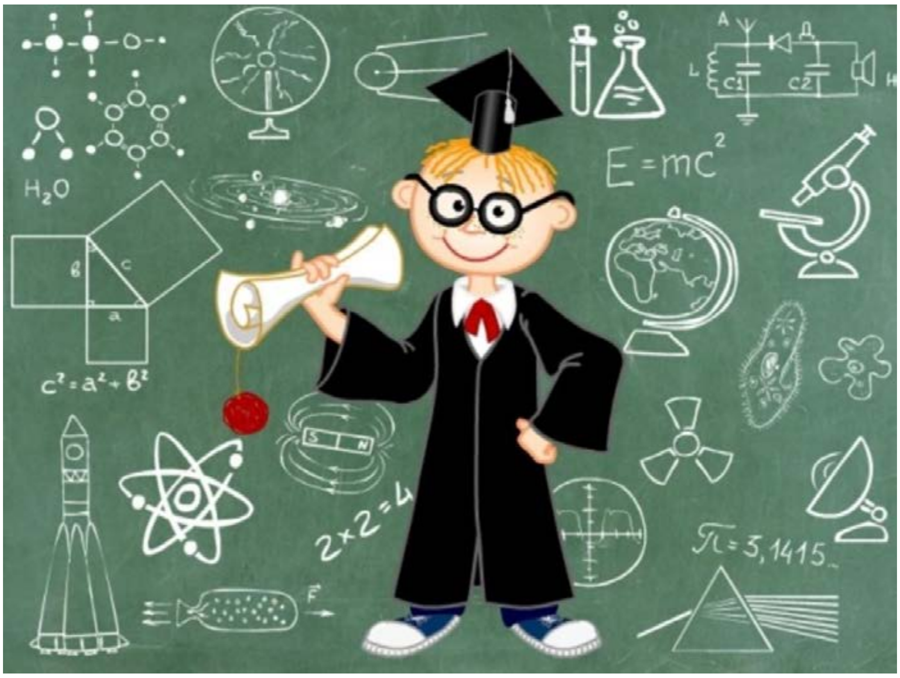
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Н.А. Плугина
В.А. Дозоров

ПРАКТИКУМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*



Магнитогорск
2019

УДК 373.167 (076.1)
ББК 22.3

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник,
ФГБНУ «Уфимский федеральный исследовательский центр РАН»
Н.Г. Мигранов

кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры физики,
ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический
университет им. Г. И. Носова»
Д.М. Долгушин

Плугина Н.А., Дозоров В.А.
Практикум решения задач по физике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Наталья Александровна Плугина, Виктор Анатольевич Дозоров ; ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». – Электрон. текстовые дан. (1,34 Мб). – Магнитогорск : ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2019. – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования : IBM PC, любой, более 1 GHz ; 512 Мб RAM ; 10 Мб HDD ; MS Windows XP и выше ; Adobe Reader 8.0 и выше ; CD/DVD-ROM дисковод ; мышь. – Загл. с титул. экрана.
ISBN 978-5-9967-1646-3

В пособии представлена подборка задач по физике, рекомендации и алгоритмы для решения таких задач на семинарах и при самостоятельной подготовке студентов к дисциплине «Практикум решения физических задач», изучаемой студентами университета, обучающимися по направлению 03.03.02 Физика. Рассматриваются общие теоретические положения элементарной физики, в том числе вопросы, выходящие за рамки классического элементарного курса физики. Приведены примеры решения классических задач и задач, требующих неординарного подхода. Рассмотрены методики решения сложных задач из разных разделов физики.

В списке литературы приведены основные литературные источники, материал которых использован для изложения темы. По тексту приведены формулы физики и иллюстрации к формулируемым вопросам.

Учебное пособие может быть рекомендовано в качестве дополнительной литературы по дисциплине «Элементарная физика» и «Общий физический практикум».

УДК 373.167 (076.1)
ББК 22.3

ISBN 978-5-9967-1646-3

© Плугина Н.А., Дозоров В.А., 2019
© ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», 2019

Содержание

Введение ... 4
1. Физические основы механики ... 8
1.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме: «Кинематика» ... 8
Тест «Кинематика» ... 11
1.2. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Динамика» ... 15
Тест «Динамика» ... 20
1.3. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Законы сохранения механической энергии и импульса» ... 24
Тест «Законы сохранения механической энергии и импульса» ... 27
2. Молекулярная физика и термодинамика ... 31
2.1. Сводка формул, необходимых при решении задач по теме «Молекулярная физика» ... 31
Тест «Молекулярная физика» ... 34
2.2. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Тепловые явления. Основы термодинамики» ... 38
Тест «Тепловые явления. Основы термодинамики» ... 40
3. Основы электродинамики ... 45
3.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Электростатика» ... 45
Тест «Электростатика» ... 48
3.2. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Законы постоянного тока» ... 54
Тест «Законы постоянного тока» ... 56
3.3. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Электромагнетизм» ... 59
Тест «Электромагнетизм» ... 63
4. Колебания и волны ... 68
4.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Колебания и волны» ... 68
Тест «Колебания и волны» ... 72
5. Оптика ... 76
5.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Оптика» ... 76
Тест «Оптика» ... 80
6. Квантовая, атомная и ядерная физика ... 85
6.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Квантовая, атомная и ядерная физика» ... 85
Тест «Фотоэффект и атомная физика. Физика атомного ядра» ... 91
Библиографический список ... 95
Приложение ... 96

ВВЕДЕНИЕ

Как показывает опыт, решение задач по физике, при всей объективности оценки уровня знаний учащимися физических законов и понятий с помощью этой формы контроля, часто оказывается наиболее трудной проблемой. Сформулировать физический закон и записать формулу проще, чем использовать эти знания при анализе конкретной ситуации и решения задачи расчетного или качественного характера. Решение любой задачи происходит по определенному плану. Знание плана решения позволяет привести в стройную систему все рассуждения, отражающие описанное в задаче физическое явление, и на их основе установить систему математических уравнений, решив которую, получают ответ к задаче.

При анализе содержания задачи следует разобраться, какие явления придется исследовать, как протекают рассматриваемые физические процессы, то есть необходимо понять условие задачи. Далее нужно детально проанализировать, что известно в задаче о рассматриваемых физических процессах, какие физические величины требуется найти и какие законы и понятия соответствующего раздела школьной физики придется использовать.

При решении любой задачи следует ход решения разбить на несколько простых этапов:

1) прочитать внимательно условие задачи, а затем, при повторном чтении выписать данные значения физических величин, обозначив их соответствующими буквенными символами; если встречается несколько однородных величин, их следует индексировать цифрами или другими символами; в «дано» следует записать необходимые постоянные и табличные значения, кинематические или другие соотношения, если они указаны в условии задачи;

2) выполнить четкий, понятный рисунок, не загромождая его лишними, не принципиальными деталями; если задача может быть решена без рисунка, его делать не следует;

3) вспомните формулы, где содержится нужная для ответа величина, а также присутствуют величины, известные из условия; не спешите отыскать численное значение искомой величины сразу, постарайтесь избегать промежуточных вычислений (их резонно делать лишь в случаях, когда формулы получаются очень громоздкими);

4) составьте систему уравнений, и, если полученная система содержит число уравнений, равное числу неизвестных, решите систему алгебраическими методами; иногда искомую величину можно найти с числом уравнений меньше числа неизвестных, в этом случае некоторые неизвестные должны либо сократиться в ходе математических преобразований, либо должны быть сгруппированы;

5) желательно получить расчетное конечное выражение в виде формулы, и лишь затем, подставив числовые значения, рассчитать искомую величину; для того, чтобы избежать числовых ошибок, все величины должны быть представлены в единицах системы «СИ», если в условиях задачи не оговорено иначе;

6) получение готовой формулы имеет еще одно преимущество – с ее помощью, подставив в формулу размерности входящих в выражение физических величин в единицах «СИ», можно проверить правильность расчетной формулы, так как получаемая размерность должна соответствовать размерности искомой величины.

Основные единицы измерения физических величин в международной системе единиц (СИ):

- единица длины *[L] = 1 метр (м)*;
- единица времени *[t] = 1 секунда (с)*;
- единица массы *[m] = 1 килограмм (кг)*;
- единица температуры *[T] = 1 кельвин (К)*;
- единица количества вещества *[ν] = 1 моль (моль);*
- единица силы тока *[I] = 1 ампер (А);*
- единица силы света *[J] = 1 кандела (кд) (в школьном курсе физики не рассматривается)*;
- вспомогательная единица измерения угла *[ω] = 1 радиан (рад.).*

Все остальные единицы измерения физических величин – производные единицы, получаемые из основных.

Например, скорость

$$v = \frac{S}{t} \Rightarrow [\upsilon] = м/с.$$

Приведем пример использования методики, указанной выше.

<u>*Задача*</u>. *С крыши дома с интервалом в 1 с падают одна за другой две капли. Через 2 с после начала падения второй капли расстояние между каплями станет равным*

1) 5 м; 2) 10 м; 3) 15 м; 4) 20 м; 5) 25 м

Дано:

$\Delta t = 1\ с$ $t_2 = 2\ с$ $g = 10\ м/с^2$ ΔS - ?	1. В «дано» включена постоянная g; для простоты расчетов g принято 10 (а не $9{,}8\ м/с^2$), и это указано в «дано». Интервалы обычно обозначают значком Δ: Δt – интервал времени между отрывом капель: $\Delta t = t_1 - t_2$, где t_1 и t_2 – время падения первой и второй капель, соответственно;

ΔS – расстояние между каплями (искомая величина): $\Delta S = S_1 - S_2$.

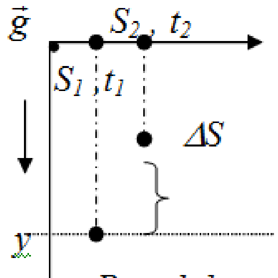


Рис. 1.1.

2. Так как капли движутся вниз, то ось y системы отсчета удобнее выбрать направленной вниз, для того, чтобы избежать появления в математических выражениях «трудно объяснимых» знаков « - ».

3. $\Delta t = t_1 - t_2$; (I)

$\Delta S = S_1 - S_2$; (II)

выясняем характер рассматриваемого движения: (*в школьном курсе рассматриваются только равномерное, с постоянной скоростью, и равнопеременное – равноускоренное или равнозамедленное – движения, с постоянным ускорением; этим следует пользоваться*): равноускоренное с ускорением g; при равноускоренном движении с ускорением g из начала координат без начальной скорости ($y_0 = 0$, $\upsilon_0 = 0$), координата тела рассчитывается по формуле:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow y = \frac{gt^2}{2};\text{(III)}$$

$$y_1 = S_1 = \frac{gt_1^2}{2};\ y_2 = S_2 + \frac{gt_2^2}{2};\ \text{(IV)}$$

4. Получили систему из четырех уравнений (I)-(IV), содержащую четыре неизвестных: t_1 , ΔS, S_1 , S_2. Система имеет единственное решение. Решаем ее, последовательно исключая неизвестные величины, которые определять нет необходимости:

5. $\Delta t = t_1 - t_2\ ;\Rightarrow t_1 = t_2 + \Delta t;\ \Delta S = S_1 - S_2 = \frac{gt_1^2}{2} - \frac{gt_2^2}{2} = \frac{g}{2}\left(t_1^2 - t_2^2\right);$

$$\Delta S = \frac{g}{2}\left((t_2+\Delta t)^2 - t_2^2\right) = \frac{g}{2}\left(t_2^2 + 2t_2\Delta t + \Delta t^2 - t_2^2\right) = \frac{g}{2}\left(2t_2\Delta t + \Delta t^2\right);$$

$$\Delta S = \frac{10}{2}\left(2\cdot 2\cdot 1 + 1^2\right) = 25\ (м)$$

Верный ответ 5).

6. Проверим размерность полученной величины: $[\Delta S] = \frac{м}{с^2}\left(с\cdot с + с^2\right) = \frac{м\cdot с^2}{с^2} = м$.

Ясно, что для столь подробного разбора задачи, если выполняется тестовое задание, времени недостаточно. Однако, мы рекомендуем следовать приведенному плану решения задач, опуская при этом подробное описание этапов решения задачи и сосредоточив главное внимание на получении системы уравнений и вывода конечного соотношения для расчета искомой величины.

Прежде, чем приступить к решению задач, вспомните основные математические операции, которые вам придется использовать (см. *Приложение*).

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

1.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме: «Кинематика»

- путь S и координата x (или y) тела при равномерном движении:

$$S = x - x_0 = v \cdot t; \quad x = x_0 + v \cdot t \tag{1}$$

где x_0 – начальная координата; $v = \frac{x - x_0}{t}$ - скорость;

единицы измерения, СИ: *[x] = 1 м; [υ] = 1 м/с;*

- средняя скорость:

$$v_{cp} = \frac{S}{t}, \tag{2}$$

где S – весь путь t – все время, в величину t включается и то время, когда тело не двигалось (например, автобус стоял на остановке);

- путь и координата тела при равноускоренном (+) и равнозамедленном (-) движении:

$$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2} \qquad x = x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2} \tag{3}$$

где υ_0 – начальная скорость; ускорение:

$$a = \frac{v - v_0}{t}; \tag{4}$$

- скорость тела при равноускоренном (+) ($a > 0$) и равнозамедленном (-) ($a < 0$) движении:

$$v = v_0 \pm at; \tag{5}$$

при равноускоренном движении направление $\vec{\upsilon}$ и $\vec{a}$ совпадают; при равнозамедленном движении $\vec{\upsilon}$ и $\vec{a}$ направлены противоположно; $[a] = 1$ м/с^2 ;

- закон сложения скоростей:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2, \tag{6}$$

где $\vec{\upsilon}$ - скорость тела относительно неподвижной системы отсчета (СО); $\vec{\upsilon}_1$ - скорость тела относительно подвижной СО; $\vec{\upsilon}_0$ - скорость подвижной СО;

- криволинейное движение тела:

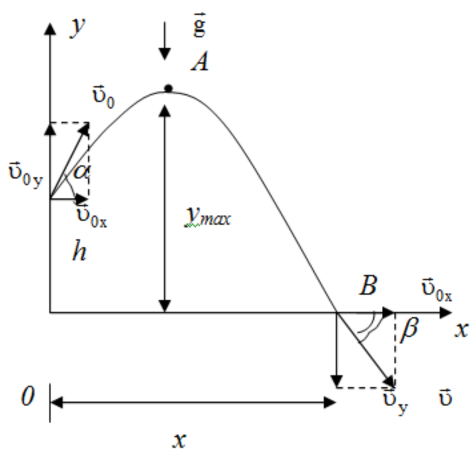


Рис. 1.2.

$$v_{ox} = v_0 \cos\alpha; \tag{7}$$

$$v_{oy} = v_0 \sin\alpha; \tag{8}$$

$$v_x = v_{ox} = const; \tag{9}$$

$$v_y = v_{0y} - gt\ \upsilon_y; \tag{10}$$

$$x = v_{ox} t; \tag{11}$$

$$y = h + v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}; \tag{12}$$

в т. А тело будет через время:

$$t_A = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}; \tag{13}$$

в т. В тело будет через время:

$$t_B = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g};\qquad(14)$$

$$y_{max} = h + \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t_A - \frac{gt_A^2}{2};\qquad(15)$$

$$x = v_0 \cos\alpha t_B;\qquad(16)$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt_B;\qquad(17)$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_{0x}^2 + \upsilon_y^2};\qquad(18)$$

$$tg\beta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_{0x}};\qquad(19)$$

- для тела, брошенного из начала координат под углом α, во всех формулах выше $h = 0$;
- для тела, брошенного горизонтально на высоте h, $\alpha = 0$, то есть во всех формулах выше $sin\alpha = 0$, $cos\alpha = 1$;
- для тела, брошенного вертикально вверх с высоты h, $\alpha = 90^0$, то есть во всех формулах выше $sin\alpha = 1$, $cos\alpha = 0$.

Графики скорости равномерного (1), равноускоренного (2) и равнозамедленного (3) движений (*Рис.1.3*):

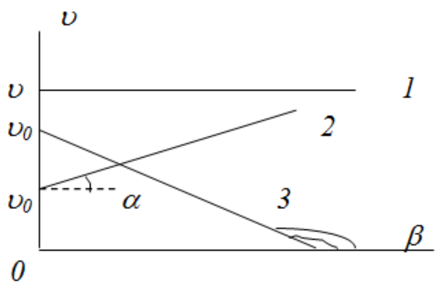


Рис. 1.3.

1) $a = 0$;
2) $tg\alpha = a > 0$;
3) $tg\beta = a < 0$;

- графики координаты покоящегося (1), движущегося равномерно вдоль оси у (2) и против оси у (3), равноускоренно (4) и равнозамедленно (5) (*Рис.1.4*)

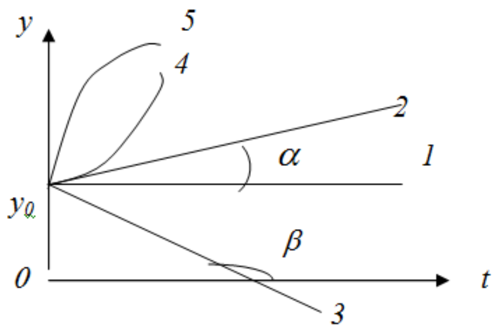


Рис.1.4

1) $\upsilon = 0;\ y = y_0$;
2) $tg\alpha = \upsilon;\ y = y_0 + \upsilon t$;
3) $tg\beta = -\upsilon;\ y = y_0 - \upsilon t$;
4) $y = y_0 + \dfrac{at^2}{2}$;
5) $y = y_0 + v_0 t - \dfrac{at^2}{2}$.

- движение тела по окружности с постоянной по величине скоростью (*Рис.1.5*):

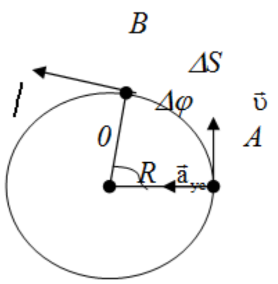


Рис.1.5

длина дуги:

$$AB = \Delta S = R\,\Delta\varphi\ , \qquad (20)$$

где R – радиус вращения, $\Delta\varphi$ - угол поворота радиуса;

$$v = \omega \cdot R\ , \qquad (21)$$

угловая скорость:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}; \qquad (22)$$

период обращения (время одного оборота):

$$T = \frac{2\pi}{\omega}; \qquad (23)$$

частота (число оборотов за 1 секунду):

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}; \qquad (24)$$

$$T = \frac{1}{\nu}; \qquad (25)$$

$[\omega] = 1$ *рад/с*; $[T] = 1$ *с*; $[\nu] = 1\ с^{-1} = 1$ *Гц*.

- центростремительное ускорение (ускорение, изменяющее скорость по направлению):

$$a_{цс} = \frac{v^2}{R}; \qquad (26)$$

- скалярные величины: $S;\ x;\ y;\ R;\ T;\ \nu;\ \varphi;\ \alpha;\ \beta;\ \Delta t$;
- векторные величины: $\vec{\upsilon}, \vec{a}, \vec{a}_{цс}, \vec{\omega}$.

Замечание: Формулы (3) позволяют получить выражение для скорости (5) и ускорения: в формулах (3), x_0 , υ_0 , a – постоянные величины (числа, константы); производная (формулы 1.22, 1.23 в *Приложении*)

$$S' = \left(v_0 t \pm \frac{at^2}{2}\right)' = v_0 \pm at = v\,; \qquad (5)$$

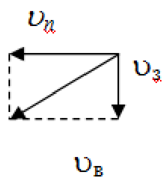
$$x'(t) = \left(x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}\right)' = v_0 \pm at = v_x \qquad (5)$$

$$v'(t) = (v_0 \pm at)' = \pm a \qquad\qquad v'_x(t) = (v_{0x} \pm a_x t)' = \pm a_x$$

Тест «Кинематика»

1. *Скорость поезда изображена вектором, направленным горизонтально вправо, а скорость дождевой капли относительно Земли вертикально вниз. Какова скорость капли относительно стекла в вагонном окне?*

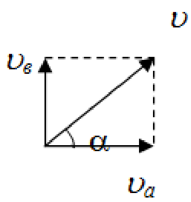
А. Б. В. Г. Д.



Решение: т.к. скорость капли относительно поезда $\upsilon_п$, направлена влево, а относительно Земли $\upsilon_з$, направлена вертикально вниз, то относительно вагонного окна $\upsilon_в$

Ответ: А

2. *Из кузова автомобиля, движущегося горизонтально со скоростью υ_a, вертикально вверх $\upsilon_в$ бросили мяч. Какова траектория движения мяча относительно Земли?*



Решение: сложение векторов $\upsilon_в$ и υ_a дает результирующий вектор υ -тело брошено под углом к горизонту α, траектория движения такого тела относительно земли – парабола.

Ответ: Б.

3. *Относительно туннеля эскалатор метро движется со скоростью $\upsilon_э$ = 90 см/с. Если пассажир идет в направлении движения эскалатора, то он тратит на весь путь от начала эскалатора до выхода в вестибюль метро t_1 = 30 с. Если пассажир идет против движения эскалатора, то он тратит на весь путь t_2 = 60 с. Какова длина туннеля?*

А. 30 м Б. 36 м В. 40 м Г. 45 м Д. 60 м.

Решение: считаем туннель неподвижной СО; в 1-м случае $\upsilon = \upsilon_э + \upsilon_{пас}$; длина туннеля $x = (\upsilon_э + \upsilon_{пас})\cdot t_1$; во втором случае $\upsilon = \upsilon_э - \upsilon_{пас}$, длина туннеля $x = (\upsilon_э -$

$\upsilon_{пас})\cdot t_2$, где υ - скорость пассажира относительно подвижной СО; $\upsilon_э$ – скорость подвижной системы отсчета; $\upsilon_{пас}$ – скорость пассажира относительно подвижной СО (эскалатора).

$$\begin{cases} x = (v_э + v_{пас})\cdot t_1 \\ x = (v_э - v_{пас})\cdot t_2 \end{cases} \Rightarrow (v_э + v_{пас})\cdot t_1 = (v_э - v_{пас})\cdot t_2 \Rightarrow v_{пас} = 0{,}3 м/с$$

$$x = (0{,}9 + 0{,}3)\,30 = 36(м)$$

Ответ: Б.

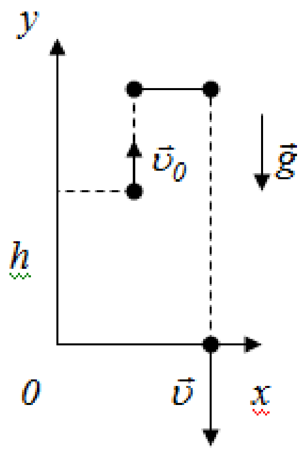
4. *Тело брошено с башни высотой h = 25 м вертикально вверх со скоростью υ_0 = 20 м/с. Рассчитать время падения тела на Землю.*

А. 10 с. Б. 2,5 с. В. 5 с. Г. 7,5 с. Д. 6 с.

Решение: воспользуемся (формально) формулой (14):

$\upsilon_0 = 20$ *м/с; h = 25 м; g = 10 м/с^2; $\alpha = 90^0$; sinα = 1,* таким образом,

$$t = \frac{20 + \sqrt{20^2 + 2\cdot 10\cdot 25}}{10} = 5\ (с).$$



При неформальном подходе: в момент броска тело движется равнозамедленно вверх с начальной скоростью υ_0; координата *y* определяется по закону (3): $y = h + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$; хотя на обратном пути тело движется равноускоренно, уравнение (3) применяемо на любом участке пути, так что в момент падения *t*, *y = 0*, то есть:

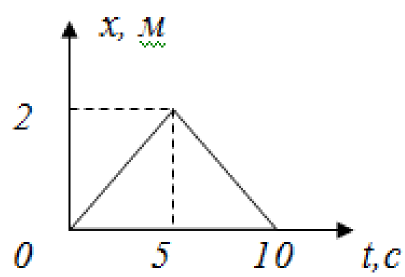
$$0 = h + v_0 t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t^2 - 4t - 5 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

Учтем, что время не может быть отрицательным, а потому выбираем один корень $t = \frac{4+6}{2} = 5$.

Ответ: В.

5. *Зависимость координаты тела от времени x(t) дана на рисунке. Какой путь прошло тело за 10 с?*

А. 2 м Б. 0 м В. 5 м Г. 1 м Д. 4 м.



Решение: за первые *5 с* тело удалилось от начала отсчета *x_1 = 2 м*, за вторые *5 с* вернулось к началу координат и прошло путь *x_2 = 2 м*. Общий путь *$x_1 + x_2$ = 4 м*.

Ответ: Д

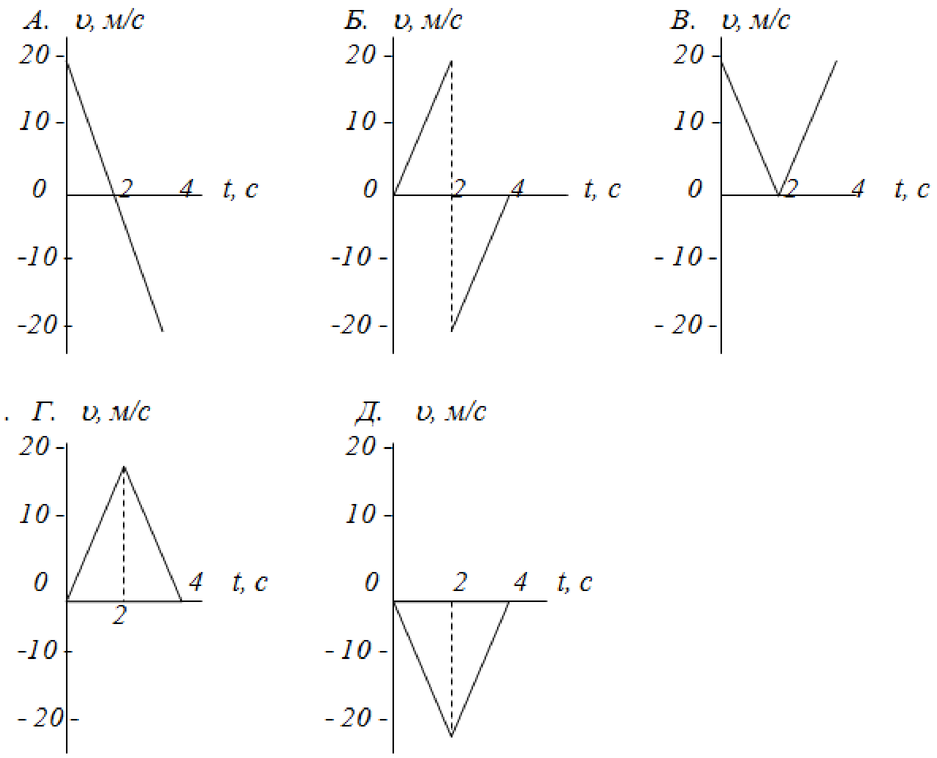
6. *Уравнение движения тела x = 10 + 5t – 5t^2. Записать уравнение скорости и рассчитать ускорение тела.*

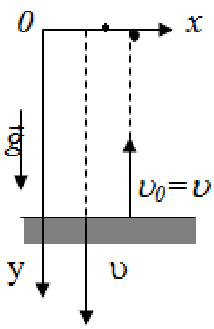
А. $\upsilon = 5 - 10t$; $a = 10$; Б. $\upsilon = 5 - 5t$; $a = 5$; В. $\upsilon = -10t$; $a = -10$;
Г. $\upsilon = 5 - 10t$; $a = -10$; Д. $\upsilon = 5t - 5t^2$; $a = -10$.

