	0,00008	0,00213	0,00000
600	0,00044	0,00002	0,00000	0,00008	0,00197	0,00000
700	0,00003	0,00000	0,00000	0,00008	0,00145	0,00000
800	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008	0,00091	0,00000
900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00007	0,00050	0,00000
1000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00007	0,00025	0,00000

Расчет интенсивности отказов системы можно выполнить двумя способами.

Первый способ – по вычисленным выше вероятности безотказной работы системы и плотности распределения времени безотказной работы системы (на основании данных таблиц 1.11 и 1.9):

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)},$$

где $f_c(t)$ – плотность распределения времени безотказной работы системы в момент времени t ;

$P_c(t)$ – вероятность безотказной работы системы до времени t .

Второй способ – по интенсивностям отказов элементов (на основании данных таблицы 1.8)

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t),$$

где $\lambda_i(t)$ – интенсивность отказов i -го элемента, $i = 1, 2, \dots, n$.

Рассматриваемая система состоит из $n = 5$ элементов, поэтому формула принимает вид

$$\lambda_c(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \lambda_3(t) + \lambda_4(t) + \lambda_5(t).$$

Примеры вычисления интенсивности отказов системы с помощью Microsoft Excel представлены на рисунках 1.50 и 1.51. Интенсивность отказов системы в некоторый момент времени является функцией вероятности безотказной работы системы и плотности распределения времени безотказной работы системы либо функцией интенсивности отказов элементов для этого же времени.

fx		=G34/G4							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
57	Время t	TN(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	Г(9; 65)	Система	Система	
58	0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008	0,00000	0,00008	0,00008	
59	100	0,00006	0,00400	0,00156	0,00008	0,00000	0,00570	0,00570	

Рис. 1.50. Запись формулы для расчета интенсивности отказов системы первым способом

fx		=B58+C58+D58+E58+F58							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
57	Время t	TN(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	Г(9; 65)	Система	Система	
58	0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008	0,00000	0,00008	0,00008	
59	100	0,00006	0,00400	0,00156	0,00008	0,00000	0,00570	0,00570	

Рис. 1.51. Запись формулы для расчета интенсивности отказов системы вторым способом

Полученные значения интенсивности отказов системы добавляются дополнительным столбцом в таблицу 1.8. В результате получается таблица 1.12. Для корректного построения графиков необходимо все результаты «#ДЕЛ/0!» в таблице интенсивности отказов заменить прочерком «-».

Таблица 1.12

Интенсивность отказов элементов и системы

Время t	Элементы					Система
	1	2	3	4	5	
	TN(390; 100)	R($2 \cdot 10^{-5}$)	W(5; 200)	Exp($8 \cdot 10^{-5}$)	$\Gamma(9; 65)$	
0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008	0,00000	0,00008
100	0,00006	0,00400	0,00156	0,00008	0,00000	0,00570
200	0,00068	0,00800	0,02500	0,00008	0,00014	0,03390
300	0,00326	0,01200	0,12656	0,00008	0,00082	0,14272
400	0,00863	0,01600	0,40024	0,00008	0,00201	0,42695
500	0,01606	0,02000	-	0,00008	0,00336	-
600	0,02462	0,02400	-	0,00008	0,00463	-
700	0,03376	0,02800	-	0,00008	0,00574	-
800	0,04321	0,03200	-	0,00008	0,00668	-
900	0,05283	0,03600	-	0,00008	0,00747	-
1000	0,06256	0,04000	-	0,00008	0,00815	-

На основании данных, содержащихся в таблицах 1.9-1.12 выполняется построение графиков, отражающих изменение показателей надежности элементов и системы во времени. Примеры таких графиков представлены на рисунках 1.52-1.55. Здесь по оси абсцисс откладывается время t в часах, а по оси ординат соответственно вероятность безотказной работы, вероятность отказа, плотность распределения времени безотказной работы или интенсивность отказов.

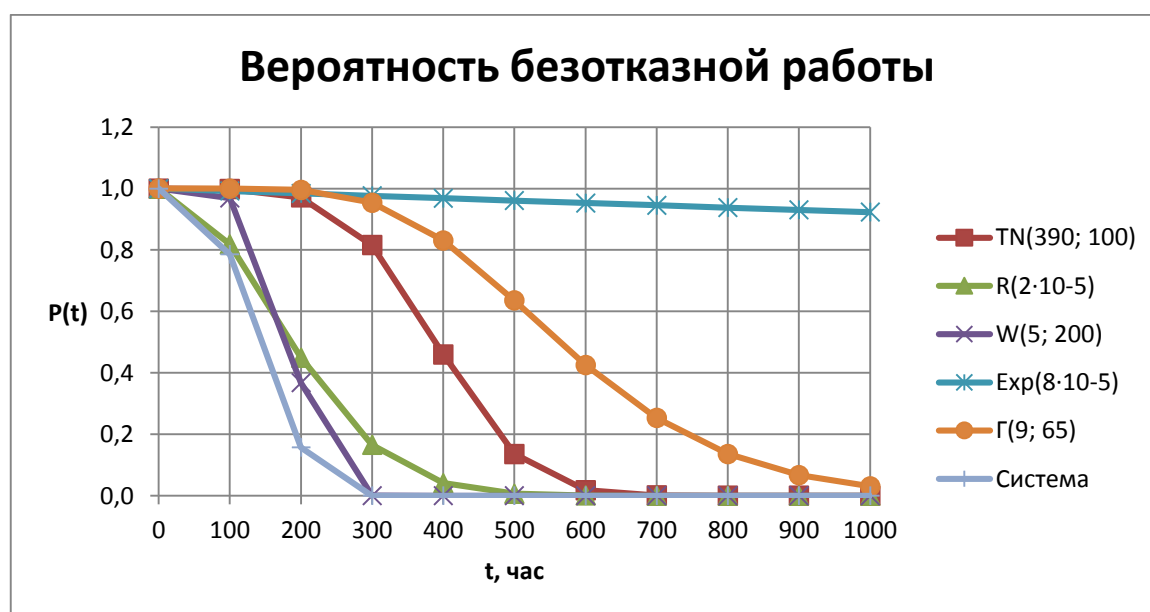


Рис. 1.52. Зависимость вероятности безотказной работы элементов и системы от времени