<u>*Решение:*</u> $\upsilon = x'(t) = (10 + 5t - 5t^2)' = 5 - 10t$; $a = \upsilon'(t) = (5 - 10t)' = -10$ *(м/с²)*

<u>*Ответ: Г.*</u>

7. *Тело, свободно падающее на землю, упруго отскочило от земли и поднялось на ту же высоту. Определите график скорости движения тела.* $g = 10$ *м/с²*.





<u>*Решение*</u>: СО выберем так, чтобы ось была направлена вниз (*рис.*)

$|\vec{\upsilon}|_{max} = 20$ *м/с* (по графикам)

$|\vec{\upsilon}|_{начальная} = 0$ *м/с* (в момент начала падения)

$\upsilon = gt = 10 \cdot 2 = 20$ *м/с (для* $t = 2$ *с)*

При движении вверх, начальная скорость $\upsilon_0 = \upsilon = -20$ *м/с*, движение равнозамедленное, т.е. $\vec{\upsilon}_y = \vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t$; в проекции на ось y, $\upsilon_y = -\upsilon + gt = 0$ для $\Delta t = 2{,}0$ *с*. Скорость υ_y при этом изменяется от *–20м/с до 0* за интервал времени *2÷4с*.

<u>*Ответ: Б*</u>

8. *Экспериментатор измерял скорость тела и обнаружил следующую закономерность (таблица):*

t, с	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*
υ, м/с	*2*	*4*	*6*	*8*	*10*

Каково уравнение движения для этого тела?

А. $x = 2t + t^2$; Б. $x = 2t - t$; В. $x = 2t$; Г. $x = t + 2t^2$; Д. $x = t^2$.

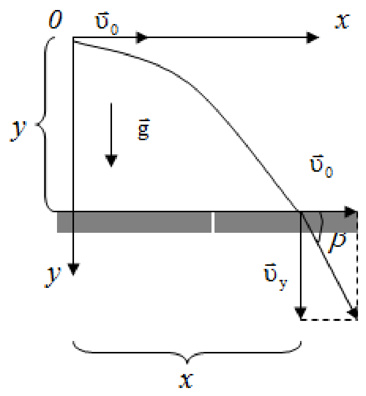
Решение: из таблицы - время меняется равномерно, а скорость нет, значит это движение с ускорением, *а:* $a = \frac{\upsilon_4 - \upsilon_0}{t_4 - t_0} = \frac{10-2}{4-0} = \frac{8}{4} = 2$ *м/с²* > 0;

уравнение движения (3): $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$; судя по ответам из таблицы,

$x_0 = 0$, $\upsilon_0 (t_0 = 0) = 2$*м/с;* $x = 2t + \frac{2}{2}t^2 = 2 + t^2$. *Ответ: А.*

9. *Дальность полета тела, брошенного горизонтально, вдвое больше высоты бросания. Под каким углом к горизонту упало тело?*

А. 30^0. Б. 45^0. В. 60^0. Г. 90^0. Д. 0^0.



Решение: $tg\beta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0}$;

Вдоль оси y – движение равноускоренное с ускорением g, поэтому

$$\upsilon_y = gt\,;\quad y = \frac{gt^2}{2}\,;\Rightarrow y = \frac{\upsilon_y^2}{2g}.$$

Движение вдоль оси x – равномерное, т.е.

$x = v_0 t;\quad t = \frac{v_y}{g}$. По условию задачи

$$x = 2y \Rightarrow v_0 \cdot \frac{v_y}{g} = 2\frac{v_y^2}{2g} \Rightarrow v_0 = v_y$$ то есть

$tg\beta = 1 \Rightarrow \beta = 45^0$.

Ответ: Б.

10. *Маховик сначала вращался с угловой скоростью* $\omega_1 = 2\pi$ *рад/с. После разгона угловая скорость составила* $\omega_2 = 4\pi$ *рад/с. Во сколько раз изменился период вращения маховика?*

А. Уменьшился в 2 раза. Б. Увеличился в 2 раза В. Уменьшился в π раз.

Г. Увеличился в π раз. Д. Не изменился.

Решение: $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$; $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$; $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2\pi}{T_1} : \frac{2\pi}{T_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_1 = 2T_2$

Ответ: А.

11. *Половину пути тело прошло со скоростью* $\upsilon_1 = 6$ *м/с, а другую половину – со скоростью* $\upsilon_2 = 4$ *м/с. Определить среднюю скорость тела на всем пути.*

А. 4,5 м/с. Б. 4,8 м/с. В. 5 м/с. Г. 5,2 м/с. Д. 5,8 м/с.

Решение: формула средней скорости

$$\upsilon_{cp} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}; \qquad t_1 = \frac{S_1}{\upsilon_1}; \quad t_2 = \frac{S_2}{\upsilon_2}; \; S_1 = 0{,}5S \; ; S_2 = 0{,}5S \; ; S$$ – весь путь.

$$\upsilon_{cp} = \frac{0{,}5S + 0{,}5S}{\frac{S_1}{\upsilon_1} + \frac{S_2}{\upsilon_2}} = \frac{S}{\frac{0{,}5S}{\upsilon_1} + \frac{0{,}5S}{\upsilon_2}} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_2 + \upsilon_1} = 4{,}8 \; (м/с)$$

Ответ: Б.

1.2. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Динамика»

- плотность однородного тела $\rho = \frac{m}{V}$, $[\rho] = кг/м^3$;

- сила – векторная величина, характеризующая взаимодействие тел и полей F; единица измерения $[F] = \frac{кг \cdot м}{с^2} = 1Н$ (ньютон).

- второй закон Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a} \; , \tag{27}$$

где $\vec{F}$ - равнодействующая всех сил, приложенных к телу, рассчитывается как геометрическая сумма всех сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n \, . \tag{28}$$

Из формулы (27) ясно, что ускорение всегда совпадает по направлению с равнодействующей сил (или одной силы, если других нет).

Скорость тела всегда направлена в сторону движения тела (по касательной к траектории движения, в точке, где находится тело). Сила, действующая на тело (равнодействующая сил), не всегда совпадает с направлением движения:

- если совпадает, то ускорение направлено туда же, куда и скорость, и мы имеем дело с равноускоренным движением ($a > 0$);

- если сила направлена противоположно направлению движения, то ускорение направлено в сторону, противоположную скорости, и мы имеем дело с равнозамедленным движением ($a < 0$);

- если вектор силы перпендикулярен вектору скорости, а скорость не изменяется по величине, то мы имеем дело с изменением скорости по направлению, то есть с центростремительным ускорением (*например,* движение по окружности с постоянной скоростью).

Если действующие на тело силы уравновешивают друг друга, то есть $\vec{F} = 0$ в формуле (28), то из формулы (27) $\vec{a} = 0$, и скорость тела не изменяется ни по величине, ни по направлению – тело движется (покоится) равномерно и прямолинейно относительно выбранной системы отсчета (*1-й закон Ньютона*).

Сила возникает только при действии на тело другого тела (поля). Поэтому, для тел в инерциальных системах отсчета, если есть сила, действующая на рассматриваемое тело, – ищи другое тело (или тела, поля), вызвавшие эту силу. Действие носит характер взаимодействия, то есть тела (поля) действуют друг на друга с силами одной природы, силы равны по величине и действуют по прямой, соединяющей тела, и направлены в противоположные стороны (центральные силы) (*3-й закон Ньютона*).

Например, вес – сила, с которой тело действует на опору или растягивает подвес; по 3-му закону Ньютона, опора или подвес действуют на тело с такой же по величине силой (сила реакции опоры, $\vec{N}$, сила упругости подвеса, $\vec{F}_{упр}$):

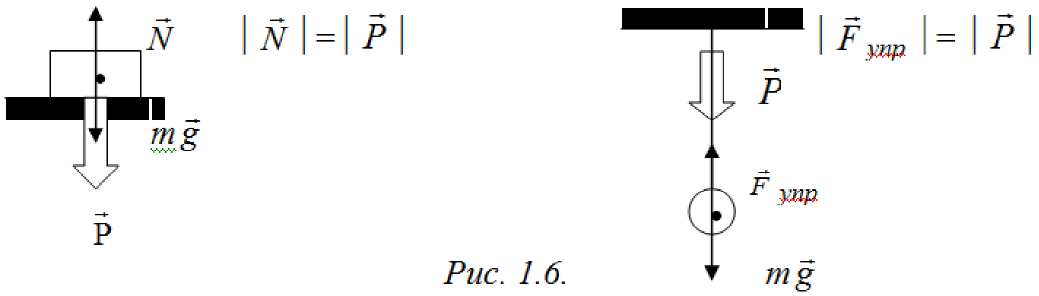


Рис. 1.6.

В динамике рассматривают:

– гравитационные силы:

$F_{тяг} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$ (*закон Всемирного тяготения Ньютона*);
(29)

– следствие закона - сила тяжести $F_{тяж} = mg$;
(30)

– силы упругости: $F_{Гука} = -k\,\Delta x$ (*закон Гука*);
(31)

– силы трения скольжения: $F_{тр} = \mu N$ (*закон Кулона-Амонтона*).
(32)

Комбинация уравнений (29) и (30) позволяет рассчитать ускорение свободного падения на любой высоте h над поверхностью небесного тела и для любой планеты массой M и радиуса R:

$$F_{тяг} \approx F_{тяж} \quad \Rightarrow \quad G\frac{mM}{(R+h)^2} = mg \quad \Rightarrow \quad g = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

У поверхности Земли, *например*, $h = 0$, масса Земли $M = 6{\cdot}10^{24}$ *кг* и радиус Земли $R_З = 6400$ *км*:

$$g_З = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{6\cdot 10^{24}}{(6{,}4\cdot 10^6)^2} \approx 9{,}8\ \text{м/с}^2.$$

Для тела на опоре или подвесе (*Рис.1.6*) верно:

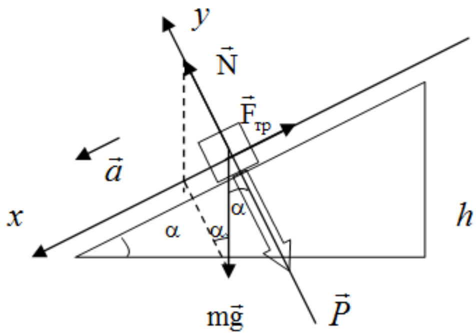
$$|m\vec{g}| = |\vec{N}| = |\vec{P}| \ \text{или}\ |m\vec{g}| = |\vec{F}_{упр}| = |\vec{P}|,$$

то есть вес численно равен силе тяжести. Однако, вес не всегда равен силе тяжести (но всегда равен $\vec{F}_{упр}$ или $\vec{N}$). *Например,*

- если тело движется ускоренно вверх, имеет место возрастание веса (перегрузка) (сила тяжести всегда mg): $P = m(g + a)$;
- если тело движется ускоренно вниз, имеет место уменьшение веса:
$$P = m(g - a);$$
- если тело свободно падает ($a = g$) , то вес $P = 0$ (состояние невесомости).

И только для покоящегося тела, или для тела, движущегося равномерно и прямолинейно (для инерциальной системы отсчета, $a = 0$), $P = mg$.

Для тела на наклонной плоскости следует сделать чертеж, указав все силы, приложенные к телу:



h – высота наклонной плоскости;

Рис.1.7

Равнодействующая сил $m\vec{g}$ и $\vec{N}$ заставляет тело скользить по наклонной плоскости, сила трения $\vec{F}_{mp}$ препятствует этому; если сила трения велика, то она удерживает тело на месте, а коэффициент трения покоя $\mu_n = tg\alpha$, где α - угол наклона плоскости к горизонту; если равнодействующая $m\vec{g} + \vec{N} \geq \vec{F}_{mp}$,

то тело соскальзывает с ускорением $a > 0$ (знак > в формуле) или равномерно, с постоянной скоростью (знак = в формуле, $a = 0$). В этом случае для вычисления искомых величин необходима система уравнений:

- второй закон Ньютона: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} = m\vec{a}$;
- проекция на ось x: $mg{\cdot}sin\alpha - F_{mp} = ma$;
- проекция на ось y: $- mg{\cdot}cos\alpha + N = 0 \Rightarrow N = mg{\cdot}cos\alpha;$
- сила трения: $F_{mp} = \mu N$.

В этом случае $|\vec{P}| = |\vec{N}| = mg{\cdot}cos\alpha < mg$, вес тела меньше силы тяжести.

Для тел, переброшенных через блок (*Рис. 1.8*) (для любых связанных тел, систем), надо выбрать свою ось для каждого тела (x, y или больше), нить всегда упругая, нерастяжимая, блок невесомый, вращается без трения, так что это условие дает возможность полагать, что $a_1 = a_2 = a$, $F_{упр1} = F_{упр2} = F_{упр}$,, что, естественно, упрощает решение задач такого типа. И система уравнений, из которой далее находятся нужные величины, имеет вид:

x: $Mg – F_{упр1} = Ma_1$;

y: $F_{упр2} – mg = ma_2$.

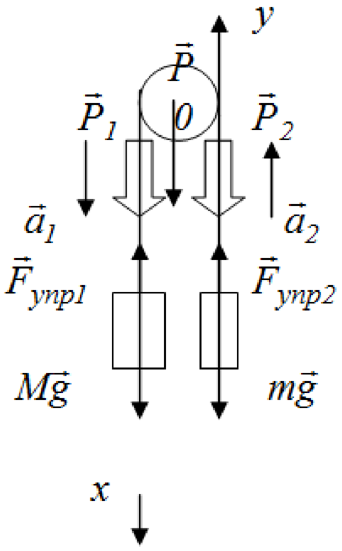


Рис. 1.8.

Сила давления $\vec{P}$ на ось блока О определяется весом P_1 и P_2, которые равны, и $|\vec{P}_1| = |\vec{F}_{упр1}|$; $|\vec{P}_2| = |\vec{F}_{упр2}|$, так что $P = P_1 + P_2$.

Конечно, рассмотреть все возникающие ситуации невозможно, однако, как бы ни была сложна задача, все ее этапы решения, в конечном итоге, состоят из простых элементов, подобно тем, что описаны выше.

Статика – частный случай динамики, когда силы на тело действуют, а тело остается неподвижным (или движется равномерно и прямолинейно). При решении таких задач к уравнениям динамики добавляются условия равновесия тела:

<u>1-е условие</u>: $$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0,$$

(33)

<u>2-е условие</u>: $$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots + \vec{M}_n = 0.$$

(34)

Первое условие – это частный случай 2-го закона Ньютона, когда $\vec{a} = 0$. Каждая из сил может быть приложена к телу протяженных размеров в разных местах. В результате создаются моменты сил (у каждой силы $\vec{F}_i$ свой момент $\vec{M}_i$):

$$M_i = F_i \cdot r, \tag{35}$$

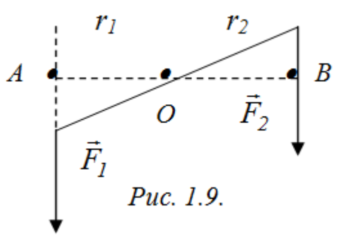


Рис. 1.9.

где r – плечо силы – перпендикуляр, опущенный из точки, через которую проходит возможная ось вращения тела O (*Рис.1.9*), на линию действия силы (AB). Например*:* для рычага *Архимеда* O – ось вращения, $AO = r_1$ – плечо силы F_1, $OB = r_2$ – плечо силы F_2. Так как момент силы – векторная величина, то знак момента определяется правилом: если сила F_1 может вращать тело (например, рычаг на *Рис.1.9*) против часовой стрелки, то момент M_1 берут с плюсом: $+M_1 = F_1 r_1$, если по часовой (F_2) – момент M_2 с минусом: $-M_2 = F_2 r_2$, и тогда 2-е условие равновесия для этого примера $M_1 - M_2 = 0 \Rightarrow M_1 = M_2$, то есть $F_1 r_1 = F_2 r_2$ – *правило рычага Архимеда*.

Примером равновесия тела является плавающее тело в жидкости (или газе), изображенное на *Рис.1.10*. Здесь

$$F_a = mg \tag{36}$$

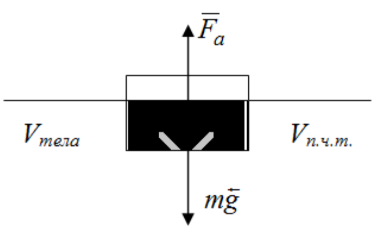


Рис. 1.10

выталкивающая сила F_a (сила Архимеда) равна произведению плотности жидкости (газа) $\rho_ж$, *объема погруженной части тела $V_{п.ч.т.}$, и ускорения свободного падения,* g (*закон Архимеда*): $F_a = \rho_ж \cdot g \cdot V_{п.ч.т.}$. Так как масса тела $m = \rho_{тела} \cdot V_{тела}$, то

$$\rho_ж \cdot V_{п.ч.т.} = \rho_{тела} \cdot V_{тела} \tag{36 а}$$

Это основное соотношение при решении задач на закон Архимеда. Если речь идет о газе (*например*, тело в воздухе), то в формуле (36 а) вместо объема погруженной части тела $V_{п.ч.т.}$ стоит объем всего тела $V_{тела}$, и условием плавания тела в газе является равенство плотностей (их средних значений) тел:

$$\rho_{газа} = \rho_{тела} \tag{36 б}$$

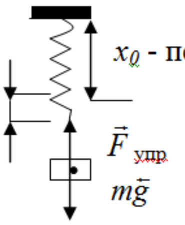
В задачах такого типа нет необходимости записывать 2-е условие равновесия (34), так как силы mg и F_a приложены к одной точке.

Если же это не так, то условие (34) позволяет выяснить, будет тело (например, судно) устойчиво (*Рис 1.11, а*), или возможно опрокидывание (*Рис.1.11, б*) вокруг оси *0*:

Рис. 1.11

При решении задач на закон Гука, часто предлагают рассмотреть системы пружин:

– одна пружина -



$/F_{упр}/ = /mg/ = k\Delta x,$

где k – жесткость пружины, *Н/м.*

Рис.1.12

– две пружины соединены последовательно:

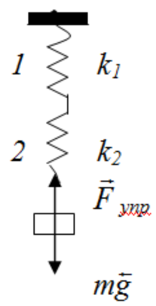


Рис. 1.13.

$$/F_{упр}/ = /mg/ = k\Delta x,$$

где жесткость системы пружин k рассчитывается по жесткости пружин k_1 и k_2:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \qquad (37)$$

– две пружины соединены параллельно:

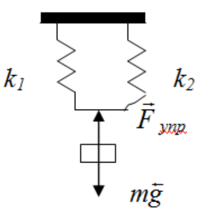


Рис. 1.14

$$/F_{упр}/ = /mg/ = k\Delta x,$$

где жесткость системы пружин k рассчитывается по жесткости пружин k_1 и k_2:

$$k = k_1 + k_2 \qquad (38)$$

Если растягивается или сжимается стержень, то тогда жесткость k рассчитывается как:

$$k = E \cdot \frac{S}{x_0}\ , \qquad (39)$$

где E – *модуль Юнга* (табличное значение для каждого материала стержня), S – площадь сечения стержня; x_0 – первоначальная длина стержня (до растяжения или сжатия). В этом случае *закон Гука*:

$$\cdot F_{упр} = E \cdot S \cdot \frac{\Delta x}{x_0} \qquad (40)$$

При движении тела по окружности (круговой траектории) скорость может не изменяться по величине, но она изменяется по направлению и, как уже было сказано, отвечает за это центростремительное ускорение (формула (26)). Ускорение всегда определяется действием на тело реальной силы:

$$F_{цс} = ma_{цс} = \frac{m\upsilon^2}{R}. \qquad (41)$$

Роль этой силы может выполнять сила тяготения при движении спутника по круговой орбите:

$$F_{тяг} = F_{тяг} = G\frac{mM}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \qquad (42)$$

где R – радиус вращения.

Центростремительной силой может быть сила трения (тело лежит на вращающемся диске), и тогда

$$F_{тр} = \mu N = \frac{m\upsilon^2}{R}. \qquad (43)$$

Это может быть сила упругости (тело вращается на нити), и тогда

$$F_{упр} = \kappa x = \frac{m\upsilon^2}{R}, \qquad (44)$$

или любая другая реальная сила (*сила Кулона, сила Лоренца* и др.).

Но всегда:

$$ma_{wc} = \frac{m\upsilon^2}{R}, \qquad (41)$$

а центростремительное ускорение (сила) перпендикулярно направлению (вектору) скорости.

Тест «Динамика»

1. *Координата тела массой 10 кг (прямолинейное движение) изменяется по закону: x = 100 + 10t + 10t² (СИ). Определить величину равнодействующей сил, вызывающую такое движение.*

А. 50 Н; Б. 100 Н; В. 200 Н; Г. 5 Н; Д. 10 Н.

<u>*Решение*</u>: по второму закону Ньютона $F = ma$, где $a = v'(t)$

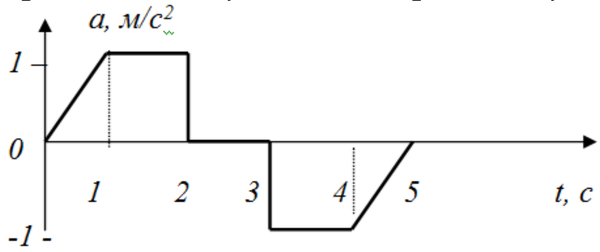
$v = x'(t) \Rightarrow v = \left(100 + 10t + 10t^2\right)' = 10 + 20t; \quad a = (10 + 20t)' = 20\left(\frac{м}{c^2}\right)$; *F = 10·20 = 20 Н.*

<u>*Ответ: В.*</u>

Иногда поступают менее корректно, но значительно проще: вспоминают общую формулу для расчета координаты для случая, когда переменная *t* в квадрате; это равнопеременное движение (формула (3)) $x = x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$.Сравнив с условием, находим, что коэффициент при $t^2 \Rightarrow \frac{a}{2} = 10 \Rightarrow a = 20\frac{м}{с^2}$.

2. *На рисунке представлен график зависимости ускорения от времени (за положительное направление оси x системы отсчета выбрано направление движения, т.е. скорости тела). Пользуясь графиком, ответьте на вопросы 2, 3, 4, 5, 6.*

2.В какой из следующих промежутков времени тело движется под действием равнодействующей сил, равной нулю?



А. 0 – 1; Б. 1 – 2; В. 2 – 3; Г. 3 – 4; Д. 4 – 5.

Решение: $F = ma$, если $F = 0$, то $a = 0$.

Ответ: В.

3. В какой из следующих промежутков времени тело двигалось равнопеременно?

А. 0 – 1; Б. 1 – 2; 3 – 4; В. 0 – 1; 4 – 5; Г. 4 – 5; Д. 0 – 1; 1 – 2.

Решение: слово «переменно» означает, что скорость изменяется (увеличивается; уменьшается); слово «равно-» означает, что каждую секунду скорость изменяется на одну и ту же величину, $\pm a$; т.о. равнопеременное движение – движение с постоянным ускорением, не равным нулю (равноускоренное и равнозамедленное); ускорение постоянно в интервале *1–2 (1 м/с²) и 3–4 (- 1 м/с²).*

Ответ: Б.

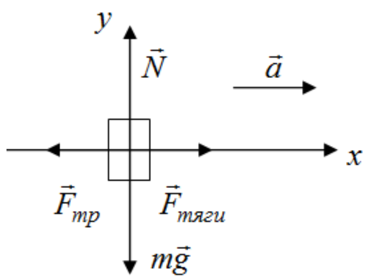
4. Каким было движение в промежутке 4 – 5?

А. Равномерным; Б. Равноускоренным; В. Скорость возрастала; Г. Скорость убывала; Д. Равнозамедленным.

Решение: ускорение в интервале 4 – 5 хотя и убывает по величине, все же все время остается отрицательным (направлено в сторону, противоположную направлению скорости); поэтому скорость убывает.

Ответ: Г.

5. Для тела массой 10 кг рассчитать коэффициент трения для интервала 1 – 2 с, если сила тяги на этом участке совпадает с направлением движения и равна 20 Н.



А. 0,20; Б. 0,10; В. 0,01; Г. 0,02; Д. 0,00.

Решение: Из графика в условии задачи $a=1$ $м/с^2 > 0$; второй закон Ньютона:

$\vec{F}_{тяги} + \vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$

x: $F_{тяги} - F_{тр} = ma$;

y: $N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$;

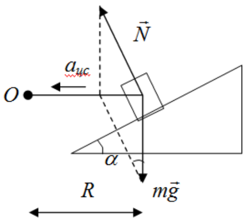
$F_{тр} = \mu \cdot N$, таким образом, $F_{тяги} - \mu mg = ma \Rightarrow \mu = \dfrac{F_{тяги} - ma}{mg} = 0{,}10.$

Ответ: Б.

7. *Какую максимальную скорость должен иметь вагон, движущийся по закруглению радиуса 100 м, если железнодорожное полотно по радиусу закругления наклонено к горизонту под углом 30^0?*

А. 85,6км/ч Б. 79,7км/ч В. 112,7км/ч Г. 104,9км/ч Д. 109,0км/ч

Решение:



$mg \cdot tg\alpha = ma_{цс}$, где $a_{цс} = \dfrac{v^2}{R}$

$v = \sqrt{gRtg\alpha}$;

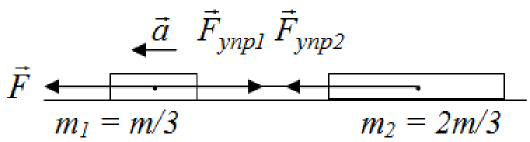
$\upsilon = \sqrt{9{,}8 \cdot 100 \cdot tg30^0} = 23{,}8\,\dfrac{м}{с} = 23{,}8\,\dfrac{3600}{1000} = 85{,}6\,\dfrac{км}{ч}$

Ответ: А

8. *Стержень длиной L движется без трения по горизонтальной поверхности. Какая упругая сила возникает в сечении стержня на расстоянии L/3 от конца, к которому приложена горизонтальная сила F?*

А. 0; Б. F/3; В. F/2; Г. 2F/3; Д. F.

Решение: разобьем стержень на две части массами *m/3* и *2m/3* соответственно; $m = \rho SL$, где ρ - плотность стержня, *S* – его сечение. По 3-му закону Ньютона $\left|\vec{F}_{упр1}\right| = \left|\vec{F}_{упр2}\right| = F$; ускорение также одинаково для обеих частей;



- для 1-го тела $F - F_{упр} = m_1 a = m\dfrac{a}{3} = \dfrac{\rho SLa}{3}$;

- для второго тела $F_{упр} = m_2 a = 2m\dfrac{a}{3} = \dfrac{2\rho SLa}{3}$

Поделим второе уравнение на первое: $\dfrac{F_{упр}}{F - F_{упр}} = 2 \Rightarrow F_{упр} = 2F - 2F_{упр} \Rightarrow F_{упр} = \dfrac{2}{3}F$

Ответ: Г.

9. *У поверхности Земли (расстояние от центра R) на тело действует сила тяготения 36 Н. Определить ускорение свободного падения на высоте 2R от поверхности Земли.*

А. 9,8 м/с^2; Б. 2,45 м/с^2; В. 1,09 м/с^2; Г. 0 м/с^2; Д. 3,27 м/с^2.