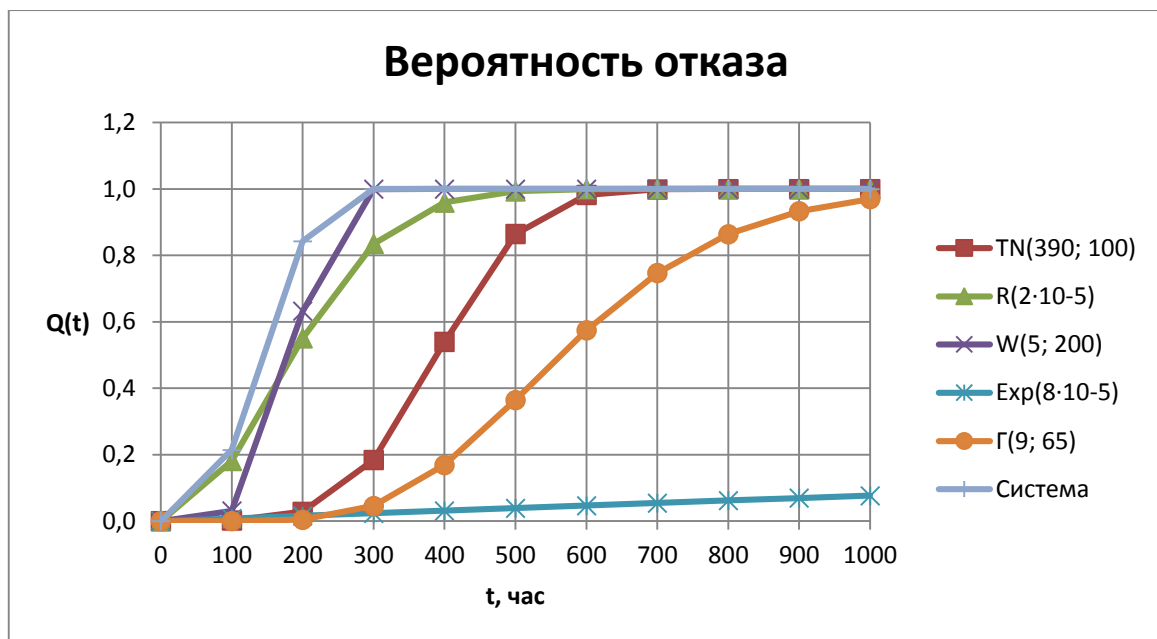


Рис. 1.53. Зависимость вероятности отказа элементов и системы от времени

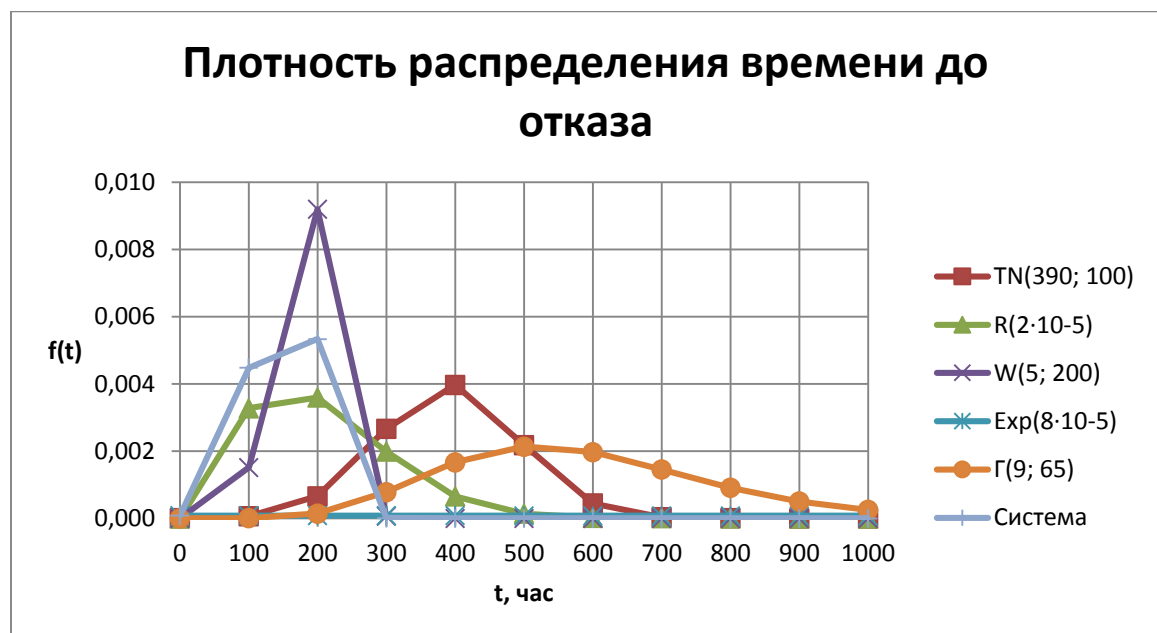


Рис. 1.54. Зависимость плотности распределения времени до отказа элементов и системы от времени

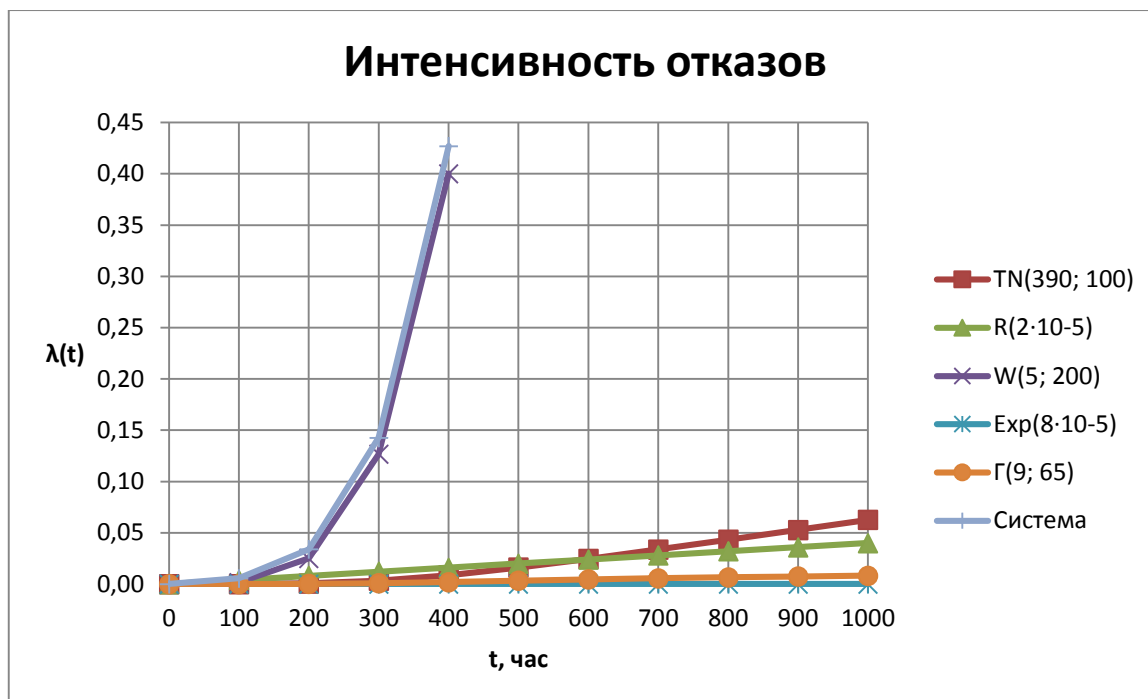


Рис. 1.55. Зависимость интенсивности отказов элементов и системы от времени

Среднее время безотказной работы не зависит от времени и для любого закона распределения вычисляется по формуле Симпсона. Для системы из пяти элементов формула Симпсона принимает вид:

$$T_c = \frac{h}{3} \cdot \left(1 + \sum_{k=1}^{n-1} (3 + (-1)^k) \cdot P_1(k \cdot h) \cdot P_2(k \cdot h) \cdot P_3(k \cdot h) \cdot P_4(k \cdot h) \cdot P_5(k \cdot h) \right),$$

где n – число точек,

h – шаг интегрирования, выбираемый из условия требуемой точности.

При этом шаг h рекомендуется принять равным $t_i - t_{i-1}$. Число точек n определяется количеством строк таблицы 1.9, в которых все значения вероятности безотказной работы элементов отличны от нуля. В нашем примере таких строк 4. Последовательность вычисления среднего времени безотказной работы системы в Microsoft Excel представлена на рисунках 1.56-1.59.

		fx = (3+(-1)^1)*G5			
	A	G	H	I	J
3	Время t	Система			
4	0	1,00000			
5	100	0,78576	1,57152118		
6	200	0,15731	0,629221586		
7	300	0,00006	0,000126547	Тс, ч	
8	400	0,00000		106,6956438	
9	500	0,00000			

Рис. 1.56.

$f_x = (3+(-1)^2)*G6$					
	A	G	H	I	J
3	Время t	Система			
4	0	1,00000			
5	100	0,78576	1,57152118		
6	200	0,15731	0,629221586		
7	300	0,00006	0,000126547	Тс, ч	
8	400	0,00000		106,6956438	
9	500	0,00000			

Рис. 1.57.

$f_x = (3+(-1)^3)*G7$					
	A	G	H	I	J
3	Время t	Система			
4	0	1,00000			
5	100	0,78576	1,57152118		
6	200	0,15731	0,629221586		
7	300	0,00006	0,000126547	Тс, ч	
8	400	0,00000		106,6956438	
9	500	0,00000			

Рис. 1.58.

$f_x = 100/3*(1+H5+H6+H7)$					
	A	G	H	I	J
3	Время t	Система			
4	0	1,00000			
5	100	0,78576	1,57152118		
6	200	0,15731	0,629221586		
7	300	0,00006	0,000126547	Тс, ч	
8	400	0,00000		106,6956438	
9	500	0,00000			

Рис. 1.59. Запись формулы для расчета среднего времени безотказной работы системы

1.3. Задача для самостоятельного решения

Нерезервированная система состоит из пяти элементов, имеющих различные законы распределения времени работы до отказа. Виды законов распределения и их параметры приведены в таблице 1.13.

Каждый закон характеризуется параметрами распределения (они указаны в скобках после условного обозначения закона):

- Вейбулла - $W(\alpha, \beta)$;
- гамма - $\Gamma(\alpha, \beta)$;
- Рэлея - $R(\lambda)$;
- экспоненциальный - $\text{Exp}(\lambda)$;
- усечённый нормальный - $\text{TN}(m_0, \sigma_0)$;
- нормальный – $N(m, \sigma)$;
- равномерный – $U(a, b)$.

Определить начальные моменты распределений: математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение для каждого элемента.

Определить показатели надёжности каждого элемента и всей системы:

- вероятность безотказной работы;
- плотность распределения времени безотказной работы;
- интенсивность отказов;
- среднее время безотказной работы.

Для показателей, зависящих от времени, получить решение в виде графиков и таблиц.

Таблица 1.13

Законы распределения времени до отказа элементов и их параметры

Вариант	Элементы				
	1	2	3	4	5
1	TN(380; 100)	$R(1,6 \cdot 10^{-5})$	$W(7; 210)$	$\text{Exp}(2 \cdot 10^{-4})$	$\Gamma(9; 85)$
2	$R(1 \cdot 10^{-5})$	$W(4,5; 180)$	$\Gamma(8; 77)$	TN(400; 92)	$\text{Exp}(1 \cdot 10^{-4})$
3	$\Gamma(10; 70)$	$\text{Exp}(5 \cdot 10^{-5})$	TN(375; 86)	$R(3 \cdot 10^{-5})$	$W(4,8; 190)$
4	$W(6; 195)$	TN(410; 95)	$\text{Exp}(2 \cdot 10^{-5})$	$\Gamma(8; 75)$	$R(2,5 \cdot 10^{-5})$
5	TN(400; 90)	$W(5; 190)$	TN(400; 45)	$\text{Exp}(3 \cdot 10^{-5})$	$R(2 \cdot 10^{-5})$
6	$R(1,5 \cdot 10^{-5})$	$\text{Exp}(4 \cdot 10^{-5})$	$W(6; 200)$	$\Gamma(10; 70)$	$\Gamma(10; 100)$
7	$\Gamma(11; 75)$	$R(1,8 \cdot 10^{-5})$	$\text{Exp}(5 \cdot 10^{-5})$	$\text{Exp}(8 \cdot 10^{-4})$	$W(4,9; 195)$
8	TN(490; 96)	TN(405; 95)	$W(6; 195)$	$R(2 \cdot 10^{-5})$	$\text{Exp}(2 \cdot 10^{-4})$
9	$W(6; 200)$	$R(2 \cdot 10^{-5})$	TN(380; 80)	TN(380; 90)	$W(5; 195)$
10	TN(360; 90)	$W(4; 170)$	TN(370; 85)	$\text{Exp}(1 \cdot 10^{-4})$	$R(1 \cdot 10^{-5})$

2. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ

2.1. Теоретические сведения

На основании экспериментальных данных о наработке невосстанавливаемых элементов или систем могут быть получены следующие показатели надежности:

- $P(t)$ – вероятность его безотказной работы в течение времени t ;
- $Q(t) = 1 - P(t)$ – вероятность возникновения отказа в течение времени t ;
- T_1 – среднее время безотказной работы (средняя наработка до отказа);
- $f(t)$ – плотность распределения времени безотказной работы;
- $\lambda(t)$ – интенсивность отказа в момент времени t ;

Вероятность безотказной работы

Вероятностью безотказной работы называется вероятность того, что технический объект не откажет в течение времени t или что время ξ работы до отказа технического объекта больше времени его функционирования t :

$$P(t) = P(\xi > t).$$

Вероятность безотказной работы является убывающей функцией времени, имеющей следующие свойства:

$$0 \leq P(t) \leq 1; P(0) = 1; P(+\infty) = 0.$$

По статистическим данным об отказах, полученным из опыта или эксплуатации, $P(t)$ определяется следующей статистической оценкой:

$$P^*(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0},$$

где N_0 – общее число образцов, находящихся на испытании;

$N(t)$ – число исправно работающих образцов в момент времени t ;

$n(t)$ – число отказавших образцов за время t .