Решение: у поверхности Земли $F_{тяг1} = G\dfrac{mM}{R^2} = 36H$, на высоте *h* = *2R* (т.е. на расстоянии *3R* от центра Земли) $F_{тяг2} = G\dfrac{mM}{(3R)^2}$; разделим первое уравнение на второе

$$\frac{F_{тяг1}}{F_{тяг2}} = 9 \Rightarrow F_{тяг2} = 4\ Н.$$

$$F_{тяг1} = mg_0\text{, где } g_0 = 9{,}8\ м/с^2 \Rightarrow \frac{36}{g_0} = m\,;$$

$$F_{тяг2} = mg \Rightarrow g = \frac{F_{тяг2}}{m} = \frac{g_0 F_{тяг2}}{36} = \frac{9{,}8 \cdot 4}{36} = 1{,}09\ м/с^2.$$

<u>*Ответ: В.*</u>

10. *Скоростной лифт в момент начала движения вверх имеет ускорение 4,9 м/с^2. Какую нагрузку испытывает в этот момент пассажир?*

А. 2,0; Б. 1,0; В. 1,5; Г. 0,5; Д. Не испытывает.

<u>*Решение:*</u> вес тела при движении ускоренно вверх $P = m\cdot(g + a)$;
вес тела в покое на горизонтальной опоре (пол лифта) численно равен силе тяжести $P_0 = mg$; перегрузка:

$$k = P/P_0 = m\cdot(g + a)/mg = 1 + \frac{a}{g} = 1{,}5. \qquad (45)$$

<u>*Ответ: В*</u>.

11. *В горизонтальной плоскости на пружине жесткостью 0,4 кН/м равномерно вращается тело массой 100 кг с частотой 6 оборотов за минуту. Определить удлинение пружины, если в нерастянутом состоянии ее длина 10 см.*

А. 109 см; Б. 32 см; В. 35 см; Г. 102 см; Д. 118 см.

<u>*Решение:*</u> роль центростремительной силы, заставляющей тело двигаться по окружности, играет сила упругости $ma_{цс} = k\cdot\Delta x$, где $a_{цс} = \upsilon^2 / R$, R – радиус вращения = x_0 (длина пружины) + Δx (удлинение); таким образом,

$$\frac{m\upsilon^2}{x_0 + \Delta x} = k\Delta x;\ \upsilon = \frac{2\pi}{T} = 2\pi(x_0 + x)\cdot\nu\text{, где } \nu = 6\ об/мин = 0{,}1\ с^{-1}(Гц).$$

$$\frac{m\cdot 4\pi^2(x_0 + \Delta x)^2\cdot\nu^2}{x_0 + \Delta x} = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{4\pi^2 m x_0 \nu^2}{k - 4\pi^2 m\cdot\nu^2} \approx 1{,}09\ м = 109\ см.$$

<u>*Ответ: А*</u>.

12. *При погружении тела в жидкость его вес уменьшился в три раза. Какова плотность тела, если плотность жидкости 0,8 г/см^3?*

А. 1,1 г/см^3; Б. 1,2 г/см^3; В. 1,6 г/см^3; Г. 2,4 г/см^3; Д. 3,2 г/см^3.

<u>*Решение:*</u> сила тяжести всегда mg, но из-за действия силы Архимеда, вес тела, P (равнодействующая $m\vec{g}$ и $\vec{F}_a$) меньше, чем в том случае, когда тело просто бы лежало на горизонтальной поверхности вне жидкости; P_0;

$$\begin{cases} P_0 = mg \\ mg - F_a = P \\ P_0 = 3P \end{cases} \Rightarrow \quad mg = 3(mg - F_a), \Rightarrow 2mg = 3F_a.$$

Согласно формуле (36а), $2\rho Vg = 3\rho_ж gV \Rightarrow$

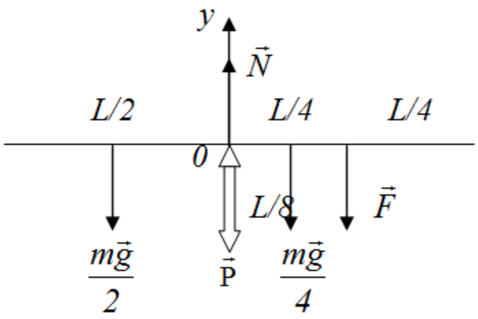
$\rho = 3\rho_ж/2 = (3\cdot 800)/2 = 1200$ *кг/м*^{3} = *1,2 г/см*^{3}.

Ответ: Б.

13. *Однородная балка массой 8 тонн уравновешена на оси О. Если ее ¼ часть отрезать, то для сохранения равновесия балки к отрезанному концу следует приложить вертикальную силу, равную*

А. 30 кН; Б. 40 кН; В. 50 кН; Г. 60 кН; Д. 80 кН.

Решение:



1 условие равновесия:

$$\frac{m\vec{g}}{2}+\frac{m\vec{g}}{4}+\vec{F}+\vec{N}=0;$$

проекция на ось y:

$$-\frac{mg}{2}-\frac{mg}{4}-F+N=0 \quad \Rightarrow$$

$$N=\frac{mg}{2}+\frac{mg}{4}+F.$$

2 условие равновесия: $\vec{M}_1+\vec{M}_2+\vec{M}_3+\vec{M}_4=0;$

$$M_1=\frac{mg}{2}\cdot\frac{L}{4}; \quad M_2=-\frac{mg}{4}\cdot\frac{L}{8};$$

$$M_3=-F\cdot\frac{L}{4}; \quad M_4=N\cdot 0=0;$$

$$\frac{mg}{2}\cdot\frac{L}{4}-\frac{mg}{4}\cdot\frac{L}{8}-F\cdot\frac{L}{4}=0 \quad \Rightarrow \quad F=30\cdot 10^3\ Н=30\ кН.$$

Ответ: А.

Первое условие не понадобилось. А если бы просили определить силу давления P на ось 0 ? Тогда потребуется и первое условие равновесия: $|\vec{P}|=|\vec{N}|$ по 3-му закону Ньютона и $P = N = \frac{mg}{2}+\frac{mg}{4}+F = 90\cdot 10^3\ Н = 90\ кН$.

1.3. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Законы сохранения механической энергии и импульса»

- импульс тела

$$\vec{P}=m\vec{\upsilon}; \ [P] = 1\ кг\cdot м/с; \tag{46}$$

из формулы (46) следует, что импульс – векторная величина, направлен в ту же сторону, что и скорость, т.е. в направлении движения; импульс может быть передан от одного тела другому в результате, например, соударения тел, полностью или частично, при этом может меняться не только величина, но и направление вектора импульса; для системы, не взаимодействующей с телами, не включенными в состав системы (внешними), импульс системы (изолированной, замкнутой) не изменяется не по величине, не по направлению, какие бы изменения внутри системы не происходили (соударения внутри системы в этом случае должны быть упругими);

- импульс системы из n тел

$$\vec{P} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + ... + m_n\vec{\upsilon}_n \; ; \tag{47}$$

- закон сохранения импульса системы из n тел для изолированной системы $\Delta\vec{P} = 0$; (48)

- если есть внешнее воздействие (неизолированная, незамкнутая система), то изменение импульса тела (системы) равно импульсу внешней результирующей силы $F{\cdot}\Delta t$:

$$\Delta\vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t\,, \tag{49}$$

где Δt – время действия силы;

- полная механическая энергия тела (системы тел)

$$E_{полн} = E_{пот} + E_{кин}\,, \tag{50}$$

где - $E_{пот}$ – потенциальная энергия, связанная с взаимодействием тел, *например*, $E_{пот} = mgh$ – потенциальная энергия тела массой m, поднятого над поверхностью Земли на высоту h;

$E_{пот} = \dfrac{k\Delta x^2}{2}$ - потенциальная энергия деформированного тела (пружины, стержня); k – жесткость материала; Δx – абсолютная деформация (удлинение);

$E_{кин} = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$ - кинетическая энергия тела массой m, движущегося со скоростью υ.

Абсолютное значение потенциальной и кинетической энергии определить нельзя, т.к. в каждом случае определяется нулевой уровень потенциальной энергии и система отсчета, относительно которой движется тело. Это связано с относительностью механического движения тел.

Действительно, для тела, поднятого над поверхностью Земли, потенциальную энергию можно рассчитывать относительно поверхности, где $E_{пот}$ принимается равной нулю, и тогда это одно значение, а можно относительно центра Земли, и тогда это другое значение. Тело, покоящееся на поверхности Земли, не имеет кинетической энергии, но вместе с Землей тело движется относительно Солнца, то есть обладает $E_{кин}$.

На практике нас интересует не абсолютное значение механической энергии тела, а ее изменение.

Для изолированной системы тел полная механическая энергия ее складывается из потенциальной и кинетической энергий тел, и всегда остается постоянной, какие бы изменения механической энергии у тел внутри системы не происходили:

$$E_{полн} = const\,; \text{ или } \Delta E = 0\,; \tag{51}$$

Это закон сохранения механической энергии для изолированной системы, при этом предполагается, что взаимодействие тел внутри системы не приводит к преобразованию механической энергии тел в другие виды энергии (например, во внутреннюю).

Если система неизолированная, то есть на систему действуют силы со стороны тел, не включенных в систему, то механическая энергия системы изменяется (возрастает, убывает), а закон сохранения энергии записывается как

$$\Delta E_{полн} = A \tag{52}$$

где A – работа внешних сил, которая может увеличивать полную механическую энергию тела (системы тел), или уменьшать ее, переводя в другие формы энергии; если A – работа самой системы над внешними телами, то механическая энергия системы убывает.

Работа – это процесс передачи механической энергии от одних тел, другим или преобразования ее в другие виды энергии. Работа всегда связана с действием силы (равнодействующей сил), поэтому говорят, что сила совершает работу, а сама работа рассчитывается по формуле

$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha, \tag{53}$$

где S – расстояние, на котором действует сила F на тело (систему тел); α - угол между направлением действия силы и направлением перемещения тела.

Единица измерения работы и энергии *[A] = 1 Дж, [E] = 1 Дж*.

Работа, совершенная за единицу времени – *мощность*:

$$N = \frac{A}{t} \tag{54}$$

Из формулы (54) производная единица *1 Дж* в основных единицах определяется как $1Дж = 1Н \cdot м = \frac{кг \cdot м^2}{с^2}$. Единица мощности *[N] =1 Дж/с = 1 Вт*.

Если энергия от одного тела передается другому без совершения работы, а путем теплообмена (внутренняя энергия от одного тела передается другому), то говорят о процессе передачи тепла, или теплоте, ΔQ. Таким образом, теплота – это вторая форма передачи энергии (после работы) без участия силы. Единица измерения теплоты *[ΔQ] = 1 Дж*. Внесистемная единица измерения теплоты - *1 калория = 4,18 Дж (механический эквивалент теплоты).*

Изменение импульса тела ΔP или энергии ΔE – это всегда разность между тем, что стало, P_2, E_2, после взаимодействия тел, и было, P_1, E_1, до взаимодействия:

$$\begin{aligned} \Delta\vec{P} &= \vec{P}_2 - \vec{P}_1; \\ \Delta E &= E_2 - E_1. \end{aligned} \tag{55}$$

Энергия, работа, теплота, мощность – скалярные величины.

Закон сохранения механической энергии (51) и (52) является одним из самых общих законов динамики, существенно облегчающих решение многих задач. Во многих задачах уравнения (51) и (52) вместе со вторым законом Ньютона (27) и законом сохранения импульса (48) и (49) составляют полную систему уравнений, описывающих исследуемое явление. Особенно удобно использовать закон сохранения энергии при решении задач, где рассматриваются два состояния системы тел в процессе движения одного из них относительно другого.

Если в задаче учитывается коэффициент полезного действия η (к.п.д.), то решение задачи желательно начинать с записи формулы

$$\eta = \frac{A_{полезная}}{A_{затраченная}} \quad (56)$$

и ответа на вопросы: куда «идет» полезная работа и откуда «берется» затраченная работа.

Если затраченная работа совершается за счет использования тепловой энергии Q, то формула (56) используется в виде

$$\eta = \frac{A_{полезная}}{Q} \quad (57)$$

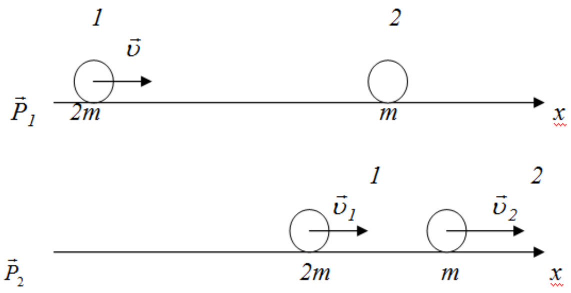
Тест «Законы сохранения механической энергии и импульса»

1. *По гладкой поверхности без трения шар 1 массой 2m со скоростью υ догоняет покоящийся шар 2 массой m. Определить скорости шаров после упругого соударения.*

А. $\upsilon_1 = \upsilon/3$; $\upsilon_2 = 4\upsilon/3$; Б. $\upsilon_1 = \upsilon/2$; $\upsilon_2 = 3\upsilon/2$; В. $\upsilon_1 = \upsilon$; $\upsilon_2 = \upsilon$;

Г. $\upsilon_1 = 0$; $\upsilon_2 = \upsilon$; Д. $\upsilon_1 = 2\upsilon/3$; $\upsilon_2 = \upsilon/3$.

<u>*Решение*</u>: речь идет о столкновении шаров, при котором происходит обмен импульсами; т.к. трения нет (нет внешнего воздействия), система изолированная, и, согласно (48), $\Delta\vec{P} = 0$, где $\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = 0$; (*Рис.*).



Импульс системы до удара (48):

$$\vec{P}_1 = 2m\vec{\upsilon} + m \cdot 0 = 2m\vec{\upsilon};$$

импульс системы после удара (48)

$$\vec{P}_2 = 2m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2;$$

$$\vec{P}_2 = \vec{P}_1 \quad \Rightarrow \quad 2m\vec{\upsilon} = 2m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2;$$

импульсы – величины векторные, поэтому дальнейшие преобразования возможны только после проецирования векторов скорости на ось x:

$$2m\upsilon = 2m_1\upsilon + m\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 2(\upsilon - \upsilon_1);$$

неизвестные υ_1 и υ_2, а уравнение одно; второе уравнение может быть получено из закона сохранения энергии для изолированной системы:

$$\Delta E = 0;\ \Delta E = E_2 - E_1 = 0 \Rightarrow E_2 = E_1$$

$$E_1 = \frac{2m\upsilon^2}{2} + \frac{2m}{2} \cdot 0 = \frac{2m\upsilon^2}{2};$$

$$E_2 = \frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m\upsilon_2^2}{2};$$

отсюда $\begin{cases} \dfrac{2m\upsilon^2}{2} = \dfrac{2m\upsilon_1^2}{2} + \dfrac{2m\upsilon_2^2}{2} \\ \upsilon_2 = 2(\upsilon - \upsilon_1) \end{cases} \Rightarrow 6\upsilon_1^2 - 8\upsilon\cdot\upsilon_1 + 2\upsilon^2 = 0$

$$\upsilon_1 = \frac{8\upsilon \pm \sqrt{64\upsilon^2 - 480^2}}{12} = \upsilon \cdot \frac{8 \pm 4}{12}.$$

Первый ответ $\upsilon_1 = \upsilon$ не подходит, т.к. очевидно, что после соударения скорость 1-го шара должна измениться (этот ответ имеет место лишь в случае, если шар 2 закреплен); второй ответ

$$\upsilon_1 = \upsilon \cdot \frac{8-4}{12} = \frac{\upsilon}{3};$$

$$\upsilon_2 = 2 \cdot (\upsilon - \frac{\upsilon}{3}) = \frac{4\upsilon}{3}.$$

<u>*Ответ: А*</u>.

2. *В предыдущей задаче происходит неупругое соударение, так что после удара система движется как единое целое. Какая часть механической энергии перешла во внутреннюю энергию?*

А. 1/3; Б. 2/3; В. 1/2; Г. 0; Д. 1/4.

<u>*Решение*</u>: система по-прежнему изолированная, так что закон сохранения импульса по-прежнему

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = 0 \Rightarrow \vec{P}_2 = \vec{P}_1,$$

$\vec{P}_1 = 2m\vec{\upsilon} + m \cdot 0$; $\vec{P}_2 = (2m + m)\vec{\upsilon}_1$; проекция на ось x: $2m\upsilon = 3m\upsilon_1$,

отсюда $\upsilon_1 = \dfrac{2\upsilon}{3}$.

А вот закон сохранения энергии записывается как $\Delta E = \Delta Q$, так как взаимодействие внутри системы привело к частичному преобразованию механической энергии в тепловую; эту часть энергии и требуется найти по отношению к той энергии, которая была до взаимодействия, E_1:

$$E_1 = \frac{2m\upsilon^2}{2} + \frac{m}{2} \cdot 0 = \frac{2m\upsilon^2}{2};$$

$$E_2 = \frac{(2m + m)\upsilon_1^2}{2};$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{3m\upsilon_1^2}{2} - \frac{2m\upsilon^2}{2} \Rightarrow \frac{\Delta E}{E_1} = \frac{\frac{3m\upsilon_1^2}{2} - \frac{2m\upsilon^2}{2}}{\frac{2m\upsilon^2}{2}} = \frac{3\upsilon_1^2}{2\upsilon^2} - 1;$$

так как $\upsilon_1 = \frac{2\upsilon}{3}$, то $\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{3}{2\upsilon^2} \cdot \left(\frac{2\upsilon}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{3}$, а знак «-» означает, что механическая энергия уменьшилась.

<u>*Ответ: А.*</u>

3. *Найти скорость υ «снаряда» пружинного пистолета массой m при выстреле вертикально вверх на некоторой высоте от уровня сжатой пружины, если на этой высоте потенциальная энергия «снаряда» равна половине его кинетической энергии; жесткость пружины k, сжатие пружины в момент выстрела x; сопротивлением воздуха пренебречь.*

А. $\upsilon = \sqrt{\frac{kx}{m}}$; Б. $\upsilon = x\sqrt{\frac{2k}{m}}$; В. $\upsilon = x\sqrt{\frac{k}{m}}$; Г. $\upsilon = 2x\sqrt{\frac{k}{6m}}$; Д. $\upsilon = x\sqrt{\frac{k}{2m}}$;

Решение: в данной задаче можно применить закон сохранения энергии для изолированной системы (51), т.к. нет внешних воздействий (например, трения о воздух) в системе «сжатая пружина – «снаряд» - Земля»:

$$E_{потенциальная\ сжатой\ пружины} = E_{потенциальная} + E_{кинетическая},$$

при этом

$$\begin{cases} \frac{kx^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + mgh \\ mgh = \frac{1}{2} \cdot \frac{m\upsilon^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \upsilon = 2x\sqrt{\frac{k}{6m}}$$

$$E_{потенциальная} = 1/2\ E_{кинетическая};$$

таким образом,

<u>*Ответ: Г.*</u>

4. *Тело падает с высоты 19,2 м без начальной скорости и через две секунды достигает поверхности Земли. С какой скоростью оно упадет на Землю, если сила сопротивления воздуха остается постоянной в течение всего времени па*дения тела.

А. 19,2 м/с; Б. 19,4 м/с; В. 19,6 м/с; Г. 19,8 м/с; Д. 20,0 м/с.

Решение: в отличие от предыдущей задачи, систему «тело – Земля» уже нельзя считать изолированной, т.к. есть внешнее воздействие – сила сопротивления воздуха, остающаяся на протяжении всего времени падения постоянной; применение закона сохранения энергии для неизолированной системы (52) и (55):

$$E_2 - E_1 = \Delta E = A_{\text{силы сопротивления воздуха}};$$

Здесь E_2 ≡ кинетическая энергия тела в момент падения; $E_2 = m\upsilon^2/2$;

E_1 ≡ потенциальная энергия тела на высоте h = 19,2 м;

$E_1 = mgh$; $A = F_{\text{сопротивления воздуха}} \cdot h \cdot \cos\alpha$ (53),

где $\alpha = 180^0$ – угол между направлением силы (вверх) и направлением движения тела (вниз); $\cos 180^0 = -1$; таким образом

$$\frac{m\upsilon^2}{2} - mgh = -F_c \cdot h\,,$$

или

$$mgh - \frac{m\upsilon^2}{2} = F_c \cdot h\,.$$

Появление силы F_c требует применить 2-ой закон Ньютона:

$$mg - F_c = ma \quad \Rightarrow \quad F_c = m(g - \frac{2h}{t^2}$$

Таким образом,

$$mgh - \frac{m\upsilon^2}{2} = m(g - \frac{2h}{t^2})h$$

или, после преобразований

$$\upsilon = \sqrt{2\left[gh - h\cdot\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)\right]} = \frac{2h}{t} = 19{,}2 \text{ м/с.}$$

Ответ: А.

5. *Двигатель автомобиля развивает мощность 25 кВт, перемещая автомобиль со средней скоростью 72 км/ч. Найти силу тяги автомобиля, если кпд двигателя оставляет 40%.*

А. 400 Н; Б. 500 Н; В. 139 Н; Г. 347 Н; Д. 600 Н.

Решение:

$$\eta = A_{\text{полезная}} / A_{\text{затраченная}} = 0{,}4 \ (40\ \%),$$

т.е.

$$A_п = 0{,}4 A_з.$$

Полезная работа связана с перемещением автомобиля под действием силы тяги F на расстоянии S за время t (направление силы тяги и перемещения автомобиля совпадают по направлению и в формуле (53) $\cos\alpha = \cos 0^0 = 1$):

$$A_п = F \cdot S\cos\alpha = F \cdot S.$$

Затраченная работа связана с работой двигателя мощностью N за время t (54):

$$A_з = N \cdot t.$$

Таким образом, $F \cdot S = 0{,}4 \cdot N \cdot t \Rightarrow F = \frac{0{,}4 \cdot N \cdot t}{S} = \frac{0{,}4 \cdot N}{\upsilon}$, где υ (средняя скорость) $= S/t$.

В системе СИ, $N = 25 \cdot 10^3$ Вт, $\upsilon = 20$ м/с, так что

Ответ: Б.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. Сводка формул, необходимых при решении задач по теме «Молекулярная физика»

За единицу измерения массы атомов и молекул принимается 1/12 массы атома изотопа углерода ${}^{12}_{6}C$ - атомная единица массы (*а.е.м.*):

$$m_{а.е.м.} = 1{,}66{\cdot}10^{-27}\ кг = 1{,}66{\cdot}10^{-24}\ г.$$

Относительная масса А атома химического элемента записана в таблице *Д.И. Менделеева* (*Рис.*)

Li 3
Литий
6,939

номер элемента (число протонов в ядре атома лития)

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{m\,(масса\ атома\ Li)}}{\mathrm{m}_{а.е.м.}}$$

$$m\ (атома) = m_{а.е.м.} \cdot A \qquad (58)$$

Количество вещества ν - физическая величина, пропорциональная числу структурных единиц вещества (атомов, молекул, ионов).

Единица количества вещества – 1 моль – количество вещества, содержащее число структурных единиц, равное числу Авогадро $N_a = 6{,}022{\cdot}10^{23}\ моль^{-1}$.

Количество вещества (число молей)

$$\nu = \frac{N}{N_a} = \frac{m}{\mu}\ , \qquad (59)$$

где N – число частиц (атомов, молекул, ионов) в системе; m – ее масса; μ - молярная масса:

$$\mu = m_0 \cdot N_a\ , \qquad (60)$$

где m_0 – масса атома (молекулы).

Для того, чтобы рассчитать молярную массу вещества (массу одного моля вещества) не обязательно знать массу молекулы (атома) m_0. Из (58) и (60) следует:

$$\mu = m_{а.е.м.} \cdot N_a \cdot A = 1{,}66{\cdot}10^{-24}\ (г)\ \cdot 6{,}022{\cdot}10^{23}\ (моль^{-1})\ \cdot A \approx 1\ (г/моль) \cdot A,$$

то есть достаточно знать химическую формулу вещества и иметь под руками таблицу Д.И. Менделеева.

Любая термодинамическая система, состоящая из большого числа частиц (например, идеальный газ), практически полностью описывается группой физических величин, называемых параметрами системы.

Для идеального газа – это число молей газа, ν, давление, p, объем, V, температура, T, внутренняя энергия системы, U.

В СИ: $[\nu] = 1$ *моль*; $[p] = 1\ Н/м^2 = 1$ *Па (паскаль)*; $[V] = 1\ м^3$; $[T] = 1$ *К (кельвин)*.

Термодинамическая температура в кельвинах, *ТК*, связана с практической температурой в градусах Цельсия, t^0C, простым соотношением:

$$T(K) = 273{,}15 + t^0C, \qquad (61)$$

причем при расчетах можно округлять коэффициент *273,15* до 273^0C.
Параметры идеального газа связаны уравнением Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT, \qquad (62)$$

где $R = 8{,}31$ *Дж/(моль·К)* – универсальная газовая постоянная,

$$R = k \cdot N_a\,, \qquad (63)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж/К* – постоянная Больцмана.

Если известна масса газа, m, то число молей, ν, рассчитываем по формуле (59), при этом может быть использована плотность газа, ρ, так как

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left(\frac{кг}{м^3}\right),$$

и уравнение (62):

$$p = \frac{\rho}{\mu} RT \qquad (64)$$

Если известно число молекул газа, N, то число молей, ν, рассчитываем по формуле (59), при этом может быть использована концентрация, n, так как

$$n = \frac{N}{V} \qquad \left(\frac{1}{м^3}\right),$$

и уравнение (62):

$$p = \frac{n}{N_a} RT = nkT\,. \qquad (65)$$

Из уравнения (62) могут быть записаны все газовые законы для изопроцессов (масса постоянна, один из параметров в ходе процесса также не изменяется) в идеальном газе:

$m = const,\ T = const,\ pV = const$ (изотермический процесс);
$m = const,\ p = const,\ V/T = const$ (изобарический процесс);
$m = const,\ V = const,\ p/T = const$ (изохорический процесс).

Для системы – смеси из n идеальных газов следует использовать *закон Дальтона*: давление смеси газов p равно сумме их *парциальных давлений* p_i (давление каждого компонента смеси газов при температуре и в объеме смеси в отсутствие других газов в этом объеме):

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n\,. \qquad (66)$$

Кинетическая энергия $E_к$ одной молекулы одноатомного идеального газа при температуре T равна:

$$E_к = \frac{3}{2} kT = \frac{m_0 \overline{\upsilon}^2}{2}, \qquad (67)$$

где $\overline{\upsilon}^2$ - квадрат средней квадратичной скорости молекулы газа

$$\overline{\upsilon} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \tag{68}$$

Сумма всех кинетических энергий молекул идеального газа определяет энергию системы в целом. Она называется *внутренней* (или тепловой) энергией, U:

- для газа из N молекул или из ν молей

$$U = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}pV. \tag{69}$$

Расширяясь, газ может совершать работу ($p = const$):

$$A_P = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = \nu R\Delta T = \nu R(T_2 - T_1). \tag{70}$$

Для изохорного процесса ($V = const$) $\Delta V = 0$ и $A_V = 0$.

Вследствие испарения с поверхности жидкости над нею всегда находится пар. Если между паром и жидкостью устанавливается *динамическое равновесие* (число молекул жидкости, покидающих жидкость с ее поверхности за единицу времени равно числу молекул жидкости, возвращающихся за единицу времени), то плотность пара над жидкостью и давление пара (упругость) не изменяются далее, и для данной жидкости при данной температуре имеют максимальное значение (плотность насыщенного пара, $\rho_н$; давление насыщенного пара, $p_н$). Если ρ и p пара при данной температуре меньше $\rho_н$ и $p_н$, соответственно, то такой пар – ненасыщенный, *динамического равновесия* нет. В грубом приближении, пренебрегая взаимодействием между молекулами воды в паре, для ненасыщенного пара применяют законы идеального газа.

Влажный воздух содержит водяной пар.

Абсолютная влажность – это плотность ρ или давление p водяного пара при данной температуре.

Относительная влажность – это отношение давления (или плотности) водяного пара приданной температуре к давлению (или плотности) насыщенного пара при этой же температуре:

$$r = \frac{\rho}{\rho_н} \cdot 100\% = \frac{p}{p_н} \cdot 100\%. \tag{71}$$

Ненасыщенный пар может стать насыщенным ($r = 100$ %) при изохорном охлаждении или изотермическом сжатии. Температура, при которой пар становится насыщенным в результате изохорного охлаждения, называется *точкой росы* T_p. При $T < T_p$ начинается конденсация водяного пара.

Твердые и жидкие тела, как и газы, при изменении температуры могут изменять свои геометрические размеры – линейные характеристики и объем в целом:

$$l = l_0 \cdot (1 + \alpha\Delta T); \quad V = V_0 \cdot (1 + \beta\Delta T), \tag{72}$$

где l_0 и V_0 – длина и объем тела при 0^0C $(273K)$; α и β - коэффициенты линейного и объемного расширения тел, причем, $\beta \approx 3\alpha$.

Изменение объема тел сопровождается изменением их плотности:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta\Delta T}, \tag{73}$$

где ρ_0 – плотность тела при 0^0C *(273K)*.

Тест «Молекулярная физика»

1. *Рассчитать массу молекулы серной кислоты H_2SO_4.*
А. $98\cdot10^{-26}$ кг; Б. $98\cdot10^{-26}$ г; В. $6{,}022\cdot10^{-23}$ кг; Г. $1{,}66\cdot10^{-24}$ г; Д. $16{,}27\cdot10^{-23}$ г.

<u>*Решение:*</u> масса любой молекулы (атома) $m_0 = \dfrac{\mu}{N_a}$ (74), где μ - масса моля вещества; μ *(H_2SO_4) = 98 г/моль* (по таблице Менделеева). $m_0 = \dfrac{98\ (г/моль)}{6{,}022\cdot10^{23}\ (моль^{-1})} = 16{,}27\cdot10^{-23}$ *г.*

<u>*Ответ: Д*</u>.

2. *Если концентрация молекул газа с молярной массой 32 кг/кмоль в сосуде вместимостью 5 л равна $9{,}41\cdot10^{23}$ $м^{-3}$, то масса газа m равна*
А. 0,25 г; Б. 0,36 г; В. 0,82 г; Г. 1,25 г; Д. 2,16 г.
<u>*Решение:*</u>

$$\begin{cases} m = m_0\cdot N \quad (\textit{число молекул}); \\ N = n\cdot V; \\ m_0 = \dfrac{\mu}{N_a} \quad (\textit{масса одной молекулы}). \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получим:

$$m = n\cdot V\cdot\frac{\mu}{N_a} = 9{,}41\cdot10^{23}\cdot5\cdot10^{-3}\cdot32\cdot10^{-3}/\,6{,}02\cdot10^{23} = 250\cdot10^{-6}\ (кг) = 0{,}25\ (г).$$

<u>*Ответ: А.*</u>

3. *Молярная масса газа $2\cdot10^{-3}$ кг/моль. При нормальных условиях плотность газа равна*
А. 0,02 кг/$м^3$; Б. 0,04 кг/$м^3$; В. 0,09 кг/$м^3$; Г. 0,86 кг/$м^3$; Д. 1,26 кг/$м^3$.
<u>*Решение:*</u> $\rho = m/V$;
Нормальные условия: $p_0 = 10^5$ *Па;* $T_0 = 0^0C = 273K$; Уравнение Менделеева-Клапейрона: $p_0V = \dfrac{m}{\mu}RT_0$, откуда $\rho = \dfrac{p_0\cdot\mu}{RT_0} = \dfrac{10^5\cdot2\cdot10^{-3}}{8{,}31\cdot273} \approx 0{,}09$ *(кг/$м^3$).*

<u>*Ответ: В*</u>.

4. *Рассчитать работу газа в процессе 1-2 на рисунке*:
А. 20 Дж; Б. 30 Дж; В. 50 Дж; Г. 70 Дж; Д. 82 Дж.

<u>Решение:</u> $p_1 = 4\cdot10^4$ Па; $p_2 = 10\cdot10^4$ Па; $V_1 = 2\cdot10^{-3}$ м^3 ; $V_2 = 3\cdot10^{-3}$ м^3;

$A = p\Delta V$ (при $p = const$).

Давление изменяется, поэтому работу можно рассчитать графически (как площадь фигуры в координатах *p-V*): площадь трапеции *123321*:

$$S_{трап} = A = \frac{10\cdot10^4 + 4\cdot10^4}{2}\cdot(3\cdot10^{-3} - 2\cdot10^{-3}) = 70\ (Дж).$$

<u>Ответ: Г.</u>

5. *Что произойдет с концентрацией молекул газа n при изотермическом процессе, если давление уменьшится в 2 раза?*

А. Увеличится в 2 раза; Б. Уменьшится в 2 раза; В. Не изменится;

Г. Нет верного ответа; Д. Уменьшится в √2 раз.

<u>*Решение:*</u> при изотермическом процессе $T = const$;

для 1-го состояния $p_1V_1 = \nu_1RT$, где $\nu_1 = N_1/N_a$;

для 2-го состояния $p_2V_2 = \nu_2RT$, где $\nu_2 = N_2/N_a$;

концентрации $n_1 = N_1/V_1$; $n_2 = N_2/V_2$.

Решая эту систему уравнений, получим:

$$n_1 = \frac{p_1N_a}{RT}; \quad n_2 = \frac{p_2N_a}{RT}; \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2} = 2,$$

так как по условию $p_1 = 2p_2$; таким образом, $n_1 = 2n_2$, то есть концентрация молекул *уменьшается в 2 раза*. (***Замечание:*** если вспомнили формулу (65), то задача решается проще).

<u>Ответ: Б.</u>

6. *В баллоне V = 7,5 л при T = 300K смесь идеальных газов: 3,2 г кислорода (μ_1 = 32 кг/кмоль), 5,6 г азота (μ_2 = 28 кг/кмоль), 13,2 г углекислого газа (μ_3 = 44 кг/кмоль). Определить давление смеси.*

А. $1\cdot10^5$ Па; Б. $2\cdot10^5$ Па; В. $3\cdot10^5$ Па; Г. $4\cdot10^5$ Па; Д. $5\cdot10^5$ Па.

<u>*Решение:*</u> согласно закону Дальтона (66)

$$p = p_1 + p_2 + p_3,$$

где: $p_1 = \frac{m_1}{\mu_1V}RT; \quad p_2 = \frac{m_2}{\mu_2V}RT; \quad p_3 = \frac{m_3}{\mu_3V}RT.$

Таким образом,

$$p = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \frac{m_3}{\mu_3}\right) = \frac{8{,}31 \cdot 300}{7{,}5 \cdot 10^{-3}}\left(\frac{3{,}2}{32} + \frac{5{,}6}{28} + \frac{13{,}2}{44}\right) \approx 2 \cdot 10^5 \ (Па)$$

<u>*Ответ: Б*</u>.

7. *Два одинаковых сосуда, содержащих одинаковое число молекул азота (N_2), соединены краном. В первом сосуде $\bar{\upsilon}_1$ = 400 м/с, во втором $\bar{\upsilon}_2$ = 500 м/с. Какая установится скорость $\bar{\upsilon}_3$, если открыть кран, соединяющий сосуды?*

А. 450 м/с; Б. 400 м/с; В. 500 м/с; Г. 640 м/с; Д. 453 м/с.

<u>*Решение:*</u> $\bar{\upsilon}_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{\mu}}$; $\bar{\upsilon}_2 = \sqrt{\frac{3RT_2}{\mu}}$; $\bar{\upsilon}_3 = \sqrt{\frac{3RT_3}{\mu}}$.

Попытки решить эту задачу с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона в данном случае бесплодны, так как не хватает параметрических данных. Не нужно забывать об уравнении (69) и о том, что энергия – величина аддитивная, то есть целое (энергия всей системы) равно сумме его частей (сумме энергий частей системы). Внутренняя энергия газа

в 1-м сосуде: $U_1 = \frac{3}{2}\nu RT_1$,

во 2-м: $U_2 = \frac{3}{2}\nu RT_2$,

в соединенных сосудах: $U_3 = U_1 + U_2 = \frac{3}{2} \cdot 2\nu RT_3$, где учтено, что число молекул (а следовательно, и число молей газа $\nu = N/N_a$) в обоих сосудах одинаково.

Отсюда, $T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{\mu}{3R} \cdot \frac{\bar{\upsilon}_1^2 + \bar{\upsilon}_2^2}{2}$.

$$\bar{\upsilon}_3^2 = \frac{3R}{\mu} \cdot \frac{\mu}{3R} \cdot \frac{\bar{\upsilon}_1^2 + \bar{\upsilon}_2^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \bar{\upsilon}_3 = \sqrt{\frac{\bar{\upsilon}_1^2 + \bar{\upsilon}_2^2}{2}} \approx 453 \ (м/с). \quad (75)$$

<u>*Ответ: Д*</u>.

8. *Определить молярную массу смеси газов аргона (μ_1 = 40 г/моль) и ацетилена (μ_2 = 26 г/моль), содержащей 40 % аргона и 60 % ацетилена по массе.*

А. 30 г/моль; Б. 33 г/моль; В. 46 г/моль; Г. 40 г/моль; Д. 31 г/моль.

<u>*Решение*</u>: по определению, $\mu\,(смеси) = \frac{m(смеси)}{\nu(смеси)}$

$$\nu\,(смеси) = \nu_1\,(аргона) + \nu_2\,(ацетилена)$$

$$\nu_1 = \frac{m_1}{\mu_1}; \quad \nu_2 = \frac{m_2}{\mu_2},$$

где m_1 *(аргона) = 0,4·m (смеси)*; m_2 *(ацетилена) = 0,6·m (смеси)*.

Решая полученную систему уравнений, получим:

$$\mu = \frac{0.4m + 0{,}6m}{\dfrac{0{,}4m}{\mu_1} + \dfrac{0{,}6m}{\mu_2}} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{0{,}4\mu_2 + 0{,}6\mu_1} = \frac{40 \cdot 26}{0{,}4 \cdot 26 + 0{,}6 \cdot 40} \approx 30 \text{ (г/моль)}.\quad (76)$$

<u>*Ответ: А*</u>.

9. *В комнате $V = 150$ м^3 днем температура $T_1 = 20^0C$, а относительная влажность 60 %. Определить массу воды, выделившейся на окнах при «запотевании» стекол, если ночью температура понизилась на 12^0. Давление насыщенных паров $p_н (T_1) = 2{,}3$ кПа, $p_н(T_2) = 1{,}1$ кПа.*

А. 0,26 кг; Б. 0,20 кг; В. 0,23 кг; Г. 0,11 кг; Д. 0,34 кг.

<u>*Решение:*</u> рассматриваем в грубом приближении водяной пар как идеальный газ для того, чтобы иметь возможность применить уравнение Менделеева-Клапейрона:

1 состояние: $p_1 V = \dfrac{m_1}{\mu} RT_1 \quad \Rightarrow \quad m_1 = \dfrac{p_1 V\mu}{RT_1}$,

2 состояние: $p_2 V = \dfrac{m_2}{\mu} RT_2 \quad \Rightarrow \quad m_2 = \dfrac{p_2 V\mu}{RT_2}$,

где μ *(молярная масса воды) = 18 г/моль*;

$$T_1 = 20^0C = 292K;\ T_2 = 20^0C - 12^0C = 8^0C = 281K.$$

Таким образом, вода, Δm, выделившаяся из воздуха на стеклах, при понижении температуры в комнате

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{V\mu}{R}\left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right)$$

Относительная влажность (71):

$$r_1 = \frac{p_1}{p_н(T_1)} = 0{,}6 \quad \Rightarrow \quad p_1 = 0{,}6\, p_н(T_1).$$

Конденсация пара происходит, если пар – насыщенный, то есть

$$r_2 = \frac{p_2}{p_н(T_2)} = 1(100\%) \quad \Rightarrow \quad p_2 = p_н(T_2).$$

Таким образом,

$$\Delta m = \frac{V\mu}{R}\left(\frac{0{,}6\, p_н(T_1)}{T_1} - \frac{p_н(T_2)}{T_2}\right) = \frac{150 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8{,}31} \cdot \left(\frac{0{,}6 \cdot 2{,}3}{293} - \frac{1{,}1}{281}\right) \cdot 10^3 \approx 0{,}26 \text{ (кг)}.$$

<u>*Ответ: А*</u>.

10. *Стальной брус сечением 100 см^2 заделан между двумя бетонными стенами при $T_0 = 273$ К. При какой температуре T сила, действующая на каждую стену, будет 7,5 кН? Модуль Юнга стали $E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па; температурный коэффициент линейного расширения стали $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$. Тепловое расширение бетона не учитывать.*

А. 274 К; Б. 283 К; В. 303 К; Г. 400 К; Д. 453 К.

Решение: если бы брус был свободен, то при нагревании до температуры T его длина, согласно (72), стала бы

$$l = l_0 \cdot [1 + \alpha(T - T_0)] \Rightarrow \Delta l = l_0\, \alpha \cdot (T - T_0).$$

Расстояние между стенами неизменно, так что абсолютная деформация бруса $\Delta l = l - l_0$, связанная с его увеличением длины при нагревании, определяет его деформацию сжатия по закону Гука: $\dfrac{F_{упр.}}{S} = E \cdot \dfrac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow \Delta l = \dfrac{F_{упр.} l_0}{E \cdot S}$, где S (сечение) = 10^{-4} $м^2$. Таким образом, $l_0 \alpha (T - T_0) = \dfrac{F_{упр.} l_0}{E \cdot S} \Rightarrow T = T_0 + \dfrac{F_{упр.}}{E \cdot S \cdot \alpha}$;

$$T = 273 + \frac{7{,}5 \cdot 10^3}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5}} \approx 303 \text{ (К)}.$$

Ответ: В.

2.2. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Тепловые явления. Основы термодинамики»

1 закон (начало) термодинамики – закон сохранения энергии в различных тепловых процессах: если количество теплоты ΔQ сообщается телу (системе тел), то эта тепловая энергия может быть затрачена на увеличение внутренней энергии тела (системы) ΔU. Кроме того, тело (система) за счет теплоты ΔQ может совершить работу (*например,* при расширении толкнуть поршень):

$$\Delta Q = \Delta U + A; \qquad \Delta U = U_2 - U_1 . \tag{77}$$

Если тело нагревают, $\Delta Q > 0$, если тело отдает тепло другим телам, охлаждаясь, $\Delta Q < 0$; если тело совершает работу над внешними телами (*например*, газ, расширили, поднимает поршень), то $A > 0$; если внешние силы совершают работу над системой (*например*, сжимают газ), то в законе (77) $A < 0$:

$$\Delta Q + A' = \Delta U, \tag{78}$$

то есть совершаемая над системой работа A' идет на увеличение внутренней энергии системы. Возрастание внутренней энергии системы $\Delta U > 0$ означает повышение ее температуры:

- для идеального газа

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R \Delta T = \frac{3}{2} p \Delta V . \tag{79}$$

При $p = const$:

$$\Delta Q_P = \frac{3}{2}\nu R \Delta T + p\Delta V. \tag{80}$$

При $V = const$:

$$\Delta Q_V = \frac{3}{2}\nu R \Delta T; \quad \Delta V = 0. \tag{81}$$

При $T = const$:

$$\Delta Q_T = p\Delta V; \quad \Delta T = 0 . \tag{82}$$

При нагревании или охлаждении тела (от температуры T_1 до температуры T_2) массой m (без совершения работы) изменение его внутренней энергии, равное сообщенному теплу, можно рассчитать, зная удельную теплоемкость вещества, c:

$$\Delta Q = \Delta U = cm\cdot(T_2 - T_1),$$

таким образом, удельная теплоемкость

$$c = \frac{\Delta Q}{m(T_2 - T_1)}, \qquad \left(\frac{Дж}{кг \cdot K}\right). \tag{83}$$

Изменение внутренней энергии тела при сообщении или отнятии тепла при определенной температуре может привести к изменению агрегатного состояния тела, к переходам:

- *твердое* $\leftrightarrow$ *жидкое* ($\rightarrow$ *плавление;* $\leftarrow$ *кристаллизация*); температура такого перехода называется температурой плавления $T_{пл}$ (кристаллизации);

- *жидкое* $\leftrightarrow$ *газ* ($\rightarrow$ *испарение;* $\leftarrow$ *конденсация*); температура такого перехода называется температурой испарения $T_и$ (конденсации); в отличие от $T_{пл}$, которая для данных условий процесса плавления-кристаллизации постоянна для кристаллических тел, испарение и конденсация происходят при любой температуре.

Для процесса плавления-кристаллизации

$$\Delta Q = \Delta U = \pm\lambda m, \tag{84}$$

где m – масса плавящегося (+) или кристаллизующегося (-) вещества;

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{m} \quad \left(\frac{Дж}{кг}\right) - \tag{85}$$

- *удельная теплота плавления вещества*.

Для процесса испарения-конденсации

$$\Delta Q = \Delta U = \pm r\cdot m \tag{86}$$

где m – масса испаряющегося (+) или конденсирующегося (-) вещества;

$$r = \frac{\Delta Q}{m} \quad \left(\frac{Дж}{кг}\right) - \tag{87}$$

- *удельная теплота испарения вещества*.

При сгорании топлива выделяется энергия в виде тепла

$$\Delta Q = +q\cdot m, \tag{88}$$

где m – масса топлива,

$$q = \frac{\Delta Q}{m} \quad \left(\frac{Дж}{кг}\right) - \tag{89}$$

- *удельная теплота сгорания топлива*.

Наиболее интенсивно процесс испарения идёт при определенной температуре жидкости для заданного внешнего (*например*, атмосферного) давления. Эта температура называется температурой кипения $T_к$, а процесс кипения начинается тогда, когда давление насыщенного пара при $T_к$ оказывается равным внешнему давлению. Чем ниже внешнее давление, тем ниже температура кипения, которая в процессе кипения считается неизменной (до тех пор, пока не выкипит вся жидкость).

Если в изолированной от внешней среды системе тел не происходит никаких превращений энергии, кроме теплообмена между телами системы, то количество теплоты, отданное (-) одними телами системы вследствие уменьшения их внутренней энергии, равно количеству теплоты, полученному (+) другими телами системы, вследствие чего внутренняя энергия последних возрастает. В этой ситуации суммарное изменение внутренней энергии системы равно нулю:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \ldots + \Delta U_n = 0 - \qquad (90)$$

уравнение теплового баланса; n - число тел системы; $\Delta Q = \Delta U$, $\Delta Q_1 = \Delta U_1$, …$\Delta Q_n = \Delta U_n$, а значения теплот, отданных или полученных телами системы, берутся с учетом знаков: отдает тело тепло (охлаждается) $-\Delta Q_i = -\Delta U_i$; принимает тело тепло (нагревается) $+\Delta Q_i = +\Delta U_i$. Поэтому уравнение теплового баланса (90) чаще используют в виде:

$$\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \ldots + \Delta Q_n = 0 .$$

Если изменение внутренней энергии системы (тела) происходит вследствие совершения телом (системой) работы, а теплообмена с внешней средой нет, согласно закону (77):

$$0 = \Delta U + A \;\Rightarrow\; -\Delta U = A - \qquad (91)$$

совершается *адиабатический процесс*, при котором внутренняя энергия тела (системы) уменьшается (тело охлаждается).

Энергетические потери (эффективность) тепловой машины учитывают с помощью коэффициента полезного действия, к.п.д., η:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_2} , \qquad (92)$$

где Q_1 – теплота, полученная работающим телом (например, паром) от нагревателя с температурой T_1; Q_2 – теплота, отданная холодильнику (*например*, внешней среде) работающим телом, T_2 – температура холодильника; $Q_{полезная} = Q_1 - Q_2$, $Q_{затраченная} = Q_1$. Таким образом,

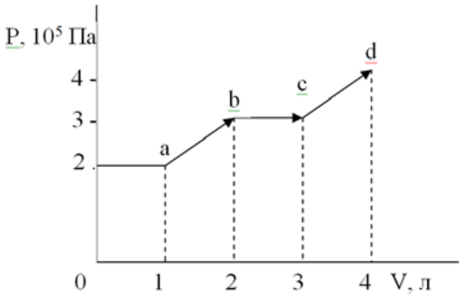
$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} , \qquad (93)$$

то есть все тепло, полученное тепловой машиной для совершения работы A ($A = Q_{полезная}$) принято за 1, а доля потерянной энергии (тепла, отданного во внешнюю среду) составляет Q_2 / Q_1. Таким образом, к.п.д. показывает, какая доля энергии от всей энергии ($Q_{затраченное}$), полученной тепловой машиной в форме тепла, пошла на совершение полезной работы (или какого другого процесса, представляющего практический интерес).

Тест «Тепловые явления. Основы термодинамики»

1. *Идеальный газ совершает процесс a-b-c-d, изображенный на рисунке. Найдите полную работу газа при переходе из начального* ***a*** *в конечное* ***d*** *состояние.*

А. 900 Дж; Б. 800 Дж; В. 700 Дж; Г. 660 Дж; Д. 500 Дж.



Решение: в координатах *p-V*: $A = p\Delta V$, то есть площади фигуры под ломаной ***abcd***.

$S_{abcd4321} = S_{ab21} + S_{bc32} + S_{cd43} = A = \frac{2+3}{2} \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}$ $+3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} + \frac{3+4}{2} \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} = =900$ *(Дж).*

Ответ: А.

2. *Какую долю составляет работа, произведенная идеальным газом при изобарическом процессе расширения газа, от количества сообщенной газу теплоты?*

А. 0,67; Б. 0,40; В. 1,00; Г. 0,60; Д. 0,50.

Решение: $\Delta Q = \Delta U + A$; $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$; $A = p\Delta V$; $p\Delta V = \nu R\Delta T$

$$\frac{A}{\Delta Q} = \frac{\nu R\Delta T}{1{,}5\nu R\Delta T + \nu R\Delta T} = 0{,}4$$

Ответ: Б.

3. *Рассчитать полезную работу тепловой машины, где работающим телом является идеальный газ. Газовый процесс изображен на рисунке.*

А. 400 кДж; Б. 100 кДж; В. 50 кДж; Г. 200 кДж; Д. 300 кДж.

Решение: в координатах *p-V*: $A = p\Delta V$ может быть рассчитана как площадь фигуры под графиком $p = p(V)$ для идеального газа:

A (полезная) = A (полная) – A (внешних сил) = $S_{AB42} - S_{ДС42}$;

A (полезная) = $2 \cdot 10^5 \cdot (4-2) - 1 \cdot 10^5 \cdot (4-2) = 2 \cdot 10^5$ *(Дж) = 200 (кДж).*

Ответ: Г.

4. *Внешние тела, адиабатически сжимая 2 моля идеального одноатомного газа, совершают работу в 498 Дж. Как при этом изменится температура газа?*

А. Не изменится. Б. Уменьшится на 20К; В. уменьшится на 10 К;

Г. увеличится на 10 К; Д. Увеличится на 20 К.

Решение: при адиабатическом процессе нет теплообмена с внешней средой, так что 1-е начало термодинамики для этого случая (91)

$-\Delta U = A$, (газ охлаждается)

если работу совершает система, и

$$+\Delta U = A', \text{ (газ нагревается)}$$

если работу совершают над системой.

Здесь: $\Delta U = \dfrac{3}{2}\nu R\Delta T = A \Rightarrow \quad \Delta T = \dfrac{2A}{3\nu R} = \dfrac{2 \cdot 498}{3 \cdot 2 \cdot 8{,}31} \approx 20 \text{ (К)}.$

<u>*Ответ: Д*</u>.

5. *2 кг водорода при изобарном расширении совершили работу 8,31 МДж. На сколько изменится температура газа?*

А. 500 К; Б. 1000 К; В. 1500 К; Г. 2000 К; Д. 0 К.

<u>*Решение:*</u> $A = p\Delta V;\ p\Delta V = \dfrac{m}{\mu} R\Delta T;$

$$A = \frac{m}{\mu} R\Delta T \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{A \cdot \mu}{m \cdot R} = \frac{8{,}31 \cdot 10^{6} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}31} = 10^{3} \text{ (К)}.$$

<u>*Ответ: Б.*</u>

6. *Для измерения температуры воды массой 66 г, в нее поместили термометр, который показал $T_1 = 32{,}4^0C$. Какова истинная температура воды T, если теплоемкость термометра С = 1,9 Дж/К, а перед погружением в воду он показывал $T_2 = 17{,}8^0C$; удельная теплоемкость воды с = 4,2 кДж/(кг·К).*

А. $32{,}5^0C$; Б. $32{,}3^0C$; В. $25{,}1^0C$; Г. $34{,}5^0C$; Д. $34{,}4^0C$.

<u>*Решение:*</u> термометр, погруженный в воду, принял ее температуру, отняв некоторое количество тепла у воды:

$$\Delta Q_{термометра} = C \cdot (T_1 - T_2);$$

Вода, отдав термометру тепло, охладилась от истинной температуры *T*, до температуры равновесия системы T_1, которую показал термометр:

$$\Delta Q_{воды} = cm \cdot (T_1 - T).$$

Уравнение теплового баланса: $\Delta Q_{термометра} + \Delta Q_{воды} = 0$, то есть

$$C \cdot (T_1 - T_2) + cm \cdot (T_1 - T) = 0 \Rightarrow \quad T = \frac{C \cdot (T_1 - T_2)}{cm} + T_1$$

$$T = \frac{1{,}9(32{,}4 - 17{,}8)}{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}066} + 32{,}4 = 32{,}5^0 C.$$

<u>*Ответ: А*</u>

Замечание: в задаче можно использовать температуру, выраженную в ^0C, а не в кельвинах, так как разность температур и в ^0C, и в кельвинах дает одинаковый результат.

7. *Сколько горячей воды при температуре 80^0C нужно взять, чтобы расплавить кусок льда массой 1 кг, взятом при -20^0C. теплоемкость воды $c_в$ = 4.2 кДж/(кг·К); теплоемкость льда $c_л$ = 2,1 кДж/(кг·К); удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг.*

А. 0,5 кг; Б. 0,7 кг; В. 0,9 кг; Г. 1,0 кг; Д. 1,1 кг.