Здесь и далее звездочкой обозначаются величины, полученные по статистическим данным.

Вероятность безотказной работы имеет следующие достоинства:

- характеризует надежность во времени, являясь интегральной оценкой;
- определяет многие важные показатели техники, например эффективность, безопасность, живучесть, риск;
- сравнительно просто вычисляется и определяется по статистическим данным об отказах техники;
- достаточно полно характеризует надежность невосстанавливаемой техники.

Основной недостаток этого критерия – ограниченность применения. Вероятность безотказной работы характеризует надежность невосстанавливаемой техники или восстанавливаемой до первого ее отказа.

Плотность распределения времени безотказной работы (частота отказов)

Плотность распределения времени безотказной работы $f(t)$ – это плотность распределения случайной величины ξ .

Она наиболее полно характеризует надежность техники в данный момент (точечная характеристика).

По ней можно определить любой показатель надежности невосстанавливаемой системы.

В этом основное достоинство плотности распределения времени безотказной работы.

Статистически $f(t)$ определяется отношением числа отказавших образцов техники в единицу времени к числу испытываемых образцов при условии, что отказавшие образцы не восполняются исправными:

$$f^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t},$$

где $n(t, t + \Delta t)$ – число отказавших образцов за промежуток времени $[t, t + \Delta t]$; N_0 – число образцов, первоначально поставленных на испытания.

Поскольку $f(t) = Q'(t) = -P'(t)$, то для малых значений Δt имеем

$$f^*(t) = \frac{P(t) - P(t + \Delta t)}{\Delta t}.$$

Пусть $N(t)$ – число исправно работающих образцов в момент времени t , $N(t + \Delta t)$ – число образцов, исправно работающих к моменту $t + \Delta t$. Поскольку

$$P(t) = \frac{N(t)}{N_0};$$

$$P(t + \Delta t) = \frac{N(t + \Delta t)}{N_0},$$

то

$$f^*(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t},$$

что совпадает с выражением

$$f^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t},$$

т.к. $N(t) - N(t + \Delta t) = n(t, t + \Delta t)$.

Интенсивность отказов

Интенсивностью отказов называется отношение плотности распределения к вероятности безотказной работы объекта:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}.$$

Статистически интенсивность отказов есть отношение числа отказавших образцов техники в единицу времени к среднему числу образцов, исправно работающих на интервале $[t, t + \Delta t]$:

$$\lambda(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_{cp} \cdot \Delta t}$$

где $N_{cp}(t) = \frac{N(t) + N(t + \Delta t)}{2}$ – среднее число исправно работающих образцов на интервале $[t, t + \Delta t]$.

Для малых Δt выражение

$$\lambda^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_{cp} \cdot \Delta t}$$

следует непосредственно из

$$P^*(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} \text{ и}$$

$$f^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}.$$

На основе определения интенсивности отказов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

имеет место равенство

$$\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)}.$$

Интегрируя его, получим

$$\int_0^t \lambda(t) dt = -\ln P(t)$$

или

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}.$$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ является основным показателем надежности элементов сложных систем. Это объясняется следующими обстоятельствами:

- надежность многих элементов можно оценить одним числом, т.к. интенсивность отказов элементов – величина постоянная;
- по известной интенсивности $\lambda(t)$ наиболее просто оценить остальные показатели надежности как элементов, так и сложных систем;
- $\lambda(t)$ обладает хорошей наглядностью;
- интенсивность отказов нетрудно получить экспериментально.

Опыт эксплуатации сложных систем показывает, что изменение интенсивности отказов $\lambda(t)$ большого количества объектов описывается U-образной кривой (рисунок 2.1.).



Рис. 2.1. Зависимость интенсивности отказов от наработки

Время можно условно разделить на три характерных участка:

1. Период приработки.
2. Период нормальной эксплуатации.
3. Период старения объекта.

Среднее время безотказной работы

Средним временем безотказной работы T_1 называется математическое ожидание времени безотказной работы технического объекта:

$$T_1^* = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{N_0} t_i,$$

где N_0 – число испытываемых образцов техники;

t_i – время безотказной работы i -го образца.

Как математическое ожидание случайной величины с плотность $f(t)$, среднее время безотказной работы вычисляется по формуле:

$$T_1 = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt.$$

Интегрируя по частям

$$T_1 = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt$$

получим

$$T_1 = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = - \int_0^{\infty} t \cdot P'(t) dt = -t \cdot P(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

Первое слагаемое равно нулю, т.к. $P(0) = 1$, $P(+\infty) = 0$, и тогда выражение для T_1 будет иметь вид:

$$T_1 = \int_0^{\infty} P(t)dt.$$

Среднее время безотказной работы является интегральным показателем надежности.

Его основное достоинство – высокая наглядность.

Недостаток этого показателя в том, что он, будучи интегральным характеризует надежность техники длительного времени работы.

2.2. Пример решения задачи

Требуется определить показатели надежности элемента без восстановления. На испытания поставлено $N_0 = 50$ элементов. Их наработки до отказа представлены в таблице 2.1. Все элементы работают до своего отказа и после отказа не ремонтируются. Требуется определить показатели надежности:

- среднее время безотказной работы T_1 ,
- вероятность безотказной работы $P(t)$,
- вероятность отказа $Q(t)$,
- плотность распределения времени безотказной работы $f(t)$,
- интенсивность отказов $\lambda(t)$.

Показатели, зависящие от времени, необходимо определить для моментов времени с шагом 100 часов.

Таблица 2.1

Наработки до отказа

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	558	11.	660	21.	614	31.	17	41.	681
2.	458	12.	462	22.	438	32.	449	42.	182
3.	235	13.	715	23.	244	33.	720	43.	594
4.	451	14.	243	24.	98	34.	223	44.	655
5.	498	15.	646	25.	611	35.	191	45.	564
6.	434	16.	496	26.	240	36.	322	46.	219
7.	539	17.	47	27.	8	37.	122	47.	207
8.	147	18.	69	28.	488	38.	316	48.	27
9.	661	19.	576	29.	595	39.	109	49.	766
10.	61	20.	725	30.	193	40.	231	50.	102

Среднее время безотказной работы определяется по формуле

$$T_1 = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{N_0} t_i,$$

где N_0 - число испытываемых образцов техники;

t_i – время безотказной работы i -го образца.

$$T_1 = \frac{1}{50} \cdot 18907 = 378 \text{ часов.}$$

Для расчета показателей надежности, зависящих от времени, необходимо предварительно упорядочить исходные наработки по временным интервалам (таблица 2.2).

Таблица 2.2

Упорядоченные данные об отказах образцов

Интервал, час	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800
Длина Δt , час	100	100	100	100	100	100	100	100
Наработки, находящиеся в интервале, час	61	147	235	322	458	558	661	715
	47	193	243	316	451	539	660	725
	69	191	244		498	576	646	720
	98	122	240		434	595	614	766
	8	109	223		462	594	611	
	17	182	231		496	564	681	
	27	102	219		438		655	
			207		488			
					449			
Число образцов, отказавших в течение интервала $n(t, t + \Delta t)$	7	7	8	2	9	6	7	4

Все показатели надежности, зависящие от времени определяются для каждого интервала. В качестве аргумента принимается время окончания интервала.

Вероятность безотказной работы определяется по формуле

$$P(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0},$$

где N_0 – общее число образцов, находящихся на испытании, $N_0 = 50$;

$N(t)$ – число исправно работающих образцов в момент времени t ;

$n(t)$ – число отказавших образцов за время t .

Результаты расчета сведены в таблицу 2.3.

Таблица 2.3

Расчет вероятности безотказной работы $P(t)$

Время t	Параметр		
	$N(t) = N_0 - n(t)$	$n(t)$	$P^*(t) = \frac{N(t)}{N_0}$
100	$50 - 7 = 43$	7	$43/50 = 0,86$
200	$50 - 14 = 36$	$7 + 7 = 14$	$36/50 = 0,72$
300	$50 - 22 = 28$	$7 + 7 + 8 = 22$	$28/50 = 0,56$
400	$50 - 24 = 26$	$7 + 7 + 8 + 2 = 24$	$26/50 = 0,52$
500	$50 - 33 = 17$	$7 + 7 + 8 + 2 + 9 = 33$	$17/50 = 0,34$
600	$50 - 39 = 11$	$7 + 7 + 8 + 2 + 9 + 6 = 39$	$11/50 = 0,22$
700	$50 - 46 = 4$	$7 + 7 + 8 + 2 + 9 + 6 + 7 = 46$	$4/50 = 0,08$
800	$50 - 5 = 0$	$7 + 7 + 8 + 2 + 9 + 6 + 7 + 4 = 50$	$0/50 = 0,00$

Вероятность отказа определяется по формуле

$$Q(t) = \frac{n(t)}{N_0},$$

где N_0 – общее число образцов, находящихся на испытании, $N_0 = 50$;

$n(t)$ – число отказавших образцов за время t .

Результаты расчета сведены в таблицу 2.4.

Таблица 2.4

Расчет вероятности отказа $Q(t)$

Время t	Параметр	
	$n(t)$	$Q^*(t) = \frac{n(t)}{N_0}$
100	7	$7/50 = 0,14$
200	$7 + 7 = 14$	$14/50 = 0,28$
300	$7 + 7 + 8 = 22$	$22/50 = 0,44$
400	$7 + 7 + 8 + 2 = 24$	$24/50 = 0,48$
500	$7 + 7 + 8 + 2 + 9 = 33$	$33/50 = 0,66$
600	$7 + 7 + 8 + 2 + 9 + 6 = 39$	$39/50 = 0,78$
700	$7 + 7 + 8 + 2 + 9 + 6 + 7 = 46$	$46/50 = 0,92$
800	$7 + 7 + 8 + 2 + 9 + 6 + 7 + 4 = 50$	$50/50 = 1,00$

Плотность распределения времени безотказной работы (частота отказов) определяется по формуле

$$f(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t},$$

где $n(t, t + \Delta t)$ – число отказавших образцов за промежуток времени $[t, t + \Delta t]$;

N_0 – число образцов, первоначально поставленных на испытания, $N_0 = 50$;

Δt - промежуток времени, за который зафиксировано n отказов, в рассматриваемом примере все промежутки $\Delta t = 100$ ч.

Результаты расчета сведены в таблицу 2.5.

Таблица 2.5

Расчет плотности распределения времени безотказной работы $f(t)$

Время t	Параметр	
	$n(t, t + \Delta t)$	$f^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}$
100	7	$7/50 \cdot 100 = 1,4 \cdot 10^{-3}$
200	7	$7/50 \cdot 100 = 1,4 \cdot 10^{-3}$
300	8	$8/50 \cdot 100 = 1,6 \cdot 10^{-3}$
400	2	$2/50 \cdot 100 = 0,4 \cdot 10^{-3}$
500	9	$9/50 \cdot 100 = 1,8 \cdot 10^{-3}$
600	6	$6/50 \cdot 100 = 1,2 \cdot 10^{-3}$
700	7	$7/50 \cdot 100 = 1,4 \cdot 10^{-3}$
800	4	$4/50 \cdot 100 = 0,8 \cdot 10^{-3}$

Интенсивность отказов определяется по формуле

$$\lambda(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t},$$

где $n(t, t + \Delta t)$ – число отказавших образцов за промежуток времени $[t, t + \Delta t]$;

$N(t)$ – число образцов, работающих в момент времени t ;

Δt - промежуток времени, за который зафиксировано n отказов, в рассматриваемом примере все промежутки $\Delta t = 100$ ч.

Результаты расчета сведены в таблицу 2.6.

Таблица 2.6

Расчет интенсивности отказов $\lambda(t)$

Время t	Параметр			
	$n(t)$	$n(t, t + \Delta t)$	$N(t) = N_0 - n(t)$	$\lambda^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t}$
100	7	7	$50 - 7 = 43$	$7/43 \cdot 100 = 1,6 \cdot 10^{-3}$
200	$7 + 7 = 14$	7	$50 - 14 = 36$	$7/36 \cdot 100 = 1,9 \cdot 10^{-3}$
300	$14 + 8 = 22$	8	$50 - 22 = 28$	$8/28 \cdot 100 = 2,9 \cdot 10^{-3}$
400	$22 + 2 = 24$	2	$50 - 24 = 26$	$2/26 \cdot 100 = 0,8 \cdot 10^{-3}$
500	$24 + 9 = 33$	9	$50 - 33 = 17$	$9/17 \cdot 100 = 5,3 \cdot 10^{-3}$
600	$33 + 6 = 39$	6	$50 - 39 = 11$	$6/11 \cdot 100 = 5,5 \cdot 10^{-3}$
700	$39 + 7 = 46$	7	$50 - 46 = 4$	$7/4 \cdot 100 = 17,5 \cdot 10^{-3}$
800	$46 + 4 = 50$	4	$50 - 5 = 0$	$4/0 \cdot 100 = \infty$

2.3. Задача для самостоятельного решения

Требуется определить показатели надежности элемента без восстановления. На испытания поставлено $N = 100$ элементов. Их наработки до отказа для разных вариантов представлены в таблицах 2.7-2.16. Все элементы работают до своего отказа и после отказа не ремонтируются. Требуется определить показатели надежности:

- среднее время безотказной работы T_1 ,
- вероятность безотказной работы $P(t)$,
- вероятность отказа $Q(t)$,
- плотность распределения времени безотказной работы $f(t)$,
- интенсивность отказов $\lambda(t)$.