<u>*Решение:*</u> система изо льда и воды; вода отдает тепло, лед принимает тепло, нагреваясь и тая; так как лед необходимо только расплавить, то установившаяся равновесная температура в системе должна быть равна температуре

плавления льда, то есть $T = 0^0C = 273K$; $T_л = 273 – 20 = 253K$; $T_в = 80^0C + 273 = 353K$. Уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0,$$

где:
$Q_1 = c_в m_в(T – T_в)$ – количество тепла, отданное водой при охлаждении;
$Q_2 = c_л m_л(T – T_л)$ – количество тепла, полученное льдом при нагревании его до температуры плавления;
$Q_3 = + \lambda m_л$ – количество тепла, полученное льдом при его полном расплавлении. Таким образом, уравнение теплового баланса

$$c_в m_в(T – T_в) + c_л m_л(T – T_л) + \lambda m_л = 0.$$

Замечание: обратите внимание, что разности температур в первых двух слагаемых сами определяют знак теплоты, а для процессов изменения агрегатного состояния надо записывать теплоту агрегатного перехода со знаком, соответствующим переходу (84). Таким образом,

$$m_в = \frac{m_л\left[c_л(T - T_л) + \lambda\right]}{-c_в(T - T_в)} = \frac{1\cdot\left[2{,}1\cdot10^3(273-253)+330\cdot10^3\right]}{-4{,}2\cdot10^3(273-353)} \approx 1{,}1\ (кг)$$

<u>*Ответ: Д.*</u>

8. *В чайник налили воду при $T_1 = 10^0C$ и включили нагревательный элемент. Через t = 15 минут вода закипела. Через какое время она выкипит наполовину? Потерями тепла и нагреванием чайника пренебречь. Теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·К); удельная теплота парообразования воды r = 2,3 МДж/кг.*

А. 36 мин.; Б. 46 мин.; В. 60 мин.; Г. 15 мин Д. 92 мин.

<u>*Решение*</u>: когда в задачах о процессах теплообмена идет речь о времени, то необходимо использовать формулу мощности нагревателя:
$\Delta Q_1 = N\cdot t$ – количество тепла, необходимое для нагревания воды массой m до кипения ($T_к = 100^0C$);
$\Delta Q_2 = N\cdot\Delta t$ – количество тепла, необходимое для испарения при $T_к$ половины воды, то есть $0{,}5$ *кг*.

В обеих формулах N – мощность нагревателя.

С другой стороны, те же теплоты по формулам (81) и (87)

$$\Delta Q_1 = cm(T_к – T_1)$$

$$\Delta Q_2 = r\cdot 0{,}5\ кг.$$

Таким образом, $N\cdot t = cm(T_к – T_1)$; $N\cdot\Delta t = r\cdot 0{,}5\ кг$.

Поделив первое уравнение на второе, сразу избавляемся от двух неизвестных, N и m:

$$\frac{t}{\Delta t} = \frac{c\cdot(T_к - T_1)}{0{,}5r} \quad\Rightarrow\quad \Delta t = \frac{0{,}5r\cdot t}{c\cdot(T_к - T_1)} = \frac{0{,}5\cdot2{,}3\cdot10^6\cdot15\cdot60}{4{,}2\cdot10^3(100-10)} \approx 2738\,(\text{c}) \approx 45{,}6(мин.) \approx 46(мин.)$$

<u>*Ответ: Б.*</u>

9. *Определить массу угля, сжигаемого в топке паровоза с к.п.д. 7 %, если паровоз и состав массой 10 тыс. тонн равномерно переместились за 1 час на расстояние 50 км. Удельная теплота сгорания угля q = 35 МДж/кг. Коэффициент трения колес о рельсы μ = 0,007.*

А. 10 т.; Б. 12 т.; В. 14 т.; Г. 16 т.; Д. 20 т.

<u>*Решение:*</u> из механики, при равномерном движении сила тяги равна силе трения: $F_{тяги} = \mu mg$, а работа силы тяги по перемещению поезда на расстояние S (полезная работа): $A = \mu mg.S$. Затраченная на это энергия получена в форме тепла при сгорании M *кг* угля: $\Delta Q = qM$. Полезная работа и затраченное тепло связаны формулой к.п.д.:

$$\eta = \frac{A}{\Delta Q} = \frac{\mu mgS}{qM} \quad \Rightarrow \quad M = \frac{\mu mgS}{q\eta}$$

$$M = \frac{0{,}007 \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot 9{,}8 \cdot 50 \cdot 10^3}{35 \cdot 10^6 \cdot 0{,}07} = 14000\ (кг) = 14\ (т.).$$

<u>*Ответ: В*</u>.

10. *Идеальный тепловой двигатель, получив Q = 4 кДж теплоты от нагревателя при температуре 127^{0}С, совершил работу A = 800 Дж. Какова температура холодильника?*

А. 25^{0}С; Б. 38^{0}С; В. 47^{0}С; Г. 62^{0}С; Д. 78^{0}С.

<u>*Решение*</u>: к.п.д. идеальной тепловой машины $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$, с другой стороны, по определению к.п.д. $\eta = \dfrac{A}{Q}$, таким образом, $\dfrac{A}{Q} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$, где T_1 – температура нагревателя; T_2 – холодильника.

$$T_2 = T_1 \cdot \left(1 - \frac{A}{Q}\right) = (127 + 273)\left(1 - \frac{800}{4000}\right) = 320\ (\text{К}) = 47^0C.$$

<u>*Ответ: В.*</u>

<u>***Замечание***:</u> Обратите внимание, что в задачах такого типа перевод температуры в кельвины обязателен, т.к. в формуле (93) – абсолютная температура.

11. *Определить к.п.д. цикла (рис.), рабочим телом которого является идеальный газ; $p_2 = 2p_1$; $V_2 = 4V_1$.*

А. 0,20; Б. 0,40; В. 0,25; Г. 0,50; Д. 0,75.

<u>*Решение:*</u> $A = p\Delta V$; рассчитаем работу графически:

$$A_{затраченная} = S_{V_1BCV_2} = p_2\,(V_2 - V_1) = 6p_1V_1;$$

$$A_{полезная} = S\Delta_{ABCA} = \frac{(p_2 - p_1)\cdot(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V}{2};$$

$$\eta = 3/12 = 0{,}25.$$

<u>*Ответ: В.*</u>

3. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

3.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Электростатика»

Электрический заряд, q (или Q) – свойство заряженного тела участвовать в электромагнитном взаимодействии. Единица измерения заряда – *1 кулон (Кл)* – производная единица:

$$q = I \cdot t\ ,\ [q] = А \cdot с = Кл,$$

где I – *сила тока*, текущего через поперечное сечение проводника время t.

Существует два рода электрических зарядов – положительные и отрицательные. Одноименно заряженные тела отталкиваются, разноименные заряды (заряженные тела) – притягиваются. Носители положительного заряда – *элементарные частицы протоны, входящие в состав всех атомных ядер,* $q_p = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл*; носители отрицательного заряда – *элементарные частицы электроны, входящие в состав всех атомов вещества,* $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл.* Таким образом, $|\ q_p\ | = |\ q_e\ | = e = const$ – *одна из фундаментальных констант в физике – элементарный заряд.* Любой заряд тела Q складывается из элементарных (+) или (-) зарядов протонов или электронов, соответственно:

$$Q = e \cdot N, \qquad (94)$$

где N –число избыточных (создающих заряд) элементарных зарядов на заряженном теле.

В электрически изолированной системе выполняется закон сохранения зарядов: алгебраическая сумма электрических зарядов любой электрически изолированной системы остается постоянной, какие бы изменения внутри системы не происходили:

$$\sum q_i = const. \qquad (95)$$

Модуль силы взаимодействия между двумя заряженными телами (или просто – зарядами) q_1 и q_2 , находящимися в среде с *диэлектрической проницаемостью* ε , на расстоянии r друг от друга, определяется *законом Кулона*:

$$F_к = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon\, r^2}\ , \qquad (96)$$

где $k = \dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}$; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *Ф/м – электрическая постоянная – одна из констант в физике*; $\varepsilon = F_{К\ (в\ \text{вакууме})} / F_{К(в\ среде)}$, так как среда ослабляет электрическое взаимодействие в среде (веществе) по сравнению с вакуумом.

Напряженность электрического поля, создаваемого вокруг точечного заряда Q – силовая характеристика рассматриваемой точки этого поля:

$$E = \frac{F_К}{q_0} = \frac{k \cdot Q \cdot q_0}{\varepsilon \cdot r^2 \cdot q_0} = \frac{k \cdot Q}{\varepsilon \cdot r^2}\ . \qquad (97)$$

Единицы измерения в СИ $\left[E\right]=\dfrac{Н}{Кл}=\dfrac{В}{м}$. Если известна напряженность точки электростатического поля, созданного зарядом Q, находящейся на расстоянии r от него, то сила Кулона, действующая на заряд q_0 , внесенный в данную точку поля, рассчитывается как

$$\vec{F}_K = q_0 \vec{E}\,; \tag{98}$$

напряженность – векторная величина.

Если поле создано несколькими зарядами, N, то выполняется принцип *суперпозиции* (наложения) полей: результирующая напряженность суммарного поля, $\vec{E}$, созданного несколькими зарядами, определяется как геометрическая сумма напряженностей полей, созданных каждым из этих зарядов самостоятельно:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N\ . \tag{99}$$

Напряженность электрического поля, созданного:
- сферой радиуса R и зарядом q на расстоянии r от центра сферы

при $r \geq R$ (как для точечного заряда (97))

$$E = \frac{kq}{\varepsilon r^2}\,; \tag{100}$$

при $r < R$, *то* $E = 0$.
- бесконечно большой плоскостью площадью S с поверхностной плотностью заряда $\sigma = \dfrac{q}{S}$:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon}\ ; \tag{101}$$

- между двумя параллельными бесконечно большими заряженными разноименно плоскостями (между обкладками плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}\ . \tag{102}$$

Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов Q и q_0:

$$W_n=\frac{kQq_0}{r}\,. \tag{103}$$

Энергетическая характеристика точки электрического поля, созданного зарядом Q на расстоянии r от него - *потенциал* электрического поля:

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0}\ , \tag{104}$$

где W_n – потенциальная энергия заряда q_0, помещенного в данную точку поля.

Единица измерения потенциала: $\left[\varphi\right]=\dfrac{Дж}{Кл}=В$.

Потенциал электрического поля, созданного:
- точечным зарядом q на расстоянии r от него

$$\varphi = \frac{kq}{\varepsilon r}; \qquad (105)$$

- сферой радиуса R и зарядом q на расстоянии r от центра сферы

при $r \geq R$

$$\varphi = \frac{kq}{\varepsilon r}; \qquad (106)$$

при $r \leq R$

$$\varphi = \frac{kq}{\varepsilon R}. \qquad (107)$$

Если поле создано несколькими зарядами N, то потенциал точки суммарного поля по принципу суперпозиции равен алгебраической сумме потенциалов в данной точке поля, создаваемых каждым из зарядов самостоятельно:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + ... + \varphi_N . \qquad (108)$$

Если известен потенциал в точке электростатического поля, φ, то потенциальная энергия заряда q_0 , внесенного в данную точку поля:

$$W_П = q_0 \cdot \varphi . \qquad (109)$$

Работа при перемещении точечного электрического заряда q_0 в электрическом поле из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 связана с изменением потенциальной энергии заряда q_0 , ΔW, а значит, с совершением работы (электрическими силами или внешними силами):

$$|A| = \Delta W = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) = q_0 \cdot U, \qquad (110)$$

где $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов (*напряжение*) между двумя точками поля.

Для однородного поля (напряженность E во всех точках поля одинакова, это поле между пластинами конденсатора, находящимися на расстоянии d друг от друга, напряжение между которыми U) имеет место связь:

$$U = E \cdot d . \qquad (111)$$

Электрическая емкость проводника:

$$C = \frac{q}{\varphi} , \qquad (112)$$

где q – заряд на проводнике; φ - потенциал проводника.

Единицы измерения электроемкости:

$$[C] = \frac{Кл}{В} = Ф.$$

Электроемкость уединенного шара:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R , \qquad (113)$$

где ε - диэлектрическая проницаемость среды вокруг шара; R – его радиус.

Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{q}{U}, \qquad (114)$$

где q – заряд одной пластины; U – напряжение между пластинами

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}{d} \qquad (115)$$

формула (115) для расчета электроемкости плоского конденсатора через его геометрические параметры: S – площадь одной из пластин, d - расстояние между пластинами.

Последовательное соединение N конденсаторов (заряды на конденсаторах в этом случае одинаковы и равны q):

$$U = U_1 + U_2 + ... + U_N \,;$$
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_N} \,. \qquad (116)$$

Параллельное соединение N конденсаторов (напряжения на конденсаторах в этом случае одинаковы и равны U):

$$q = q_1 + q_2 + ... + q_N \,;$$
$$C = C_1 + C_2 + ... + C_N \,. \qquad (117)$$

Энергия электрического поля между пластинами конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} \,. \qquad (118)$$

Тест «Электростатика»

1. *Электрическое поле создается двумя положительными точечными зарядами $q_1 = 9{\cdot}10^{-9}$ Кл и $q_2 = 4{\cdot}10^{-9}$ Кл. Чему равно расстояние между этими зарядами, если известно, что точка, где напряженность электрического поля равна нулю, находится на расстоянии 33 см от первого заряда?*

А. 43 см; Б. 55 см; В. 68 см; Г. 80 см; Д. 113 см.

Решение: электрическое поле создано двумя точечными зарядами q_1 и q_2. По принципу суперпозиции: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

$E1 - E2 = 0$ *или* $E1 = E2$ 1)

$E_1 = \dfrac{kq_1}{r_1^2}$ – напряженность поля, созданного зарядом q_1; 2)

$E_2 = \dfrac{kq_2}{r_2^2}$ – напряженность поля, созданного зарядом q_2. 3)

Из чертежа: $r_2 = R - r_1$ 4).

Подставим 4) в 3), а 3) и 2) в 1), получим: $\dfrac{kq_1}{r_1^2} = \dfrac{kq_2}{(r - r_1)^2} \Rightarrow q_1(r - r_1)^2 = q_2 r_1^2$

$$q_1 r^2 - 2q_1 r \cdot r_1 + q_1 r_1^2 = q_2 r_1^2 \Rightarrow q_1 r^2 - 2q_1 r \cdot r_1 + r_1^2 \cdot (q_1 - q_2) = 0$$

Подставим численные значения величин:

$$9\cdot 10^{-9} r^2 - 2\cdot 9\cdot 10^{-9}\cdot 33\cdot r - 33^2\cdot(9\cdot 10^{-9} - 4\cdot 10^{-9}) = 0 \Rightarrow r^2 - 66r - 605 = 0;$$

Решим полученное квадратное уравнение

$$r_{1,2} = 33 \pm \sqrt{1089 - 605} = 33 \pm 22.$$

$r_1 = 55$ *см;* $r_2 = 11$ *см* – не удовлетворяет условию, то есть $r = 55$ *см.*

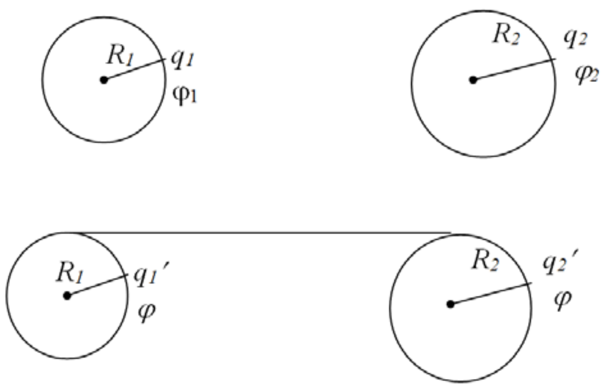
Ответ: Б.

2. *Два шарика радиусами R_1 и R_2 заряженные до потенциалов φ_1 и φ_2 соответственно, находятся на большом расстоянии друг от друга. Шарики соединяют длинным тонким проводником. Общий потенциал, установившийся на шариках после соединения равен*

А. $\dfrac{R_1\varphi_1 - R_2\varphi_2}{R_1 + R_2}$; Б. $\dfrac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\cdot\dfrac{R_1}{R_2}$; В. $\dfrac{R_1\varphi_2 - R_2\varphi_1}{R_1 + R_2}$;

Г. $\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}(\varphi_1 + \varphi_2)$; Д. $\dfrac{R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2}{R_1 + R_2}$.

Решение: Укажем параметры q, φ, R для каждого шара до и после соединения проводником (*Рис*). После соединения потенциалы станут одинаковыми, φ.



Установим связь между параметрами: $\varphi_1 = \dfrac{kq_1}{R_1}; \varphi_2 = \dfrac{kq_2}{R_2}; \varphi = \dfrac{kq_1'}{R_1}; \varphi = \dfrac{kq_2'}{R_2}$.

Запишем закон сохранения электрического заряда: $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$, где

$$q_1 = \frac{\varphi_1 R_1}{k}; \quad q_2 = \frac{\varphi_2 R_2}{k}; \quad q_1' = \frac{\varphi R_1}{k}; \quad q_2' = \frac{\varphi R_2}{k}.$$

Подставим полученные выражения в закон сохранения электрических зарядов и выразим φ:

$$\frac{\varphi_1 R_1}{k} + \frac{\varphi_2 R_2}{k} = \frac{\varphi R_1}{k} + \frac{\varphi R_2}{k}; \ \varphi_1 R_1 + \varphi_2 R_2 = \varphi (R_1 + R_2) \Rightarrow \varphi = \frac{\varphi_1 R_1 + \varphi_2 R_2}{R_1 + R_2}.$$

<u>*Ответ: Д*</u>.

3. *Два точечных заряда q_1 и q_2 находятся на расстоянии L друг от друга. Если расстояние между ними уменьшается на x = 50 см, сила взаимодействия увеличивается в 2 раза. Найдите расстояние L.*

<u>*Решение:*</u> В задаче рассматриваем два состояния: 1) заряды находятся на расстоянии L; 2) заряды находятся на расстоянии $(L – x)$.

Заряды взаимодействуют с силой, которую определим по закону Кулона:

$$F_1 = \frac{kq_1q_2}{L^2} \qquad 1);$$

$$F_2 = \frac{kq_1q_2}{(L-x)^2} \qquad 2).$$

Разделим уравнение 2) на уравнение 1): $\frac{F_2}{F_2} = \frac{kq_1q_2L^2}{(L-x)^2 \cdot kq_1q_2} = \frac{L^2}{(L-x)^2}$.

По условию задачи $F_2/F_1 = 2$, то есть $\frac{L^2}{(L-x)^2} = 2; \Rightarrow L^2 = 2L^2 - 4Lx + 2x^2$ или

$$L^2 - 4Lx + 2x^2 = 0.$$

Подставим значение $x = 0,5$ *м* в уравнение, получим: $L^2 - 2L + 0,5 = 0$.

Найдем корни квадратного уравнения: $L = 1 \pm \sqrt{1 - 0,5} = 1 \pm 0,7$;

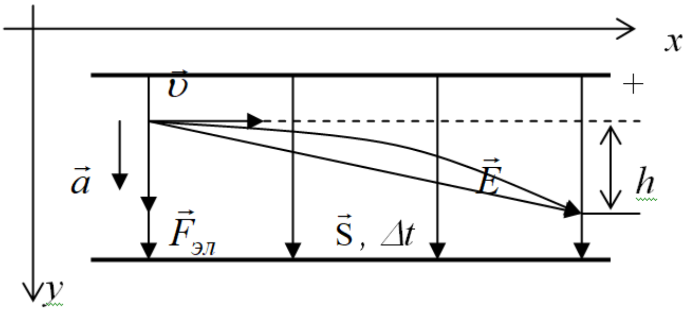
L = 1,7 м; L = 0,3 м – не удовлетворяет условию задачи.

<u>*Ответ: Г*</u>.

4. *Протон и α-частица, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в заряженный плоский конденсатор параллельно пластинам. Как соотносятся между собой на выходе из конденсатора смещение протона (h_p) и α - частицы (h_α) по оси, перпендикулярной пластинам конденсатора?*

А. $h_p = 4 h_\alpha$; Б. $h_p = 2 h_\alpha$; В. $h_p = h_\alpha$; Г. $h_\alpha = 2 h_p$; Д. $h_\alpha = 4 h_p$.

<u>*Решение*</u>: Рассмотрим движение заряженной положительной частицы в однородном поле конденсатора.



Частица движется по ветви параболы, так как $\vec{\upsilon}$ *и* $\vec{F}_{эл}$ направлены под углом 90^0.

Частица движется равно-ускоренно, следовательно: $\vec{S} = \vec{\upsilon}\Delta t + \frac{\vec{a}\Delta t^2}{2}$

В проекции на ось у:

$h = \frac{a\Delta t^2}{2}$ 1);

на ось х: $l = \upsilon\Delta t$ 2),

где l – длина пластин конденсатора.

По 2-му закону Ньютона:

$F_{эл} = ma$ 3).

Одновременно, $F_{эл} = qE$ 4).

Решая совместно уравнения 1), 2), 3) и 4), определим $h = \frac{qEl^2}{2m\upsilon^2}$.

Запишем это уравнение для α-частицы: $h_p = \frac{q_p El^2}{2m_p\upsilon^2}$ 5)

и для протона: $h_\alpha = \frac{q_\alpha El^2}{2m_\alpha\upsilon^2}$, 6)

Разделим 5) на 6): $\frac{h_p}{h_\alpha} = \frac{q_p m_\alpha}{m_p q_\alpha} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow h_p = 2\,h_\alpha$.

<u>*Ответ: Б*</u>

5. *Электрон вылетает из точки электростатического поля, потенциал которого φ со скоростью υ м/с в направлении силовых линий. Определить потенциал точки, в которой электрон остановится. Модуль заряда электрона е, масса т.*

А. $\varphi + \frac{m\upsilon^2}{2e}$; Б. $\varphi - \frac{m\upsilon^2}{2e}$; В. $\frac{m\upsilon^2}{2e} - \varphi$; Г. φ; Д. - φ.

<u>*Решение*</u>: в задаче рассматриваем 2 состояния электрона: в первом состоянии его кинетическая энергия $E_{K_1} = \frac{m\upsilon^2}{2}$, во втором состоянии $E_{K_2} = 0$ (электрон остановился). На электрон действует электрическое поле, которое со-

вершает отрицательную работу, так как электрические силы противоположно направлены перемещению: $A = -e\cdot(\varphi_1 - \varphi_2)$, $\varphi_1 = \varphi$, $\varphi_2 = \varphi_1$. На основании закона сохранения энергии, $\Delta E = A$, то есть

$$0-\frac{m\upsilon^2}{2}=-e\cdot(\varphi-\varphi_1) \quad\Rightarrow\quad \varphi_1=\varphi-\frac{m\upsilon^2}{2e}.$$

<u>*Ответ: Б*</u>.

6. *Тонкое закрепленное кольцо радиуса R равномерно заряжено так, что на единицу длины кольца приходится заряд +j. В вакууме на оси кольца на расстоянии l от его центра помещен маленький шарик, имеющий заряд +q. Если шарик освободить, то в процессе движения он приобретет максимальную кинетическую энергию, равную*

А. $\dfrac{qjR}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+l^2}}$; Б. $\dfrac{qj}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+l^2}}$; В. $\dfrac{qjR}{2\pi\varepsilon_0 l^2}$; Г. $\dfrac{qjR}{2\pi\varepsilon_0 l}$; Д. $\dfrac{qj\varepsilon}{2\pi\varepsilon_0 R}$.

<u>*Решение:*</u> в задаче рассматриваем 2 состояния заряженного шарика: 1) на расстоянии l от центра заряженного кольца; 2) на расстоянии $l_1 >> l$ от центра заряженного кольца. В первом состоянии $W_1 = q\cdot\varphi$ - потенциальная энергия заряженного шарика, φ - потенциал поля, созданного заряженным кольцом. $W_2 = E_к$ – кинетическая энергия шарика во втором состоянии. По закону сохранения энергии $E_к = q\cdot\varphi$.

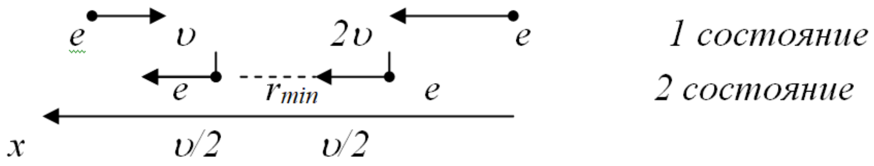
Определим φ. Разобьем кольцо на малые участки, которые будем считать точечными зарядами. Каждый такой заряд Q_i создает в *т.1* потенциал $\varphi_i=\dfrac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r}$. По принципу суперпозиции: $\varphi=\sum\varphi_i=\dfrac{\sum Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, где $Q = 2\pi Rj$ - заряд кольца, то есть $\varphi=\dfrac{2\pi Rj}{4\pi\varepsilon_0 r}=\dfrac{Rj}{2\varepsilon_0 r}$. Из чертежа: $r=\sqrt{R^2+l^2}$, тогда $E_к = \dfrac{qjR}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+l^2}}$.

<u>*Ответ: А*</u>.

7. *Пусть m и e – масса и величина заряда электрона. Если в вакууме из бесконечности вдоль одной прямой навстречу друг другу со скоростями υ и 2υ движутся два электрона, то минимальное расстояние, на которое они могут сблизиться, без учета гравитационного взаимодействия равно*

А. $\dfrac{e^2}{9\pi\varepsilon_0 m\upsilon^2}$; Б. $\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m\upsilon^2}$; В. $\dfrac{e^2}{3\pi\varepsilon_0 m\upsilon^2}$; Г. $\dfrac{e^2}{2\pi\varepsilon_0 m\upsilon^2}$; Д. $\dfrac{e^2}{\pi\varepsilon_0 m\upsilon^2}$.

Решение: в задаче рассматриваем два состояния системы, в которую входят два электрона.



Найдем скорость электронов, когда расстояние между ними минимально. По закону сохранения импульса: $m\vec{\upsilon}+2m\vec{\upsilon}=2m\vec{\upsilon}'$; в проекции на ось x:

$2m\upsilon$ - $m\upsilon$ = $2m\upsilon'$ $\Rightarrow \upsilon'=\dfrac{\upsilon}{2}$ - скорость электронов во 2-м состоянии. По закону сохранения энергии $W_1 = W_2$, где

$W_1=\dfrac{m\upsilon^2}{2}+\dfrac{m4\upsilon^2}{2}=\dfrac{5m\upsilon^2}{2}$ - W_1, W_2 - энергии системы в 1 и 2 состояниях;

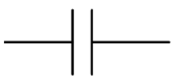
$$W_2=\frac{2m\upsilon^2}{4\cdot 2}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}} \quad\Rightarrow\quad r_{min}=\frac{e^2}{9\pi\varepsilon_0 m\upsilon^2}.$$

Ответ: А.

8. *Плоский конденсатор зарядили от источника и отключили от него, увеличили расстояние между обкладками конденсатора вдвое, а затем заполнили диэлектриком с $\varepsilon = 2$. Как изменится разность потенциалов на конденсаторе?*

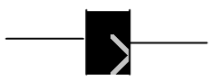
А. Не изменится; Б. Увеличится в 2 раза; В. Уменьшится в 2 раза; Г. Увеличится в 4 раза; Д. Уменьшится в 4 раза.

Решение: в задаче рассматриваем 2 состояния конденсатора. Укажем параметры в каждом состоянии. Если конденсатор отключен от источника, то q = *const*:



$C_1, q, \Delta\varphi_1$

$q = C_1\cdot\Delta\varphi_1$;



$C_2, q, \Delta\varphi_2$

$q = C_2\cdot\Delta\varphi_2$

$C_1\cdot\Delta\varphi_1 = C_2\cdot\Delta\varphi_2 \;\Rightarrow\; \dfrac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2}=\dfrac{C_1}{C_2}$ По формуле емкости плоского конденсатора: $C_1=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d_1}$; $C_2=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d_2}$, где $d_2 = 2d_1$. Тогда: $\dfrac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2}=\dfrac{\varepsilon_0 S 2d_1}{d_1\varepsilon_0\varepsilon S}=\dfrac{2}{\varepsilon}=\dfrac{2}{2}=1 \Rightarrow \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$

Ответ: А

9. *Плоский воздушный конденсатор, площадь пластины которого равна S, заряжен до разности потенциалов U. При напряженности поля в конденсаторе*

Е, поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора определяется выражением

А. $\frac{\varepsilon_0 E^2 S}{2}$; Б. $\frac{\varepsilon_0 ESU}{2}$; В. $\frac{\varepsilon_0 ES}{2}$; Г. $\varepsilon_0 E$; Д. $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$.

Решение:

$\sigma = \frac{q}{S}$ – поверхностная плотность заряда 1);

$C = \frac{q}{U}$ – емкость конденсатора 2);

$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ – емкость плоского воздушного конденсатора 3);

$U = E \cdot d$ – связь между напряженностью и разностью потенциалов 4).

Решая совместно 1), 2), 3) и 4) найдем $\sigma = E \cdot \varepsilon_0$.

Ответ: Г.

10. *Три одинаковых конденсатора соединены, как показано на рисунке. Если при разности потенциалов между точками А и В в 1000 В энергия батареи конденсаторов равна 2 Дж, то емкость каждого конденсатора равна*

А. 2 мкФ; Б. 4 мкФ; В. 6 мкФ; Г. 8 мкФ; Д. 9 мкФ.

Решение: Энергия батареи конденсаторов определяется по формуле: $W = \frac{CU^2}{2}$, где C – емкость батареи. Конденсаторы 2 и 3 соединены параллельно, а конденсатор 1 с конденсаторами 2 и 3 соединены последовательно, поэтому $C = \frac{C_0 \cdot 2C_0}{C_0 + 2C_0} = \frac{2}{3} C_0$, где C_0 – емкость одного конденсатора. Тогда :

$$W = \frac{2C_0 U^2}{3 \cdot 2} = \frac{C_0 U^2}{3} \quad \Rightarrow \quad C_0 = \frac{3W}{U^2}.$$

$$C_0 = \frac{3 \cdot 2}{10^6} = 6 \cdot 10^{-6} \ (Ф) = 6 \ (мкФ).$$

Ответ: В.

3.2. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Законы постоянного тока»

Сила тока

$$I = \frac{q}{t}, \qquad (119)$$

где q – заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за время t.
Единицы измерения силы тока: *[I] = А = Кл / с.*

Плотность тока

$$j = \frac{I}{S}, \qquad (120)$$

Единицы измерения плотности тока: *[j] = А/м²*.

Закон Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U}{R}, \qquad (121)$$

где U – напряжение на концах участка; R – сопротивление этого участка.

Единицы измерения [R] = В/А = Ом

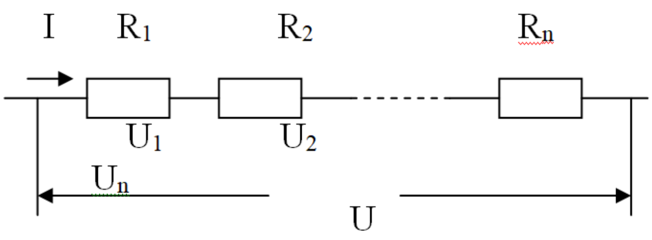
- Сопротивление проводника

$$R = \rho\frac{l}{S}\ , \qquad (122)$$

$$R = R_0\cdot(1+ \alpha t^0), \qquad (123)$$

где l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения; ρ - удельное сопротивление; R_0 – сопротивление при 0^0С; α - температурный коэффициент сопротивления; t^0 – температура проводника.

- Последовательное соединение резисторов.



$$I = const$$
$$U = \sum U_i$$
$$R = \sum R_i \qquad (124)$$

- Параллельное соединение резисторов.

$$U = const$$
$$I = \sum I_i$$
$$\frac{1}{R} = \sum\frac{1}{R_i}$$

(125)

- Работа электрического тока

$$A = U\cdot I\cdot t = I^2\cdot R\cdot t = \frac{U^2}{R}t \qquad (126)$$

- Мощность электрического тока

$$P = \frac{A}{t} = U\cdot I = I^2\cdot R = \frac{U^2}{R} \qquad (127)$$

- Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2\cdot R\cdot t \qquad (128)$$

- Закон Ома для замкнутой полной электрической цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \qquad (129)$$

где ε - эдс источника, r – внутреннее сопротивление источника.

Единицы измерения [ε] = В.

- Кпд источника:

$$\eta = \frac{A_n}{A_з} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r} \qquad (130)$$

- Масса вещества, выделившегося на электроде при прохождении постоянного тока через электролит:

$$m = k \cdot q, \qquad (131)$$

где k – электрохимический эквивалент; q – заряд, прошедший через электролит.

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{z}, \qquad (132)$$

где F = 96500 Кл/моль – постоянная Фарадея; μ - молярная масса вещества; z – валентность.

Тест «Законы постоянного тока»

1. *В схеме, изображенной на рисунке, R_1 = 5 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 3 Ом, сопротивлением амперметра и подводящих проводов можно пренебречь. Если вольтметр показывает 2,1 В, то показанию амперметра соответствует*

А. 0,1 А; Б. 0,2 А; В. 0,3 А; Г. 0,4 А;Д. 0,5 А.

Решение: укажем параметры (I, U, R) каждого участка цепи и установим связь между ними. Через амперметр идет ток I. Резисторы R_3 и R_2 соединены параллельно, их общее сопротивление $R' = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$; $R' = \frac{6 \cdot 3}{9}$ = 2 Ом. R_1 и R′ соединены последовательно, их общее сопротивление R = R_1 + R′; R = 5 + 2 = 7 Ом. По закону Ома для участка цепи: $I_1 = \frac{U}{R}$; $I_1 = \frac{2{,}1}{7} = 0{,}3$ А; $U_2 = I_1 \cdot R'$; U_2 = 0,3·2 = 0,6 В. $I = \frac{U_2}{R_3}$; $I = \frac{0{,}6}{3} = 0{,}2$ А.

<u>*Ответ: Б*</u>.

2. *При замыкании источника тока на внешнее сопротивление 4 Ом в цепи протекает ток 0,3 А, а при замыкании на сопротивление 7 Ом протекает ток 0,2 А. Определите ток короткого замыкания этого источника.*

А. 1,2 А; Б. 0,5 А; В. 0,9 А; Г. 2,1 А; Д. 1,6 А.

Решение: в задаче рассматриваем 3 состояния полной электрической цепи. Для каждого состояния запишем закон Ома для полной цепи: $I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}$ (1); $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}$ (2); $I_{к.з.} = \frac{\varepsilon}{r}$ (3). В цепи течет ток короткого замыкания, если R = 0, где R – внешнее сопротивление. Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем ε и r:

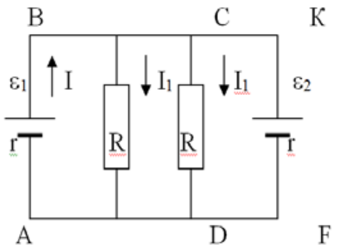
$$\varepsilon = I_1\cdot(R_1 + r);\ \varepsilon = I_2\cdot(R_2 + r);\ I_1\cdot(R_1 + r) = I_2\cdot(R_2 + r);\ r\cdot(I_1 - I_2) = I_2R_2 - I_1R_1$$

$r = \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2}$; $r = \frac{0{,}2\cdot 7 - 0{,}3\cdot 4}{0{,}3 - 0{,}2} = 2$ (Ом). ε = 0,3·(4 + 2) = 1,8 (В); $I_{к.з.} = \frac{1{,}8}{2} = 0{,}9$ (А).

Ответ: В.

3. *Источники тока, имеющие одинаковые внутренние сопротивления r = 0,5 Ом, подключены к резисторам, каждый из которых имеет сопротивление R. ЭДС источников тока ε_1 = 12 В, ε_2 = 6 В. Определите величину сопротивления R, при котором ток, протекающий через источник ε_2, равен нулю.*

А. 12 Ом; Б. 6 Ом; В. 4 Ом; Г. 3 Ом; Д. 1 Ом.



Решение: запишем закон Ома для полной электрической цепи для двух контуров: ABCD и ABKF: $\varepsilon_1 = Ir + I\frac{R}{2}$ (1); ε_1 - ε_2 = Ir (2); $I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r}$; $I = \frac{12-6}{0{,}5} = 12$ (А). Из уравнения (1): $R = 2\cdot\left(\frac{\varepsilon_1}{I} - r\right)$; $R = 2\cdot\left(\frac{12}{12} - 0{,}5\right) = 1\,(Ом)$

Ответ: Д.

4. *Электрическая цепь состоит из четырех одинаковых последовательно соединенных элементов с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r у каждого. Пренебрегая сопротивлением подводящих проводов, определите показание вольтметра, подсоединенного между т. А и т. В.*

А. 4ε; Б. 3ε; В. 2ε; Г. 1ε; Д. 0

Решение: элементы 1 и 2 и 3и 4 включены навстречу друг другу, поэтому U = 2ε - 2ε = 0.

Ответ: Д.

5. *Сопротивление лампочки накаливания в рабочем состоянии 240 Ом. Напряжение в сети 120 В. Сколько ламп включено параллельно в сеть, если мощность, потребляемая всеми лампочками, равна 600 Вт?*

А. 2; Б. 3; В. 5; Г. 8; Д. 10.

Решение: при параллельном включении одинаковых лампочек их общее сопротивление уменьшается в n раз. $R = \frac{R_0}{n}$, где R_0 – сопротивление одной лампочки. $P = \frac{U^2}{R}$ - потребляемая мощность;

$$P = \frac{U^2\cdot n}{R_0} \Rightarrow n = \frac{P\cdot R_0}{U^2};\quad n = \frac{600\cdot 24}{120^2} = 10$$

Ответ: Д.

6. *При ремонте бытовой электрической плитки ее спираль была укорочена на 0,2 первоначальной длины. Как изменилась при этом электрическая мощность плитки?*

А. Уменьшилась в 1,25 раз; Б. Увеличилась в 1,25 раз; В. Уменьшилась в 4 раза; Г. Увеличилась в 4 раза; Д. Не изменилась.

Решение: при укорочении длины спирали изменяется ее сопротивление.

$R_1 = \frac{\rho \cdot l_1}{S}$; $R_2 = \frac{\rho \cdot l_2}{S}$, где $l_2 = 0{,}8 \cdot l_1$. $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$; $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \cdot l_1 \cdot S}{S \cdot \rho \cdot 0{,}8 l_1} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25.$$

Ответ: Б.

7. *Два резистора с одинаковым сопротивлением каждый включаются в сеть постоянного напряжения первый раз параллельно, а второй раз – последовательно. Какая электрическая мощность потребляется в обоих случаях?*

А. $P_1 = P_2$; Б. $P_1 = 2P_2$; В. $P_2 = 2P_1$; Г. $P_1 = 4P_2$; Д. $P_2 = 4P_1$.

Решение: при параллельном соединении резисторов $R_1 = \frac{R_0}{2}$; при последовательном соединении $R_2 = 2R_0$, где R_0 – сопротивление одного резистора.

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1}; \quad P_2 = \frac{U^2}{R_2}; \frac{P_2}{P_1} = \frac{U^2 \cdot R_1}{R_2 \cdot U^2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0}{2 \cdot 2R_0} = \frac{1}{4}; \; P_1 = 4P_2$$

Ответ: Г.

8. *Для того, чтобы с помощью амперметра с внутренним сопротивлением 9 Ом, рассчитанным на 100 мА, иметь возможность измерять ток до 1 А (расширить пределы измерения в 10 раз), к амперметру нужно подключить параллельно добавочное сопротивление*

А. 1 Ом; Б. 0,9 Ом; В. 9 Ом; Г. 0,1 Ом; Д. 10 Ом.

Решение: начертим схему включения добавочного сопротивления к амперметру и обозначим параметры каждого участка.

При параллельном соединении:

U = const

$I = I_А + I_Д$

По закону Ома для участка цепи:

$U = I_А \cdot R_А$; $U = I_Д \cdot R_Д$;

$I_А \cdot R_А = I_Д \cdot R_Д \Rightarrow R_Д = \frac{I_А \cdot R_А}{I_Д}$, где $I_Д = I - I_А$; $R_Д = \frac{I_А \cdot R_А}{I - I_А} = \frac{100 \cdot 10^{-3} \cdot 9}{1 - 100 \cdot 10^{-3}} = 1$ (Ом).

Ответ: А.

9. *Определите силу тока в обмотке двигателя электропоезда, развивающего силу тяги 6 кН, если напряжение, подводимое к двигателю, равно 600 В и поезд движется со скоростью 72 км/ч. Коэффициент полезного действия двигателя 80 %.*

А. 75 А; Б. 125 А; В. 175 А; Г. 200 А; Д. 250 А.

Решение:

$\eta = \frac{P_п}{P_з}$ – коэффициент полезного действия двигателя; (1)

$P_п = F \cdot \upsilon$ – полезная мощность двигателя; (2)

$P_з = I \cdot U$ – затраченная мощность двигателя. (3)

Подставим (2) и (3) в (1): $\eta = \frac{F \cdot \upsilon}{I \cdot U} \Rightarrow I = \frac{F \cdot \upsilon}{\eta \cdot U}$ $I = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 20}{0{,}8 \cdot 600} = 250$ (А).

Ответ: Д.

10. *Электрохимический эквивалент меди 3,3·10^{-7} кг/Кл. При непрерывной работе электролитической ванны в течение 1 ч 40 мин с постоянным током 100 А на электроде выделится меди*

А. 462 г; Б. 198 г; В. 330 г; Г. 260 г; Д. 130 г.

Решение: в задаче рассматривается электролиз, по закону электролиза:

$m = kq$, где $q = I\Delta t$ – заряд, прошедший между электронами.

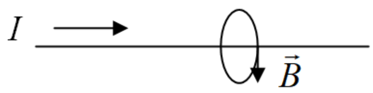
$m = k \cdot I \cdot \Delta t$; $m = 3{,}3 \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 6000 = 19{,}8 \cdot 10^{-2}$ кг = 198г

Ответ: Б.

3.3. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Электромагнетизм»

Вокруг проводника с током *I* возникает магнитное поле, направление линий индукции $\vec{B}$ которого определяется по правилу «буравчика»:

Правило буравчика (для прямого тока): если поступательное движение буравчика совпадает с направлением тока в проводнике, то направление вращения рукоятки совпадает с направлением линий магнитной индукции; (для соленоида): если направление вращения рукоятки буравчика совпадает с направлением тока в соленоиде, то поступательное движение буравчика совпадает с направлением линий магнитной индукции внутри соленоида.



Магнитная индукция $\vec{B}$ - силовая характеристика магнитного поля, векторная величина. Магнитное поле можно обнаружить по его силовому воздействию на проводник с током.

Согласно *закону Ампера:* на проводник длиной *l* с током *I* в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ действует *сила Ампера* $\vec{F}_A$ (*Рис.3.7*):

$$\vec{F}_A = \vec{B} \cdot I\, l \cdot \sin\alpha. \qquad (132)$$

Из формулы (132) можно выяснить физический смысл величины $\vec{B}$ и единицы ее измерения в СИ: индукция магнитного поля показывает, какая сила Ампера действует на проводник длиной 1м с током силой 1А , ориентированный перпендикулярно магнитному полю (линии индукции $\vec{B}$, α = 90^0): $B = F_A$ /(I $l \cdot sin$ 90^0)

$$[B] = \frac{Н}{А \cdot м} = \frac{Н \cdot м}{А \cdot м^2} = \frac{Дж}{А \cdot м^2} = \frac{А \cdot В \cdot с}{А \cdot м^2} = \frac{В \cdot с}{м^2} = Тл. \ (тесла)$$

Направление силы Ампера определяется по правилу *«левой руки»:* если левую руку расположить так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, четыре вытянутых пальца совпадали с направлением тока в проводнике, то отогнутый большой палец укажет направление силы Ампера.

Если поле создано системой проводников, то индукция суммарного магнитного поля $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$ - принцип суперпозиции магнитных полей.

Кривая, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора $\vec{B}$ магнитной индукции в этой точке, называется линией магнитной индукции.

Поле прямого тока (*Рис.3.8*) (• – ток идет на наблюдателя; + – ток идет от наблюдателя):

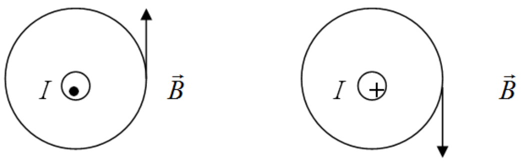


Рис.3.8

Магнитная индукция поля, созданного в среде бесконечным прямым током I на расстоянии r от него: $B = \mu_0 \mu \dfrac{I}{2\pi \cdot r}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $\dfrac{В \cdot с}{А \cdot м}$ - *магнитная постоянная*; $\mu = B / B_0$ - магнитная проницаемость среды, показывает, во сколько раз индукция магнитного поля тока B в среде (*например,* в *ферромагнетике*) больше индукции этого же поля в вакууме B_0 .Для вакуума (воздуха) $\mu = 1$.

Поле соленоида (катушки с током) – (*Рис.3.9*) в середине соленоида с током I : $B = \mu_0 \mu \cdot n \cdot I$, где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида. Поле постоянного магнита показано ниже на рисунке (*Рис.3.10*). Магнитная индукция поля в центре кругового витка (*Рис.3.11*) радиуса r с током I: $B = \mu_0 \mu \dfrac{I}{2r}$.

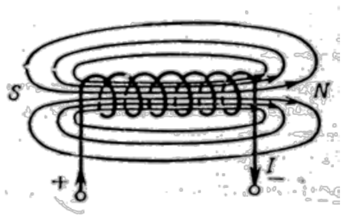


Рис.3.9

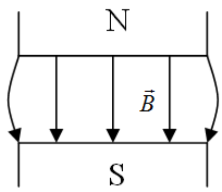


Рис.3.10

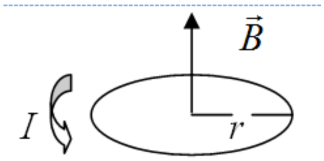


Рис. 3.11

Сила Лоренца – сила, действующая на заряженную частицу q, движущуюся в магнитном поле B со скоростью υ:

$$F_Л = B \cdot q \cdot \upsilon \cdot sin\alpha\,, \tag{133}$$

где $\alpha = (\vec{B} \,\widehat{,}\, \vec{\upsilon}\,)$-угол между векторами индукции B и скорости υ.

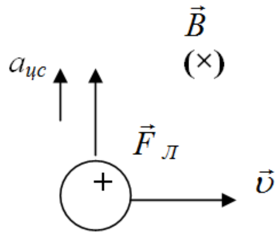


Рис.3.12

Направление силы Лоренца определяется по правилу *«левой руки»:* линии индукции входят в ладонь (на рисунке (*Рис.3.12*) вектор индукции направлен в плоскость чертежа), четыре вытянутых пальца должны совпадать с направлением движения положительного заряда, отогнутый большой палец указывает направление $F_Л$. Для случая движения отрицательно заряженных частиц четыре пальца следует располагать противоположно направлению вектора скорости.

Сила Лоренца, перпендикулярная вектору скорости (α = 90^0) , сообщает заряду центростремительное ускорение, $a_{цс}$, изменяя скорость по направлению. Если скорость заряда υ постоянна по величине, то заряд начинает двигаться в магнитном поле по окружности радиуса r :

$$\frac{m\upsilon^2}{r} = |q| \cdot B \cdot \upsilon \Rightarrow r = \frac{m\upsilon}{|q| \cdot B}. \tag{134}$$

Так как длина окружности, по которой движется заряд равна $2\pi r$, а время одного оборота заряда равно периоду T, то

$$T = \frac{2\pi m}{qB}, \tag{135}$$

то есть период вращения заряда в магнитном поле определяется только его массой, m, величиной заряда, q, и индукцией магнитного поля B. Это обстоятельство используется в ускорителях элементарных частиц для разгона их до очень больших скоростей.

Если заряд влетает под углом α в магнитное поле, то он движется по спирали (по винтовой линии), с радиусом витка r_B и шагом спирали (винта) h:

$$r_B = \frac{m\upsilon \cdot \sin\alpha}{|q| \cdot B}; \quad h = \frac{2\pi \cdot m\upsilon \cdot \cos\alpha}{|q| \cdot B}. \qquad (136)$$

Если заряд находится одновременно и в электрическом, и в магнитном полях, то полная сила $\vec{F}$, действующая на заряд, равна:

$$\vec{F} = \vec{F}_{Кулона} + \vec{F}_{Лоренца}.$$

Поток линий магнитной индукции (магнитный поток):

$$\Phi = B{\cdot}S{\cdot}\cos\varphi, \qquad (137)$$

где φ - угол между $\vec{B}$ и нормалью (перпендикуляром) $\vec{n}$ к плоскости замкнутого проводника с площадью S образуемой им поверхности. Если $\vec{B}$ и $\vec{n}$ совпадают, то $\varphi=0^0$, а $\cos 0^0=1$. Единица измерения магнитного потока - *1 вебер*:

$$[\Phi] = \frac{В \cdot с \cdot м^2}{м^2} = В{\cdot}с = Вб.$$

Закон электромагнитной индукции Фарадея: ЭДС индукции ε_i в замкнутом контуре равна по модулю скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром:

$$\varepsilon_i = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \text{ или } \varepsilon_i = |\,\Phi'\,| = |\,(B{\cdot}S{\cdot}\cos\varphi)'\,|, \qquad (138)$$

где $\Delta\Phi$ – изменение потока магнитной индукции за промежуток времени Δt. Изменение магнитного потока возможно вследствие изменения индукции магнитного поля ΔB (поле нарастает или убывает), площади контура ΔS (контур растягивают или сжимают) или угла φ (*например,* при вращении контура (рамки, витка и т.д.)). Возможно одновременное изменение всех этих величин.

В замкнутом контуре возникает *индукционный ток*, величина которого определяется по закону Ома: $I_i = \varepsilon_i / R$, где R – сопротивление проводника (контура, витка, рамки).

Возникающий индукционный ток I_i имеет свое направление, определяемое *правилом Ленца*: возникающий в замкнутом контуре индукционный ток имеет такое направление, что своим магнитным полем противодействует тому изменению магнитного потока, которым он вызван (*Рис.3.13*):

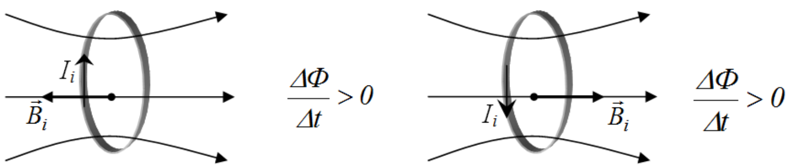


Рис.3.13

Поэтому в законе электромагнитной индукции стоит знак “минус”, указывающий на то, что ε_i и $\Delta\Phi/\Delta t$ имеют разные знаки: $\varepsilon_i = -\Delta\Phi/\Delta t$.

ЭДС индукции, возникающая в движущемся в магнитном поле проводнике длиной l, равна:

$$\varepsilon_i = B{\cdot}l{\cdot}\upsilon{\cdot}\sin\alpha, \qquad (139)$$

где $\alpha = (\vec{B} \,\hat{,}\, \vec{\upsilon})$;

Магнитный поток *Ф*, создаваемый контуром с током *I*

$$Ф = L \cdot I, \tag{140}$$

где *L* – индуктивность контура, свойство замкнутого контура с током создавать вокруг магнитное поле; $[\ L\ ] = \frac{Вб}{А} = \frac{В \cdot с}{А} = Ом \cdot с = Гн$ (*генри*); индуктивность, подобно электроемкости, только от геометрических размеров проводника, его формы и магнитных свойств среды, но не зависит от силы тока в проводнике. *Например,* индуктивность соленоида (катушки) определяется как $L = \mu\mu_0 n^2 lS$, где μ - магнитная проницаемость сердечника катушки, *n* – число витков катушки на единицу длины соленоида *l*, *S*- площадь поперечного сечения соленоида.

ЭДС *самоиндукции*:

$$\varepsilon_{Si} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ или } \varepsilon_{Si} = -L \cdot I', \tag{141}$$

где $I = I(t)$ – функция времени.

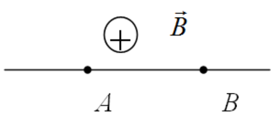
Энергия магнитного поля (*например,* внутри соленоида с током *I*):

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{Ф^2}{2L} = \frac{Ф \cdot I}{2}. \tag{142}$$

Тест «Электромагнетизм»

1. *По проводнику АВ протекает постоянный ток. Проводник помещен в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны проводнику (см. рис.). Если потенциал т. А больше потенциала т. В, то сила Ампера, действующая на проводник, имеет направление*

А. Вниз; Б. Вверх; В. Влево; Г. Вправо; Д. Вдоль линий индукции.

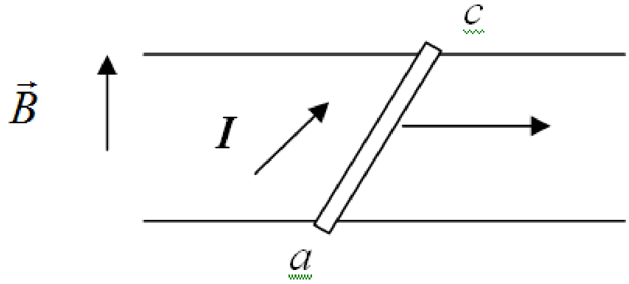


<u>*Решение:*</u> Ток по проводнику течет от т. *А* к т. *В* (от большего потенциала к меньшему). По правилу левой руки определяем направление силы Ампера – вверх.

<u>*Ответ: Б.*</u>

2. *Электромагнитный ускоритель представляет собой два провода, расположенные в горизонтальной плоскости на расстоянии 20 см друг от друга, по которым может скользить без трения металлическая перемычка а-с массы 2 кг. Магнитное поле с индукцией В = 1 Тл перпендикулярно плоскости движения перемычки. Какой ток следует пропустить по перемычке, чтобы она, пройдя путь 2 м, приобрела скорость 10 м/с.*

А. 10 А; Б. 50 А; В. 100 А; Г. 250 А; Д. 300 А.



<u>*Решение:*</u> перемычка *а-с* движется равноускоренно под действием силы Ампера. По второму закону Ньютона:

$F_A = ma$ 1),

где $F_A = B\cdot I\cdot l\cdot sin\alpha$ 2);

$\alpha = 90^0$; $sin\ 90^0 = 1$.