Показатели, зависящие от времени, необходимо определить для моментов времени с шагом 100 часов.

Таблица 2.7

Наработки до отказа (вариант 1)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
11.	558	21.	660	31.	614	41.	17	51.	681
12.	458	22.	462	32.	438	42.	449	52.	182
13.	235	23.	715	33.	244	43.	720	53.	594
14.	451	24.	243	34.	98	44.	223	54.	655
15.	498	25.	646	35.	611	45.	191	55.	564
16.	434	26.	496	36.	240	46.	322	56.	219
17.	539	27.	47	37.	8	47.	122	57.	207
18.	147	28.	69	38.	488	48.	316	58.	27
19.	661	29.	576	39.	595	49.	109	59.	766
20.	61	30.	725	40.	193	50.	231	60.	102
21.	38	31.	350	41.	171	51.	122	61.	498
22.	580	32.	265	42.	285	52.	267	62.	307
23.	261	33.	376	43.	42	53.	97	63.	186
24.	591	34.	453	44.	583	54.	602	64.	378
25.	787	35.	609	45.	553	55.	290	65.	284
26.	451	36.	46	46.	446	56.	525	66.	472
27.	101	37.	95	47.	151	57.	429	67.	27
28.	160	38.	208	48.	704	58.	686	68.	653
29.	545	39.	303	49.	375	59.	619	69.	577
30.	202	40.	141	50.	61	60.	156	70.	598

Таблица 2.8

Наработки до отказа (вариант 2)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	269	21.	549	41.	179	61.	353	81.	447
2.	46	22.	500	42.	120	62.	497	82.	719
3.	786	23.	612	43.	650	63.	42	83.	389
4.	190	24.	64	44.	758	64.	543	84.	65
5.	675	25.	22	45.	724	65.	300	85.	397
6.	72	26.	419	46.	396	66.	142	86.	383
7.	396	27.	747	47.	160	67.	207	87.	349
8.	117	28.	212	48.	777	68.	223	88.	258
9.	344	29.	597	49.	238	69.	643	89.	734
10.	667	30.	453	50.	601	70.	383	90.	469
11.	789	31.	78	51.	636	71.	506	91.	92
12.	82	32.	730	52.	76	72.	310	92.	314
13.	168	33.	190	53.	769	73.	157	93.	156
14.	677	34.	414	54.	378	74.	449	94.	600
15.	617	35.	360	55.	466	75.	433	95.	628
16.	280	36.	36	56.	791	76.	726	96.	303
17.	490	37.	6	57.	13	77.	185	97.	142
18.	490	38.	783	58.	680	78.	579	98.	671
19.	546	39.	600	59.	263	79.	207	99.	284
20.	463	40.	716	60.	166	80.	218	100.	411

Таблица 2.9

Наработки до отказа (вариант 3)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	137	21.	153	41.	337	61.	612	81.	480
2.	511	22.	734	42.	333	62.	192	82.	225
3.	249	23.	250	43.	382	63.	534	83.	83
4.	454	24.	75	44.	330	64.	711	84.	764
5.	611	25.	634	45.	86	65.	594	85.	336
6.	795	26.	645	46.	367	66.	780	86.	706
7.	399	27.	340	47.	497	67.	665	87.	151
8.	428	28.	636	48.	278	68.	349	88.	459
9.	306	29.	333	49.	595	69.	445	89.	74
10.	279	30.	366	50.	702	70.	17	90.	335
11.	222	31.	101	51.	787	71.	450	91.	137
12.	71	32.	57	52.	47	72.	160	92.	422
13.	606	33.	627	53.	729	73.	476	93.	668
14.	197	34.	686	54.	23	74.	480	94.	282
15.	150	35.	363	55.	290	75.	208	95.	766
16.	760	36.	704	56.	163	76.	547	96.	356
17.	274	37.	474	57.	117	77.	710	97.	109
18.	353	38.	596	58.	691	78.	29	98.	664
19.	714	39.	127	59.	515	79.	166	99.	252
20.	573	40.	578	60.	235	80.	108	100.	510

Наработки до отказа (вариант 4)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	746	21.	590	41.	660	61.	60	81.	438
2.	373	22.	172	42.	426	62.	144	82.	468
3.	5	23.	759	43.	432	63.	160	83.	680
4.	489	24.	90	44.	595	64.	138	84.	551
5.	675	25.	116	45.	58	65.	3	85.	622
6.	146	26.	779	46.	680	66.	664	86.	639
7.	705	27.	791	47.	25	67.	331	87.	703
8.	369	28.	415	48.	151	68.	628	88.	89
9.	28	29.	758	49.	297	69.	547	89.	421
10.	778	30.	775	50.	347	70.	487	90.	682
11.	298	31.	90	51.	521	71.	339	91.	147
12.	539	32.	471	52.	591	72.	337	92.	407
13.	261	33.	490	53.	350	73.	409	93.	201
14.	778	34.	464	54.	181	74.	150	94.	336
15.	565	35.	609	55.	693	75.	433	95.	158
16.	206	36.	632	56.	145	76.	653	96.	545
17.	83	37.	710	57.	313	77.	25	97.	197
18.	407	38.	390	58.	92	78.	745	98.	34
19.	512	39.	277	59.	216	79.	600	99.	250
20.	238	40.	497	60.	180	80.	177	100.	524