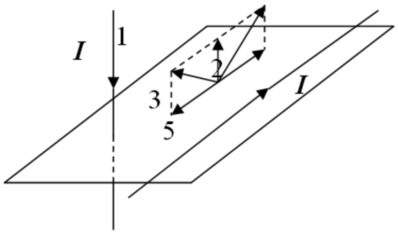
$$a = \frac{\upsilon^2}{2S} \qquad 3).$$

Подставим 2) и 3) в 1):

$$I \cdot l \cdot B = \frac{m\upsilon^2}{2l \cdot S} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{m\upsilon^2}{2l \cdot S \cdot B} \Rightarrow \quad I = \frac{2 \cdot 100}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 2 \cdot 1} = 250\ A.$$

Ответ: Г.

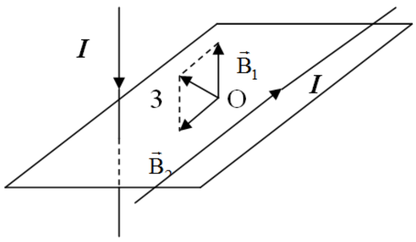
3. *По двум прямолинейным длинным проводникам, расположенным во взаимно перпендикулярных плоскостях, текут равные токи. Какое направление имеет вектор $\vec{B}$ индукции магнитного поля в т. О.?*



А. 1; Б. 2; В. 3; Г. 4; Д. 5.

Решение: каждый проводник с током в *т.О* создает магнитное поле с индукцией $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

По принципу суперпозиции $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Направление векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ определяем по правилу буравчика.



Ответ: В.

4. *Электрон, пройдя в электрическом поле ускоряющую разность потенциалов U, попадает в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны направлению движения электрона, и начинает двигаться по окружности. Как изменится радиус этой окружности, если ускоряющая разность потенциалов U увеличится в 2 раза?*

А. Увеличится в 2 раза; Б. Увеличится в $\sqrt{2}$; В. Не изменится;
Г. Уменьшится в $\sqrt{2}$; Д. Уменьшится в 2 раза.

Решение: в задаче рассматриваем два явления:

1) движение электрона в электрическом поле;
2) движение электрона в магнитном поле.

Пройдя ускоряющую разность потенциалов в электрическом поле, электрон приобретает кинетическую энергию за счет работы электрического поля

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = eU . \qquad 1)$$

В магнитном поле на электрон действует сила Лоренца

$F_Л = q\cdot\upsilon\cdot B$ 2),

которая сообщает ему центростремительное ускорение:

$$a_ц = \frac{\upsilon^2}{R} \qquad 3).$$

По второму закону Ньютона

$F_Л = ma_ц$ 4).

Подставим 2) и 3) в 4), получим:

$$q\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m\upsilon}{qB} \qquad 5)$$

Из 1)

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \qquad 6);$$

подставим 6) в 5), получим

$$R = \frac{\sqrt{2emU}}{qB}.$$

Если U увеличить в 2 раза, R увеличится в $\sqrt{2}$ раз.

Ответ: Б.

5. *Протон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции и начинает двигаться по окружности. Как изменяется частота вращения протона, если величину индукции магнитного поля уменьшить в два раза?*

А. Увеличится в два раза; Б. Увеличится в $\sqrt{2}$ раз; В. Не изменится

Г. Уменьшится в $\sqrt{2}$ раз; Д. Уменьшится в 2 раза

Решение: В магнитном поле на протон действует сила Лоренца, которая сообщает ему центростремительное ускорение.

По второму закону Ньютона:

$F_л = ma_ц$ 1),

где

$F_л = q\,UB$ 2);

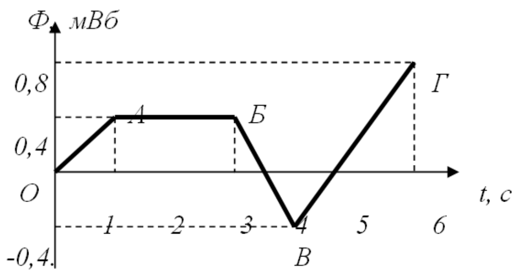
$a_ц = 4\pi^2 \nu^2 R$ 3).

Подставим 2) и 3) в 1):

$$qUB = 4\pi^2\nu^2 R \ \Rightarrow \ \nu = \sqrt{\frac{qUB}{4\pi^2 R}}.$$

Если индукцию магнитного поля B уменьшить в два раза, то ν уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.

Ответ: Г.



6. *Зависимость от времени t магнитного потока Ф, пронизывающего виток, показана на рисунке. Чему равен ток в витке в интервале В-Г, если его сопротивление равно 0,05 Ом?*

А. 4 мА; Б. 6 мА; В. 8 мА; Г. 2 мА; Д. 12 мА.

Решение: на участке *ВГ* меняется поток магнитной индукции (Φ), пронизывающий контур:

$$\Delta\Phi = 0{,}8 - (-0{,}4) = 1{,}2 \text{ (мВб) за } \Delta t = 6 - 4 = 2 \text{ (с)}.$$

В контуре возникает ЭДС индукции, по закону электромагнитной индукции:

$$\varepsilon_i = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{1{,}2}{2} = 0{,}6 \text{ (мВ)}.$$

По закону Ома: $I = \dfrac{U}{R}$, где $U = \varepsilon_i$. $\Rightarrow I = \dfrac{0{,}6}{0{,}05} = 12$ (*мА*).

<u>*Ответ: Д*</u>.

7. *Катушка диаметром d, имеющая N витков, находится в магнитном поле, направленном параллельно оси катушки. Чему равно среднее значение ЭДС индукции в катушке, если индукция магнитного поля за время Δt увеличилась от 0 до B?*

А. $\dfrac{\pi d^2 B}{4N\Delta t}$; Б. $\dfrac{\pi d^2 B}{8N\Delta t}$; В. $\dfrac{N\pi d^2 B}{8\Delta t}$; Г. $\dfrac{N\pi d^2 B}{4\Delta t}$; Д. $\dfrac{4NB}{\pi d^2 \Delta t}$.

<u>*Решение*</u>: в задаче рассматриваем явление электромагнитной индукции: в катушке возникает ЭДС индукции, т.к. изменяется индукция магнитного поля.

По закону электромагнитной индукции:

$\varepsilon_i = N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где $\Delta\Phi = \Delta B \cdot S \cdot \cos\alpha$, $\alpha = 0^0$, $\cos 0^0 = 1$, $\Delta B = B - 0 = B$.

$\varepsilon_i = N\dfrac{B \cdot S}{\Delta t}$, S – площадь контура; $S = \dfrac{\pi d^2}{4} \Rightarrow \varepsilon_I = \dfrac{N\pi d^2 B}{4\Delta t}$.

<u>*Ответ: Г*</u>.

8. *Проводящая квадратная рамка с длиной стороны 5 см помещена в однородное магнитное поле, вектор индукции которого составляет угол в 60^0 с направлением нормали к рамке. Определите модуль индукции магнитного поля, если известно, что при его равномерном исчезновении за время 0,02с, в рамке индуцируется ЭДС 5 мВ.*

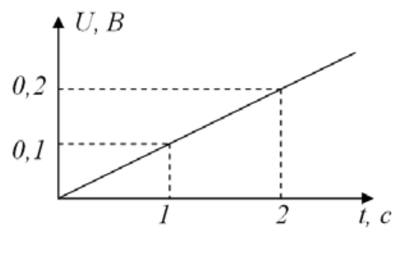
А. 0,02 Тл; Б. 0,04 Тл; В. 0,06 Тл; Г. 0,08 Тл; Д. 0,2 Тл.

<u>*Решение*</u>: в задаче рассматриваем явление электромагнитной индукции. По закону электромагнитной индукции $\varepsilon_i = \left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$, где $\Delta\Phi = \Delta B \cdot S \cdot \cos\alpha$, $\cos 60^0 = 0{,}5$; ΔB – изменение вектора магнитной индукции за время Δt; $S = a^2$ – площадь рамки.

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta B a^2 \cos 60^0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta B = \frac{\varepsilon_i \Delta t}{a^2 \cos 60^0} \Rightarrow \Delta B = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}02}{25 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}5} = 0{,}08 \text{ (Тл)}$$

$$\Delta B = B - 0 \Rightarrow B = \Delta B = 0{,}08 \text{ (Тл)}.$$

<u>*Ответ: Г*</u>.



9. *Прямолинейный проводник длиной 10 см перемещают в однородном магнитном поле с ин-*

дукцией 0,1 Тл. Проводник, вектор его скорости и вектор индукции поля взаимно перпендикулярны. С каким ускорением нужно перемещать проводник, чтобы разность потенциалов на его концах U возрастала, как показано на рисунке?

А. 10 м/с^2; Б 15 м/с^2; В. 20 м/с^2; Г. 25 м/с^2; Д. 30 м/с^2.

<u>Решение:</u> при движении проводника в магнитном поле на его концах возникает разность потенциалов, численно равная ЭДС индукции: $U = \varepsilon_I = B \cdot \upsilon \cdot l \cdot \sin\alpha$; $\sin 90^0 = 1$. По графику определим $U = 0,2$ *В* через $\Delta t = 2$ *с*. Определим скорость проводника, соответствующую $U = 0,2$ *В*:

$$\upsilon = \frac{U}{B \cdot l}; \quad \upsilon = \frac{0,2}{0,1 \cdot 0,1} = 20 \ (м/с).$$

Для равноускоренного движения:

$$\upsilon = \upsilon_0 + a\Delta t, \ \upsilon_0 = 0 \ м/с; \ a = \frac{\upsilon}{\Delta t}; \quad a = \frac{20}{2} = 10 \ (м/с^2).$$

<u>*Ответ: А*</u>.

10. *Если магнитный поток через проводящий контур увеличивается на 0,2 Вб в результате изменения тока в контуре с 4 А до 12 А, то индуктивность контура равна*

А. 15 мГн; Б. 12 мГн; В. 20 мГн; Г. 10 мГн; Д. 25 мГн.

<u>Решение:</u> в задаче рассматриваем явление электромагнитной индукции; для постоянного тока $\Phi = L \cdot I$, а если изменяется ток, то изменяется поток магнитной индукции: $\Delta\Phi = L \cdot \Delta I \Rightarrow L = \frac{\Delta\Phi}{\Delta I}; \ L = \frac{0,2}{12-4} = 0,025 \ (Гн) = 25 \ мГн.$

<u>*Ответ: Д.*</u>

4. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

4.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Колебания и волны»

Уравнение гармонического колебания величины X (например, механического смещения материальной точки от положения равновесия, скорости колеблющегося тела, заряда, тока, напряжения и др.):

$$X = A\cdot\cos\omega\cdot t \text{ или } X = A\cdot\sin(\omega\cdot t + \varphi_0), \qquad (143)$$

где A (или X_{max}) – амплитуда (максимальное значение) колеблющейся величины; ω - циклическая (круговая) частота собственных колебаний; $\omega = 2\pi\nu$; ν - частота колебаний; *собственная частота* колебательной системы – частота свободных колебаний (без внешнего воздействия) этой системы; $[\omega]=1 рад/с$; $[\nu]=1 с^{-1}=1$ *Гц;*

$\varphi = \omega t + \varphi_0$ – фаза колебания; $[\varphi]= 1$ *рад (радиан)*; *фаза колебания* – определяет состояние колебательной системы в момент времени t при заданной амплитуде колебаний A; зная фазу, можно сказать, чему равна колеблющаяся величина в данный момент времени и каким образом будет она изменяться в следующий момент; φ_0 – начальная фаза; в формулах (143), если для величина X изменяется по закону *косинуса* без начальной фазы ($\varphi_0 = 0$,то есть в момент $t = 0$ $X=A$), то та же величина X, изменяется по закону *синуса* с начальной фазой $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$, так как синус отличается от косинуса сдвигом аргумента на четверть периода, то есть на $\pi / 2$.

Обычно колебания тела (в механике), *например,* прикрепленного к пружине, или маятника, мы возбуждаем, выводя его из положения равновесия и отпуская, то есть задавая ему максимальное значение $X=A$. Поэтому для описания колебаний (*например,* механических) удобно пользоваться формулой (143) с косинусом. Если же мы возбуждаем колебания покоящегося тела кратковременным толчком из состояния $X=0$, то такой колебательный процесс удобно описывать с помощью формулы (143) с синусом, но при этом начальная фаза $\varphi_0 = 0$ и $X = A\cdot\sin\omega t$. При этом колебания, описываемые формулой $X = A\cdot\sin(\omega t + \pi/2)$ и $X = A\cdot\sin\omega t$ отличаются друг от друга только фазами. В этом случае говорят о *разности* или *сдвиге фаз*. В данном случае он составляет $\Delta\varphi = \pi/2$.

Для определения разности фаз двух колебаний надо в обоих случаях колеблющуюся величину выразить через одну и ту же тригонометрическую функцию – косинус или синус.

Скорость колеблющейся величины определяется производной $X'(t)$ *по времени,* то есть: $\upsilon = (A\cdot\sin\omega t)' = A(\sin\omega t)' = A\omega\cdot\cos\,\omega t$, где максимальная скорость колеблющейся точки $\upsilon_{max} = A\omega$..

Ускорение колеблющейся точки $a=\upsilon'(t)=(A\omega\cdot\cos\,\omega\cdot t)' =-A\omega^2.\ \sin\omega\cdot t=-\omega^2\cdot X$, где максимальное ускорение колеблющейся точки $a_{max} = A\omega^2$.

Циклическая частота ω и период колебаний T пружинного маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \tag{144}$$

где m – масса груза; k – коэффициент жесткости пружины.

Циклическая частота ω и период колебаний T математического маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \tag{145}$$

где l – длина нити; g - ускорение свободного падения.

Если маятник колеблется в неинерциальной системе отсчета, то период $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a}}$, где a – ускорение, которое сообщает нить грузу, находящемуся в положении равновесия в этой системе отсчета.

Полная механическая энергия при колебаниях тела на пружине (пружинного маятника) равна сумме кинетической W_k и потенциальной W_p энергий тела:

$$W = W_k + W_p = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} = \frac{kx_{\max}^2}{2}, \tag{146}$$

где υ_{max} – максимальная скорость тела при прохождении положения равновесия; X_{max} – максимальное смещение тела от положения равновесия.

Если в реальной системе есть силы сопротивления (*например,* трения, сопротивления воздуха), то колебания являются *затухающими*. Если на систему воздействовать внешней периодической силой, то колебания не будут затухающими, такие колебания называют *вынужденными.* Если частота воздействия внешней силы совпадает с частотой свободных (собственных) колебаний, то возникает резкое увеличение амплитуды таких колебаний. Это явление называется *резонансом*.

Электромагнитные колебания связаны с изменением силы тока I, заряда Q, напряжения U (а следовательно, с изменением напряженности E электрического и индукции B магнитного полей). Простейший пример электромагнитных колебаний – свободные (незатухающие) колебания в *колебательном контуре (Рис.)*: L – катушка индуктивностью L; C – конденсатор емкостью C; Q – заряд на конденсаторе; I – ток через катушку при разряде конденсатора (при его перезарядке).

Полная энергия колебательного контура:

$$W = W_e + W_m = \frac{Q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{Q_{\max}^2}{2C} = \frac{LI_{\max}^2}{2}, \tag{147}$$

где W_e – энергия электрического поля конденсатора с зарядом Q; W_m – энергия магнитного поля катушки с током I; Q_{max} – максимальный заряд на конденсаторе (когда $I = 0$); I_{max} – максимальный ток в катушке (когда $Q = 0$).

Циклическая частота ω и период T собственных (свободных) электромагнитных колебаний в колебательном контуре (*формула Томсона*):

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad T = 2\pi\sqrt{LC}, \qquad (148)$$

где L – индуктивность катушки; C – емкость конденсатора.

Уравнение колебания заряда в колебательном контуре

$$q = q_m \cdot cos\omega \cdot t, \qquad (149)$$

где q_m – максимальный заряд на конденсаторе. Так как

$$I = q'(t) = - q_m \cdot \omega \cdot sin\omega \cdot t = I_m \cdot cos(\omega t + \pi/2), \qquad (150)$$

ток в катушке тоже совершает гармонические колебания, которые по фазе опережают на $\pi/2$ колебания заряда на конденсаторе; $I_m = q_m \cdot \omega$.

В реальном контуре, где всегда присутствует активное сопротивление проводов R, свободные электромагнитные колебания затухают К незатухающим (вынужденным) электромагнитным колебаниям относится переменный ток.

Так как при вращении рамки в магнитном поле с индукцией B с угловой скоростью ω магнитный поток $\Phi = BScos\omega t$ изменяется со временем, то по закону электромагнитной индукции в рамке индуцируется ЭДС:

$$\varepsilon_u = -\Phi'(t) = - BS \cdot (cos\omega t)' = BS\omega \cdot sin\omega t = \varepsilon_m \cdot sin\omega t, \text{ или } U = U_m \cdot sin\omega t, \qquad (151)$$

где $\varepsilon_m = BS\omega$ – амплитудное значение ЭДС; S – площадь рамки.

В общем случае, колебания силы тока I могут не совпадать по фазе с колебаниями напряжения U:

$$I = I_m \cdot sin(\omega t + \varphi), \qquad (152)$$

где φ - сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения.

Значение φ определяется наличием в цепи переменного тока активного сопротивления R, конденсатора C и катушки L. Если конденсатора и катушки в цепи нет, то ток и напряжению по фазе совпадают ($\varphi = 0$); если в цепи есть конденсатор с *емкостным сопротивлением* $X_C = C/\omega$, то колебания силы тока опережают колебания напряжения на конденсаторе по фазе на $\pi/2$. Если в цепи переменного тока есть катушка с *индуктивным сопротивлением* $X_L = \omega L$, то колебания силы тока отстают от колебаний напряжения на конденсаторе по фазе на $\pi/2$. Емкостное и индуктивное сопротивления зависят от частоты колебаний переменного тока $\omega = 2\pi\nu$.

Мощность в цепи переменного тока определяется по формуле (как и для постоянного тока):

$$P = I^2R = UI, \qquad (153)$$

но в формуле (153) стоят *действующие значения переменного тока I и напряжения U:*

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где I_m и U_m – максимальные значения тока и напряжения в цепи переменного тока (формулы 151 и 152).

Преобразование переменного тока, при котором напряжение увеличивается или уменьшается в несколько раз практически без потерь мощности, осуществляется с помощью *трансформатора*. *Коэффициент трансформации К*:

$$K = U_1/U_2 = N_1/N_2\,, \qquad (154)$$

где U_1 , N_1 и U_2 , N_2 – напряжения и число витков на первичной и вторичной обмотках трансформатора, соответственно, при этом во сколько раз увеличивается (уменьшается) напряжение при преобразовании в трансформаторе, во столько же раз уменьшается (увеличивается) сила тока в обмотке:

$$U_1 / U_2 \approx I_2 / I_1\ .$$

Колебания, распространяющиеся в пространстве с течением времени называются *волной*. В зависимости от природы колебательного процесса различают механические волны (*например, звук*) и электромагнитные волны (*например, свет*). В *поперечной волне* колебания совершаются перпендикулярно направлению распространения (скорости) волны. В *продольной волне* колебания совершаются вдоль распространения волны. Скорость волны:

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu\,, \qquad (155)$$

где λ - длина волны – расстояние, проходимое волной за период T; ν - частота волны.

При переходе волны из одной среды в другую изменяются длина волны λ и ее скорость υ, а частота остается постоянной.

Уравнение бегущей волны вдоль оси x:

$$s = s_m \cdot sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right], \qquad (156)$$

где s – значение колеблющейся величины в момент времени t в точке с координатой x; s_m – максимальное значение колеблющейся величины (если пренебречь затуханием волны по мере ее распространения, то амплитудное значение s_m считаем неизменным в любой точке волны). Для звуковой волны s – смещение частиц среды относительно положения равновесия. Для электромагнитной волны s – значения векторов напряженности электрического поля $\vec{E}$ и индукции магнитного поля $\vec{B}$ в данной точке пространства. Звуковые волны возникают при деформации среды. Электромагнитные волны возникают благодаря тому, что переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле, а то, в свою очередь, вновь порождает переменное электрическое поле и так далее.

Волны, в том числе и электромагнитные, переносят энергию. *Плотность потока излучения* (*интенсивность*) I волны равна произведению плотности энергии ω на скорость ее распространения (для электромагнитных волн в вакууме или воздухе – это скорость света $c = 3{\cdot}10^{8}$ *м/с*):

$$I = \omega \cdot c, \qquad (157)$$

где $\omega = \Delta W/V$; ΔW – энергия электромагнитного поля в объеме V. Интенсивность электромагнитной волны пропорциональна четвертой степени ее частоты: $I \sim \omega^4$. Плотность потока излучения от точечного источника убывает обратно пропорционально квадрату расстояния R до источника:

$$I = \frac{\Delta W}{4\pi\Delta t} \cdot \frac{1}{R^2},$$

где Δt – время излучения источника.

Тест «Колебания и волны»

1. *Материальная точка совершает синусоидальные колебания с амплитудой 8 см и начальной фазой π/3. При частоте колебаний 0,25 Гц через одну секунду после начала колебаний смещение точки от положения равновесия будет равно:*

А. 2 см; Б. 4 см; В. 6 см; Г. 7 см; Д. 8 см.

Решение: запишем уравнение гармонических колебаний в общем виде: $X=A\sin(\omega t + \varphi_0)$, где $A = 8$ *см* – амплитуда колебаний; $\omega=2\pi\cdot\nu=2\pi\cdot 0{,}25 = 0{,}5\,\pi$; $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$ – начальная фаза; $t = 1$ *с*. Подставим в исходное уравнение численные значения: $X = 8\sin(0{,}5\pi + \frac{\pi}{3}) = 8\cos\frac{\pi}{3} = 8 \cdot 0{,}5 = 4$ *(см)*.

Ответ: Б.

2. *Уравнение гармонических колебаний тела массой 1 кг на пружине имеет вид $X = 5\sin 2\pi t$ (м). Определить кинетическую энергию системы через 1 с после начала движения.*

А. $50\pi^2$ Дж; Б. 100π Дж; В. 10π Дж; Г. 0 Дж; Д. π Дж.

Решение: $E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}$ - кинетическая энергия. $\upsilon = X' = 2\pi\cdot 5\cos 2\pi t$, *по условию задачи* $t = 1$ *с*. $\Rightarrow \upsilon = 10\pi\cdot\cos 2\pi = -10\pi$. $E_к = \frac{1\cdot 100\pi^2}{2} = 50\pi^2$.

Ответ: А.

3. *Точка совершает гармонические колебания с периодом 2 с и амплитудой 50 мм. Максимальная величина ускорения этой точки равна*

А. 0,1 м/с^2; Б. 0,2 м/с^2; В. 0,4 м/с^2; Г. 0,5 м/с^2; Д. 0,8 м/с^2.

Решение: $a_{max}=A\cdot\omega^2$, где $A=0{,}05$ *(м)* – амплитуда колебаний; $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{6{,}28}{2} = 3{,}14\ c^{-1}$. $a_{\max} = 3{,}14^2\cdot 0{,}05 = 0{,}5$ *(м/с^2)*.

Ответ: Г.

4. *Шарик массы m совершает гармонические колебания в горизонтальном направлении с амплитудой A на пружине жесткости k. На расстоянии A/2 от положения равновесия установили массивную стальную плиту, от которой шарик абсолютно упруго отскакивает. Если временем соударения шарика о плиту и силой трения о гори-*

зонтальную поверхность пренебречь, то период колебаний шарика равен

А. $\frac{3}{4}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; Б. $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$; В. $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; Г. $\frac{4}{3}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; Д. $\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Решение: если шарик совершает гармонические колебания с амплитудой A, то период таких колебаний $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Определим время одного колебания, если поставить справа плиту: $T_1 = t_1 + t_2$, где $t_1 = T/2$ – время движения от положения равновесия влево до максимального отклонения и обратно; t_2 – время движения от положения равновесия вправо до точки с координатой $X = A/2$ и обратно; $t_2 = 2t_0$, где t_0 - время движения от положения равновесия вправо до точки с координатой $X = A/2$. Запишем уравнение гармонического колебания: $X = A\sin\omega t$, где $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

$$\frac{A}{2} = A\sin\frac{2\pi}{T}\cdot t_0 \Rightarrow \sin\frac{2\pi}{T}\cdot t_0 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{T}\cdot t_0 = \frac{\pi}{6} \quad \Rightarrow \quad t_0 = \frac{T}{12}.$$

Тогда: $T_1 = \frac{T}{2} + \frac{2\cdot T}{12} = \frac{2}{3}T = \frac{4}{3}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Ответ: Г.

5. *Два пружинных маятника имеют пружины с отношением коэффициентов упругости $k_1 / k_2 = n$. Отношение масс грузов $m_1 / m_2 = m$. Каково при этом отношение частот колебаний маятников ν_1 / ν_2 ?*

А. $\left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$; Б. $(nm)^{\frac{1}{2}}$; В. $\left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{1}{2}}$; Г. $\left(\frac{m}{n}\right)^{2}$; Д. $(nm)^2$.

Решение: T – период колебаний пружинного маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; $\nu = \frac{1}{T}$ - частота колебаний $\Rightarrow$ $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$. Найдем отношение частот:

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{k_1\cdot m_2}{m_1\cdot k_2}} = \sqrt{\frac{n}{m}} = \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Ответ: А.

6. *Как изменятся периоды колебаний математического и пружинного маятников при их помещении в воду? Маятникам придана идеально обтекаемая форма и можно сопротивлением воды пренебречь.*

А. Обоих уменьшатся;
Б. Обоих увеличатся;
В. Математического возрастет, пружинного не изменится;
Г. Математического уменьшится, пружинного не изменится;
Д. Математического возрастет, пружинного уменьшится.

<u>Решение:</u> $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ - период колебаний пружинного маятника; при погружении в воду m и k не изменяются, следовательно, не изменится и период. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$ - период колебаний математического маятника; g_0 – ускорение, которое сообщает сила упругости, когда маятник находится в положении равновесия. При помещении в воду сила упругости уменьшается, т.к. на маятник действует выталкивающая сила, следовательно, g_0 уменьшается, а период соответственно возрастает.

<u>Ответ: В.</u>

7. *При переходе из одной среды в другую скорость распространения звуковой волны уменьшилась на 30 %. Как изменится при этом длина звуковой волны?*

А. Увеличится на 30 %; Б. Уменьшится на 30 %; В. Уменьшится на 70 %; Г. Не изменится; Д. Увеличится на 30 %.

<u>Решение:</u> При переходе из одной среды в другую частота волны остается неизменной; $\lambda = \frac{\upsilon}{\nu}$ - длина волны.

$$\lambda_1 = \frac{\upsilon_1}{\nu}; \quad \lambda_2 = \frac{\upsilon_2}{\nu}, \text{ где } \upsilon_2 = 0{,}7\upsilon_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{0{,}7\upsilon_1}{\upsilon_1} = 0{,}7 \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = 0{,}7\lambda_1.$$

<u>Ответ: Б</u>.

8. *Волна распространяется со скоростью 6 м/с и частотой 4 Гц. Разность фаз колебаний точек среды, отстоящих друг от друга на расстоянии 50 см, равна*

А. 60^0; Б. 90^0; В. 120^0; Г. 180^0; Д. 360^0.

<u>Решение:</u> Найдем длину волны: $\lambda = \frac{\upsilon}{\nu}$; $\Rightarrow \lambda = \frac{6}{4} = 1{,}5$ *(м).*

Составим пропорцию:

1,5 м — 2π

0,5 м — x

Выразим из составленной пропорции: $x = \frac{0{,}5 \cdot 2\pi}{1{,}5} = \frac{2}{3}\pi = 120^0$.