Таблица 2.11

Наработки до отказа (вариант 5)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	783	21.	45	41.	262	61.	308	81.	107
2.	249	22.	585	42.	232	62.	414	82.	687
3.	401	23.	391	43.	438	63.	90	83.	451
4.	37	24.	315	44.	474	64.	651	84.	28
5.	270	25.	589	45.	297	65.	349	85.	274
6.	135	26.	179	46.	798	66.	228	86.	147
7.	103	27.	497	47.	9	67.	104	87.	696
8.	181	28.	345	48.	150	68.	643	88.	677
9.	650	29.	428	49.	615	69.	429	89.	445
10.	154	30.	293	50.	225	70.	619	90.	546
11.	291	31.	141	51.	442	71.	145	91.	297
12.	397	32.	789	52.	178	72.	311	92.	114
13.	461	33.	116	53.	235	73.	56	93.	404
14.	785	34.	676	54.	765	74.	751	94.	94
15.	692	35.	413	55.	779	75.	330	95.	263
16.	611	36.	366	56.	35	76.	603	96.	293
17.	553	37.	729	57.	327	77.	719	97.	727
18.	515	38.	335	58.	631	78.	140	98.	56
19.	345	39.	191	59.	483	79.	610	99.	561
20.	534	40.	747	60.	212	80.	382	100.	390

Наработки до отказа (вариант 6)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	272	21.	563	41.	350	61.	583	81.	775
2.	142	22.	115	42.	548	62.	472	82.	337
3.	694	23.	763	43.	182	63.	8	83.	58
4.	486	24.	386	44.	176	64.	24	84.	693
5.	186	25.	725	45.	578	65.	58	85.	325
6.	614	26.	412	46.	359	66.	589	86.	525
7.	362	27.	16	47.	733	67.	529	87.	600
8.	119	28.	554	48.	215	68.	77	88.	398
9.	632	29.	692	49.	373	69.	43	89.	698
10.	317	30.	444	50.	166	70.	371	90.	668
11.	296	31.	777	51.	114	71.	155	91.	543
12.	236	32.	368	52.	557	72.	204	92.	592
13.	377	33.	387	53.	418	73.	23	93.	469
14.	592	34.	598	54.	698	74.	747	94.	288
15.	372	35.	318	55.	520	75.	759	95.	531
16.	434	36.	324	56.	732	76.	76	96.	351
17.	495	37.	230	57.	766	77.	112	97.	327
18.	542	38.	751	58.	115	78.	644	98.	245
19.	326	39.	739	59.	607	79.	403	99.	509
20.	701	40.	693	60.	61	80.	322	100.	626

Наработки до отказа (вариант 7)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	500	21.	206	41.	464	61.	455	81.	576
2.	235	22.	597	42.	688	62.	321	82.	3
3.	28	23.	708	43.	122	63.	187	83.	29
4.	117	24.	147	44.	720	64.	67	84.	321
5.	418	25.	457	45.	366	65.	554	85.	113
6.	84	26.	72	46.	369	66.	594	86.	239
7.	359	27.	548	47.	100	67.	365	87.	692
8.	787	28.	447	48.	613	68.	200	88.	303
9.	268	29.	82	49.	212	69.	248	89.	253
10.	386	30.	342	50.	502	70.	566	90.	544
11.	246	31.	484	51.	749	71.	374	91.	35
12.	45	32.	384	52.	25	72.	738	92.	715
13.	377	33.	357	53.	437	73.	207	93.	695
14.	322	34.	318	54.	713	74.	680	94.	713
15.	96	35.	136	55.	409	75.	490	95.	357
16.	452	36.	173	56.	50	76.	593	96.	39
17.	718	37.	592	57.	455	77.	408	97.	452
18.	478	38.	71	58.	129	78.	112	98.	791
19.	148	39.	630	59.	436	79.	657	99.	192
20.	253	40.	159	60.	660	80.	270	100.	410

Наработки до отказа (вариант 8)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	73	21.	180	41.	775	61.	208	81.	744
2.	575	22.	455	42.	595	62.	257	82.	364
3.	653	23.	655	43.	606	63.	422	83.	173
4.	715	24.	364	44.	288	64.	203	84.	110
5.	563	25.	365	45.	26	65.	533	85.	316
6.	20	26.	43	46.	542	66.	362	86.	465
7.	249	27.	312	47.	129	67.	793	87.	43
8.	478	28.	349	48.	245	68.	39	88.	155
9.	700	29.	75	49.	740	69.	94	89.	67
10.	550	30.	71	50.	241	70.	136	90.	197
11.	253	31.	554	51.	653	71.	28	91.	171
12.	403	32.	773	52.	57	72.	705	92.	757
13.	16	33.	485	53.	753	73.	606	93.	96
14.	524	34.	398	54.	705	74.	419	94.	74
15.	187	35.	670	55.	736	75.	26	95.	468
16.	166	36.	391	56.	132	76.	361	96.	616
17.	757	37.	251	57.	496	77.	157	97.	133
18.	138	38.	686	58.	463	78.	662	98.	18
19.	778	39.	412	59.	547	79.	35	99.	649
20.	402	40.	186	60.	367	80.	312	100.	453

Наработки до отказа (вариант 9)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	288	21.	680	41.	783	61.	221	81.	753
2.	661	22.	599	42.	737	62.	208	82.	523
3.	136	23.	344	43.	406	63.	38	83.	663
4.	581	24.	93	44.	649	64.	86	84.	683
5.	641	25.	660	45.	725	65.	458	85.	738
6.	562	26.	6	46.	302	66.	390	86.	44
7.	693	27.	94	47.	220	67.	132	87.	483
8.	555	28.	662	48.	83	68.	232	88.	718
9.	107	29.	281	49.	99	69.	716	89.	728
10.	361	30.	593	50.	656	70.	430	90.	653
11.	800	31.	179	51.	585	71.	50	91.	442
12.	137	32.	30	52.	61	72.	561	92.	597
13.	367	33.	182	53.	460	73.	757	93.	473
14.	280	34.	605	54.	775	74.	121	94.	680
15.	537	35.	640	55.	394	75.	308	95.	261
16.	301	36.	598	56.	422	76.	746	96.	450
17.	600	37.	567	57.	61	77.	120	97.	699
18.	454	38.	630	58.	336	78.	45	98.	560
19.	129	39.	418	59.	434	79.	436	99.	724
20.	539	40.	274	60.	738	80.	55	100.	281

Таблица 2.16

Наработки до отказа (вариант 10)

Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч	Номер элемента	Наработка до отказа, ч
1.	594	21.	174	41.	62	61.	716	81.	48
2.	274	22.	195	42.	188	62.	27	82.	278
3.	230	23.	438	43.	275	63.	389	83.	252
4.	179	24.	607	44.	266	64.	140	84.	469
5.	686	25.	276	45.	662	65.	122	85.	483
6.	493	26.	490	46.	100	66.	483	86.	206
7.	351	27.	651	47.	795	67.	89	87.	415
8.	464	28.	158	48.	550	68.	175	88.	461
9.	586	29.	39	49.	614	69.	152	89.	319
10.	15	30.	698	50.	652	70.	79	90.	432
11.	231	31.	714	51.	655	71.	336	91.	133
12.	627	32.	345	52.	484	72.	777	92.	124
13.	140	33.	369	53.	259	73.	415	93.	416
14.	369	34.	712	54.	325	74.	454	94.	601
15.	342	35.	110	55.	667	75.	767	95.	170
16.	44	36.	684	56.	691	76.	597	96.	546
17.	426	37.	729	57.	52	77.	241	97.	174
18.	490	38.	131	58.	583	78.	359	98.	279
19.	142	39.	753	59.	479	79.	114	99.	67
20.	632	40.	206	60.	261	80.	398	100.	374

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Velikanov, V.S. Engineering implementation of view objectives in mine excavator design / V.S. Velikanov, A.V. Kozyr, N.V. Dyorina // International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2017. Сер. "Procedia Engineering" Edited by Andrey A. Radionov. - 2017. С. 1592-1569.
2. Вдовин, К.Н. Расчет рабочего инструмента – стопора манипулятора промежуточного ковша МНЛЗ. [Текст] / К.Н. Вдовин, В.В. Точилкин, О.А. Филатова // Технология металлов. – 2011. - №2. – С. 15-18.
3. Зорин В.А. Надежность механических систем: Учебник / В.А. Зорин - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 380 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010252-8.
4. Кутлубаев, И.М. Гидравлика и гидропривод. [Электронный ресурс]: методические указания к контрольным работам по дисциплинам "Механика жидкости и газа", "Гидравлика", "Гидравлика и гидропневмопривод" для студентов специальности 190109 и направления подготовки 190100 / И.М. Кутлубаев, Е.Ю. Мацко, И.Г. Усов - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И. Носова, 2012.
5. Кутлубаев, И.М. Использование структурных схем для анализа многодвигательных машин. [Текст] / И.М. Кутлубаев // Вестник машиностроения. - 2004. - №12. - С. 8-11.
6. Лагереv, А.В. Проектирование насосных гидроприводов подъемно-транспортной техники. [Текст]: учебное пособие / А.В. Лагереv. - Брянск: БГТУ, 2006. - 232 с.
7. Макаров, А.Н. Оценка ожидаемого ресурса подшипников с учетом случайной природы условий эксплуатации [Текст] / А.Н. Макаров, О.Р. Халикова // Ремонт, восстановление и модернизация. – 2008. - №11. – С. 43-45.
8. Малафеев С. И. Надежность технических систем. Примеры и задачи [Текст] : учебное пособие / С. И. Малафеев, А. И. Копейкин. - СПб. и др. : Лань, 2012. - 313 с. : ил., граф., схемы, табл. - (Учебники для вузов: Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-1268-6.
9. Методика построения и ведения базы данных оборудования для прогнозирования параметров надежности исходя из условий его применения [Текст]: учебное пособие / А.В. Козырь, А.А. Кудряшов, И.М. Кутлубаев и др. МГТУ, [каф. ГМиТТК]. - Магнитогорск, Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова 2018. - 98 с.
10. Надежность механических систем горных и транспортных машин [Электронный ресурс]: учебное пособие / Панфилова О.Р, Усов И.Г., Кутлубаев И.М., Великанов В.С. - Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2020. - 60 с.
11. Острейковский, В.А. Теория надежности [Текст]: учебник / В. А. Острейковский. - 2-е изд., испр. - М. : Высшая школа, 2008. - 463 с.: ил., граф., схемы, табл.

12. Перятинский А. Ю. Надежность технических систем и техногенный риск [Текст] : учебное пособие / А. Ю. Перятинский, О. Б. Прошкина, А. А. Коновалова ; МГТУ, каф. ПЭиБЖД. - Магнитогорск, 2007. - 121 с. : табл.
13. Половко, А.М. Основы теории надежности [Текст] : учебное пособие / А. М. Половко, С. В. Гуров. - 2-е изд., перераб. и доп. - СПб. : БХВ-Петербург, 2006. - 702 с. : ил., табл.
14. Половко, А.М. Основы теории надежности. Практикум [Текст] : учебное пособие / А. М. Половко, С. В. Гуров. - СПб.: БХВ-Петербург, 2006. - 557 с. : ил., табл.
15. Расчет ресурса деталей структурно-функциональных элементов горных машин / О.Р. Панфилова, В.С. Великанов, И.Г. Усов, Е.Ю. Мацко, И.М. Кутлубаев // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2018. № 2. С. 43-51.
16. Структурное представление многодвигательных машин для определения показателей надежности [Текст] / И.М. Кутлубаев, А.Н. Макаров, И.Г. Усов, О.Р. Панфилова // Современные методы конструирования и технологии металлургического машиностроения, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова; под редакцией Н.Н. Огаркова. - Магнитогорск, 2006. - С. 83-86.
17. Шабанов, А.А. О перспективах исследований в области эргономического обеспечения отечественных карьерных экскаваторов [Текст] / А.А. Шабанов, В.С. Великанов // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. - 2012. - №4. - С. 19-29.
18. Шадрунова, И.В. Анализ силового взаимодействия при разрушении породы в дробилках ударного действия [Текст] / И.В. Шадрунова, И.М. Кутлубаев, Е.В. Колодежная // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. - 2008. - №2 (22). - С. 9-12.
19. Электронная база данных для организации технического обслуживания и ремонта металлургического оборудования [Текст] / И.М. Кутлубаев, А.Н. Макаров, И.Г. Усов, О.Р. Халикова // Ремонт, восстановление и модернизация. – 2008. - №3. – С. 37-41.
20. Юркевич В. В. Надежность и диагностика технологических систем [Текст]: учебник / В. В. Юркевич, А. Г. Схиртладзе. - М. : Академия, 2011. - 296 с. : ил., табл. - (Высшее проф. образование: Машиностроение).

Учебное текстовое электронное издание

**Панфилова Ольга Рашидовна
Великанов Владимир Семёнович
Кутлубаев Ильдар Мухаметович
Усов Игорь Геннадьевич**

**НАДЁЖНОСТЬ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
ГОРНЫХ И ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН
ЧАСТЬ 2. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЁЖНОСТИ МАШИН
НА ПРИМЕРЕ КАРЬЕРНОГО ЭКСКАВАТОРА**

Учебное пособие

1,62 Мб

1 электрон. опт. диск

г. Магнитогорск, 2021 год
ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»
Адрес: 455000, Россия, Челябинская область, г. Магнитогорск,
пр. Ленина 38

ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
Кафедра горных машин и транспортно-технологических комплексов
Центр электронных образовательных ресурсов и
дистанционных образовательных технологий
e-mail: ceor_dot@mail.ru