<u>Ответ: В.</u>

9. *Изменение заряда конденсатора в идеальном колебательном контуре происходит по закону $q = 10^{-4}\cos 10\pi t$ (Кл). При емкости конденсатора, равной 1 мкФ, максимальная энергия магнитного поля в контуре равна*

А. $0{,}5\cdot10^{-2}$ Дж; Б. $5\cdot10^{-2}$ Дж; В. 0,1 Дж; Г. 0,5 Дж; Д. 5 Дж.

<u>Решение</u>: в колебательном контуре происходят периодические превращения энергий магнитного и электрического полей. По закону сохранения энергии –максимальная энергия магнитного поля равна максимальной энергии электрического поля: $W_{max} = \frac{q_{max}^2}{2C}$. По условию: $q_{max}=10^{-4}$ *Кл;* $C=10^{-6}$*Ф.*

$$W_{max} = \frac{10^{-8}}{2 \cdot 10^{-6}} = 0{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ (Дж)}.$$

<u>*Ответ: А*</u>.

10. *Если в идеальном колебательном контуре к конденсатору подключить параллельно конденсатор такой же емкости, то собственная частота колебаний в контуре*

А. Увеличится в 2 раза; Б. Увеличится в $\sqrt{2}$ раз; В. Не изменится; Г. Уменьшится в $\sqrt{2}$ раз; Д. Уменьшится в 2 раза.

<u>*Решение:*</u> $\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ - собственная частота колебаний в контуре. При подключении параллельно другого конденсатора емкость в контуре увеличится в 2 раза. станет равной $\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{2LC}}$, следовательно, она уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.

<u>*Ответ: Г.*</u>

5. ОПТИКА

5.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Оптика»

При падении луча света на границу двух прозрачных сред он испытывает отражение и преломление (*Рис.5.1*), явления, которые описываются *законами отражения и преломления света.*

<u>Закон отражения</u>: угол отражения γ равен углу падения α; падающий луч AO, отраженный OA' и перпендикуляр OC, восстановленный в точке падения луча O, лежат в одной плоскости:

$$\alpha = \gamma . \qquad (158)$$

<u>Закон преломления:</u> падающий луч AO, преломленный OB и перпендикуляр OC, восстановленный в точке падения луча O, лежат в одной плоскости: $\sin \alpha / \sin \beta = \upsilon_1 / \upsilon_2 = n$, где υ_1 - скорость света в 1-ой среде; υ_2 - скорость света во 2-ой среде; n – постоянная величина для двух конкретных прозрачных сред – *показатель преломления второй среды относительно первой – относительный показатель преломления.*

Если в качестве первой среды выступает вакуум, где скорость света равна c, то $n_1 = c / \upsilon_1$, $n_2 = c / \upsilon_2$ – *абсолютные показатели преломления* 1-ой и 2-ой сред, соответственно; таким образом,

$$n = \upsilon_1 / \upsilon_2 = n_2 / n_1 . \qquad (159)$$

Среда с меньшим абсолютным показателем преломления считается *оптически менее плотной*. При прохождении света из оптически менее плотной среды в более плотную (*например,* из воздуха в воду) $\upsilon_1 > \upsilon_2$ и $n > 1$, а $\alpha > \beta$. Для луча в обратном направлении $\sin \beta / \sin \alpha = \upsilon_2 / \upsilon_1 = 1/ n$; по мере увеличения угла β (теперь он является углом падения), возрастает и угол α (теперь он является углом преломления) до тех пор, пока при некотором значении угла β_0 *(предельный угол полного отражения)* угол преломления не станет равным $\alpha = 90^0$, ($\sin 90^0=1$) то есть $\sin \beta_0 = 1/ n$. Теперь, зная абсолютные показатели преломления веществ (из справочных таблиц), можно рассчитать значения предельных углов полного отражения для этих веществ, граничащих с вакуумом (на практике – с воздухом). *Например*, если для воды $n = 1{,}33$, то $\sin \beta_0 = 1/1{,}33 = 0{,}7519 \Rightarrow \beta_0 = 48{,}75^0$.

Зависимость показателя преломления света от частоты колебаний (или длины волны) называется *дисперсией* света. Благодаря этому свойству наблюдаем разложение призмой белого света, являющегося набором волн с длинами от *800* до *400 нм*, в радужную картинку, от красного до фиолетового цвета. Наиболее сильно преломляются фиолетовые лучи, меньше других – красные.

На практике используют преломление на сферических поверхностях – *линзах*. *Собирающая линза* (*Рис.5.2*) параллельный главной оптической оси O_1O_2 пучок света сводит (собирает) в точку F, называемую *главным фокусом* линзы. *Рассеивающая линза* пучок света, выходящий из главного фокуса линзы, превращает (рассеивает) в параллельный главной оптической оси O_1O_2 пучок света. Расстояние от предмета высотой h до оптического центра линзы O, d, и расстояние от оптического центра линзы до изображения предмета высотой H, f, связаны с фокусным расстоянием линзы F *формулой тонкой линзы*:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}=D, \qquad (160)$$

где $D=1/F$ – *оптическая сила линзы.*

Единицы измерения СИ: $[D] = 1/м = м^{-1}$ = *дптр (диоптрия).*

Для собирающей линзы $D>0$ $(F>0)$; для рассеивающей линзы $D<0$ $(F<0)$.

Если получаемое изображение *действительное* (получается с другой стороны линзы, чем предмет), то в формуле (160) f со знаком «+», если получаемое изображение *мнимое* (получается с той же стороны линзы, что и предмет), то в формуле (160) f со знаком «-».

Увеличение линзы:

$$Г = H / h = | f | /d. \qquad (161)$$

Рис.5.2. Собирающая линза

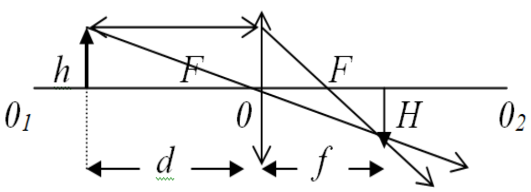
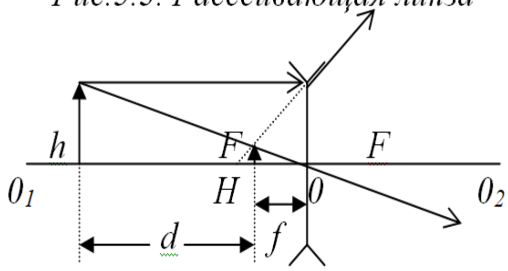


Рис.5.3. Рассеивающая линза



При построении изображений в линзах используют лучи, ход которых известен: луч, идущий параллельно главной оптической оси, преломляется и проходит через фокус F собирающей линзы (*Рис.5.2*), и рассеивается так, что его продолжение (пунктирная линия на *Рис.5.3*) проходит через фокус F (левый) рассеивающей линзы. Луч, идущий через оптический центр и для собирающей, и для рассеивающей линз проходит не преломляясь.

Сложение в пространстве волн, при котором образуется постоянное во времени распределение амплитуд результирующих колебаний, называется *интерференцией.* Интерферировать при наложении могут только *когерентные волны*, то есть волны одинаковой частоты (длины волны, если волны распространяются в одной и той же среде) и с постоянной разностью фаз в любой точке пространства. Амплитуда результирующих колебаний при наложении двух волн в данной точке максимальна (*условие максимума*), если разность хода Δd этих волн равна целому числу длин волн, и минимальна (*условие минимума*), если разность хода этих волн равна нечетному числу полуволн:

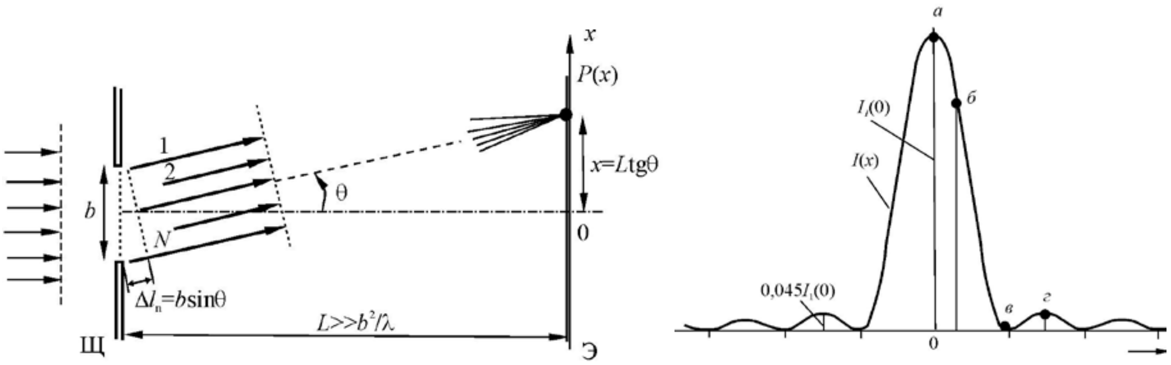
- *условие максимума* $\Delta d = k\lambda,\ k = 0,1,2,\ldots;$ (162)
- *условие минимума* $\Delta d = (2k+1)\cdot\lambda/2,\ k = 0,1,2,\ldots$ (163)

Вследствие интерференции энергия волны (механической или электромагнитной) перераспределяется в пространстве – концентрируется в максимумах, а в минимумы не поступает совсем.

Закон прямолинейного распространения волн, на который опирается геометрическая оптика, выполняется точно лишь в случае, если размеры препятствий на пути волн много больше длины световой волны. Отклонение от прямолинейного распространения волн, огибание волнами препятствий, размеры которых соизмеримы с длиной волны (*например,* характерные размеры элементов *дифракционной решетки*), называется *дифракцией.*

Дифракционная решетка – совокупность большого числа очень узких щелей, разделенных непрозрачными для света промежутками. Величина $d = a+b$ называется *периодом решетки*, где a – ширина прозрачной щели, а b – ширина непрозрачного промежутка.

Если известно, что дифракционная решетка изготовлена так, что на ее поверхности нанесено N штрихов, то период такой дифракционной решетки $d = 1/N$ *(мм)*. На экране Э будут наблюдаться дифракционные максимумы после прохождения пучка света длиной λ через дифракционную решетку при условии (формула дифракционной решетки):



$$d{\cdot}sin\theta = k\lambda\,, \qquad (164)$$

где θ - угол, под которым наблюдаются максимумы: $k = 0,1,2,\ldots$ - порядок максимума (*Рис.5.4*).

При дифракции на двух щелях (отверстиях) расстояние k-*го* максимума от центра экрана $h_k \approx \dfrac{k\lambda D}{d}$, а расстояние Δh между соседними k-*ой* и $(k+1)$-*ой* полосами $\Delta h \approx \dfrac{\lambda D}{d}$, где λ - длина световой волны, d- расстояние между щелями (отверстиями); D- расстояние от двойной щели, до экрана.

В электромагнитной волне (*например,* в световой волне) векторы $\vec{E}, \vec{B}$ перпендикулярны друг другу и направлению распространения волны. В естественном свете колебания векторов происходят по всем направлениям. В *поляризованном свете* колебания векторов $\vec{E}, \vec{B}$ происходят в двух определенных взаимно перпендикулярных плоскостях.

Развитие электродинамики привело к пересмотру представлений о пространстве и времени, созданию специальной теории относительности (СТО) *Эйнштейном.* В основе СТО два постулата:

- *принцип относительности* – все процессы природы протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета (СО) (движущихся равномерно, прямолинейно или покоящихся);
- *принцип постоянства скорости света* – скорость света в вакууме одинакова для всех инерциальных СО; она не зависит ни от скорости источника света, ни от скорости приемника светового сигнала.

Таким образом, согласно СТО скорость света в вакууме является максимально возможной скоростью передачи взаимодействия в природе, равной:

$$c = 3\cdot 10^{8}\ м/с.$$

Согласно второму постулату, *релятивистский* закон сложения скоростей:

$$\upsilon_2 = \frac{\upsilon_1 + \upsilon}{1 + \frac{\upsilon_1 \upsilon}{c^2}}, \tag{165}$$

где υ_2 – скорость тела относительно неподвижной СО; υ_1- скорость тела относительно подвижной СО, движущейся с постоянной скоростью υ.

Из СТО следует, что длина тела (размер тела вдоль направления его движения) l зависит от скорости его движения υ относительно СО, в которой неподвижное тело имеет размер l_0 :

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}. \tag{166}$$

Из формулы (166) следует, что $l < l_0$.

Интервал времени τ между двумя событиями в СО, движущейся со скоростью υ относительно неподвижной СО, в которой интервал времени между этими же событиями τ_0, равен:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \tag{167}$$

Из формулы (167) следует, что $\tau > \tau_0$.

Если m_0 – масса покоящегося тела, а m – масса того же тела, движущегося в инерциальной СО со скоростью υ , то

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \tag{168}$$

Из формулы (168) следует, что $m > m_0$.

Формула Эйнштейна устанавливает связь между полной энергией E тела или системы тел массой m и массой:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \qquad (169)$$

Если изменяется энергия системы (любого вида), то изменяется и ее масса:

$$\Delta m = \Delta E / c^2. \qquad (170)$$

Согласно формуле (169), энергия обладает энергией и при скорости, равной нулю. Это *энергия покоя* E_0 :

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 . \qquad (171)$$

Релятивистский импульс:

$$p = \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \qquad (172)$$

При скоростях движения $\upsilon << c$ справедливы классические представления о пространстве и времени и *законы механики Ньютона*. Это проявление общего *принципа соответствия* физических теорий.

Тест «Оптика»

1. *Заряженная частица излучает электромагнитные волны в вакууме*

А. только при движении с ускорением;
Б. только при движении с постоянной скоростью;
В. только в состоянии покоя;
Г. как в состоянии покоя, так и при движении с постоянной скоростью;
Д. в любом из перечисленных случаев

Решение: Электромагнитные волны возникают благодаря движению заряженной частицы с ускорением, так как в этом случае электрическое поле, созданное частицей, является переменным, а оно порождает переменное магнитное поле, которое, в свою очередь, порождает переменное электрическое и так далее.

Ответ: А.

2. *Луч света, идущий из воды в воздух, падает под углом* $\alpha_1 = 48^0 45'$ *и претерпевает полное отражение на поверхности воды. Выйдет ли луч в воздух, и если да, то под каким углом, если на поверхность воды налить слой керосина с показателем преломления* $n_3 = 1{,}41$? *Показатель преломления воды* $n_1 = 1{,}33$; *показатель преломления воздуха* $n_2 \approx 1$.

А. Не выйдет из керосина в воздух, так как испытает полное отражение от поверхности раздела керосина и воздуха.
Б. Выйдет под углом, равным α_1.
В. Не войдет даже в керосин, так как испытывает полное отражение на поверхности раздела воды и керосина.
Г. Выйдет под углом примерно равным $34^0 25'$.
Д. Выйдет под углом, равным $41^0 15'$.

Решение: По условию задачи угол α_1 - угол полного внутреннего отражения при переходе луча из воды в воздух, то есть относительный показатель преломления n_{12} при переходе луча из среды *1* (вода) в среду *2* (воздух) равен: $n_{12} = n_2 / n_1 = =\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = \sin \alpha_1$, так как при полном отражении угол преломления $\alpha_2 = 90^0$ $(\sin \alpha_2 = \sin 90^0 = 1)$. Когда на поверхность воды налили керосин, то угол преломления луча при переходе через поверхность вода-керосин изменится: $\sin \alpha_1 / \sin \beta_1 = n_3 / n_1$, откуда $\sin \beta_1 = (n_1 / n_3) \cdot \sin\alpha_1$ 2). Так как при переходе через границу вода-керосин $n_3 > n_1$ (свет идет из менее оптически плотной среды в более плотную), полного внутреннего отражения не произойдет, и луч войдет в керосин, достигнув поверхности керосин-воздух под углом падения $\alpha_2 = \beta_1$ углу преломления на границе вода-керосин (это следует из построения для плоскопараллельной пленки керосина, см. *рис.*). Для границы воздух-керосин, таким образом, из закона преломления света имеем: $\sin \alpha_2 / \sin \beta_2 = \sin \beta_1 / \sin \beta_2 = n_2 / n_3$ и с учетом формулы 1) и 2): $\sin \beta_2 = (n_3 / n_2) \cdot \sin \beta_1 = (n_3 / n_2) \cdot (n_1 / n_3) \cdot \sin\alpha_1 = (n_3 / n_2) \cdot (n_1 / n_3) \cdot (n_2 / n_1) = 1$, то есть $\beta_2 = 90^0$ и на границе керосин-воздух луч испытает полное внутреннее отражение и в воздух не выйдет.

Ответ А.

3. *Луч света падает на зеркальную поверхность 1 (Рис.) и отражается на зеркальную поверхность 2. Под каким углом к первоначальному лучу пойдет луч, отраженный от поверхности 2 ?Угол между зеркалами 90 ^{0}.*

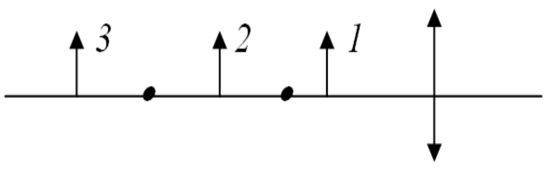
А. 120^0. Б. 90^0. В. 60^0. Г. 30^0. Д. 0^0.

Решение: согласно закону отражения света от поверхности **1** луч отразится под углом 60^0, а на поверхность **2** упадет уже под углом 30^0 , что следует из геометрических построений, и отразится под тем же углом. Угол между первоначальным лучом, и лучом, отраженным от второй поверхности, составит $30^0 - 30^0 = 0^0$.

Ответ Д.

4. *На рисунке представлено расположение собирающей линзы 0 и трех предметов 1,2,3 перед ней. Изображение какого из предметов будет действительным, увеличенным, перевернутым?*

А. Только 1. Б. Только 2. В. Только 3. Г. Всех трех. Д. Ни одного из трех.

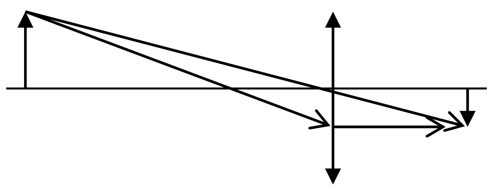


Решение: ответ на вопрос можно найти построением всех трех вариантов. В результате построений получим, что таким будет изображение предмета *2*.

Ответ: Б.

5. *На рисунке представлен ход лучей в*

оптической системе. Какой из перечисленных ниже систем он может соответствовать?
А. Лупа. Б. Проекционный аппарат. В. Перископ. Г. Оптическая система глаза. Д. Любой из перечисленных систем в ответах А-Г.



Решение: ответ предполагает знание устройства, назначения и хода лучей в этих оптических системах; однако, ответ можно получить рассуждениями, опираясь только на знания о назначении этих устройств: исследуя ход лучей на рисунке, обнаруживаем, что изображение предмета получается уменьшенным, тогда как и лупа, и проекционный аппарат, и перископ предназначены для увеличения изображения предмета; таким образом, единственным верным из ответов остается – глаз.

Ответ: Г.

6. *Два когерентных источника S_1 и S_2 испускают свет частотой $\nu = 6\cdot10^{12}$ Гц. Источники находятся друг от друга на расстоянии $d = 0,3$ см. Экран расположен на расстоянии 9 м от источников. Что будет наблюдаться на экране в точке А (Рис.)?*
А. Темное пятно.
Б. Светлое пятно.
В. Так как свет распространяется от обоих источников во все стороны одинаково, то экран будет весь равномерно освещен обоими источниками.
В. На вопрос ответить нельзя.
Г. Расстояние до экрана велико, так что экран освещен не будет.
Д. Среди приведенных ответов нет верного.

Решение: при ответе на такой вопрос нельзя опираться на свой жизненный опыт (он может быть ошибочным) или интуицию; правильный ответ требует расчетов. В задаче рассматривается интерференция двух лучей S_1A и S_2A от когерентных источников света S_1 и S_2. Следовательно, в результате интерференции этих лучей в т.A экрана будем наблюдать максимум (светлое пятно) или минимум (темное пятно), так что из всех вариантов ответа остаются только А. и Б.

Если разность хода лучей $\Delta L = L_1 - L$ равна четному числу длин полуволн (формула 162), то, складываясь, волны усилят друг друга и в т.A будет максимум (светлое пятно), если нечетное число длин полуволн (формула 163), то будет минимум (темное пятно). Поэтому задача сводится к поиску с помощью геометрии величины ΔL. По теореме Пифагора, $L_1 = \sqrt{L^2 + d^2} = L\cdot\sqrt{\left(\frac{d}{L}\right)^2 + 1}$, и $\Delta L = L \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{d}{L}\right)^2 + 1} - 1 \right]$; величина $\frac{d}{L} << 1$, ею можно пренебречь и считать, что: $\left[\left(\frac{d}{L}\right)^2 + 1\right]^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{d}{L}\right)^2 \Rightarrow \Delta L \approx \frac{L}{2}\cdot\left(\frac{d}{L}\right)^2$. Лучи распространяются в одной и той же среде (в воздухе) так что разность хода геометрическая и разность хода оптическая совпадают: $\Delta = \Delta L = \frac{L}{2}\cdot\left(\frac{d}{L}\right)^2$. Определим число полуволн, укладывающееся в разности хода Δ:

$$\Delta : \frac{\lambda}{2} = \frac{L}{\lambda}\cdot\left(\frac{d}{L}\right)^2 = \frac{L\cdot\nu}{c}\cdot\left(\frac{d}{L}\right)^2 = \frac{9\cdot 6\cdot 10^{12}}{3\cdot 10^8}\cdot\left(\frac{0{,}3\cdot 10^{-2}}{9}\right)^2 = 2,$$

то есть в разности хода укладывается четное число длин полуволн, и будет наблюдаться максимум (светлое пятно). Учтено, что $\lambda = c/\nu$.

Ответ: Б.

7. *На дифракционную решетку, имеющую период $d = 1{,}2\cdot 10^{-3}$ см, нормально падает монохроматическая световая волна. Какова длина волны λ, если угол между спектрами второго и третьего порядков равен $\Delta\varphi = 2^0 30'$.*

А. 262 нм. Б. 175 нм. В. 520 нм. Г. 276 нм. Д. Нет верного ответа.

Решение: согласно формуле максимумов дифракционной решетки (164)

$d\cdot\sin\varphi_2 = k_2\lambda$ для максимума второго порядка $k_2 = 2$;

$d\cdot\sin\varphi_3 = k_3\lambda$ для максимума третьего порядка $k_3 = 3$;

φ_2 и φ_3 – направления на второй и третий максимумы – малые углы, синусы которых в этом случае можно заменить самими углами:

$\sin\varphi_3 - \sin\varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \lambda/d \Rightarrow \lambda = d\cdot\Delta\varphi$ 1),

где $\Delta\varphi$ - в радианах:

$$\Delta\varphi = 2^0 30' = 2{,}5\,(град)\cdot\pi/180\,(рад/град) = 4{,}36\cdot 10^{-2}\,(рад).$$

По формуле 1): $\lambda = 1{,}2\cdot 10^{-5}(м)\cdot 4{,}36\cdot 10^{-2}(рад) = 5{,}2\cdot 10^{-7}(м) = 520\,(нм)$.

Ответ: В.

8. *Радиостанция работает на частоте 60 МГц. Длина электромагнитной волны, излучаемой антенной радиостанции равна*

А. 0,5 м. Б. 5 м. В. 6 м. Г. 10 м. Д. 1 м.

Решение: связь между частотой ν электромагнитной волны и ее длиной λ выражается формулой: $\lambda\cdot\nu = c$, где c – скорость света в воздухе (равна скорости света в вакууме) $\Rightarrow \lambda = c/\nu = 3\cdot 10^8/6\cdot 10^7 = 5$ (м).

Ответ: Б.

9. *Длина световой волны в некоторой жидкости 600 нм, а частота ее $4\cdot 10^{14}$ Гц. Абсолютный показатель преломления этой жидкости*

А. 2,40. Б. 1,50. В. 1,33. Г. 1,25. Д. 2,00

Решение: абсолютный показатель преломления $n = c/\upsilon$, где $\upsilon = \lambda\cdot\nu$ - скорость света в среде (жидкости). $n = c/(\lambda\cdot\nu) = 3\cdot 10^8/(6\cdot 10^{-7}\cdot 4\cdot 10^{14}) = 1{,}25$.

Ответ: Г.

10. *Если масса движущегося электрона превышает его массу покоя в 40 тысяч раз, то скорость электрона меньше скорости света на*

А. 9,4 см/с. Б. 37,5 см/с. В. 187,5 см/с. Г. 0,1875 см/с. Д. 0 см/с

Решение: согласно формуле (168) СТО $\upsilon = c \cdot \sqrt{1-\left(\frac{m_0}{m}\right)^2}$;

$$\Delta\upsilon = c - \upsilon = c\left[1-\sqrt{1-\left(\frac{m_0}{m}\right)^2}\right] = c\left[1-\sqrt{1-\left(\frac{1}{40000}\right)^2}\right] = 0{,}0939\ (м/с) \approx 9{,}4\ (см/с)$$

Ответ: А.

11. *Как изменится масса тела, теплоемкостью $C = 45 \cdot 10^{6}$ Дж/К, при нагревании его на $1^0 C$?*

А. Увеличится на $5 \cdot 10^{-10}$ кг. Б. Не изменится. В. Уменьшится на $5 \cdot 10^{-10}$ кг. Г. Увеличится на $15 \cdot 10^{-2}$ кг. Д. Уменьшится на $15 \cdot 10^{-2}$ кг.

Решение: согласно формуле Эйнштейна (170), $\Delta m = \Delta E / c^2$,

где $\Delta E = Q = C \cdot \Delta T$ – энергия, сообщенная в форме тепла телу в целом при нагревании на $\Delta T = 1^0 C = 1 K$.

Тогда, масса увеличится на $\Delta m = C \cdot \Delta T / c^2 = 45 \cdot 10^{6} \cdot 1 / (3 \cdot 10^{8}) = 5 \cdot 10^{-10}$ *кг*

Ответ: А.

12. *Для того, чтобы продольная длина предмета в состоянии движения была втрое меньше его длины покоя, предмет должен двигаться со скоростью υ, равной*

$$А.\ \frac{c}{\sqrt{3}}. \quad Б.\ \frac{c\sqrt{2}}{3}. \quad В.\ \frac{2c\sqrt{2}}{3}. \quad Г.\ \frac{c\sqrt{2}}{2}. \quad Д.\ \frac{c\sqrt{3}}{2}.$$

Решение: согласно формуле (166) СТО,

$$\frac{l}{l_0} = \sqrt{1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2} \Rightarrow \left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2 = 1-\left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \Rightarrow \upsilon = c\sqrt{1-\left(\frac{l}{l_0}\right)^2} = c\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2c\sqrt{2}}{3}.$$

Ответ: В.

6. КВАНТОВАЯ, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

6.1. Сводка формул, необходимых для решения задач по теме «Квантовая, атомная и ядерная физика»

Атомы испускают электромагнитную энергию отдельными порциями – *квантами*. Энергия каждого кванта определяется по *формуле Планка*:

$$\varepsilon = h\,\nu, \tag{173}$$

где

h – *постоянная Планка,* одна из констант в физике - $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с*;

ν - частота излучения.

Квантовым законам подчиняется поведение всех микрочастиц. Квантовые свойства материи обнаруживаются при взаимодействии света с веществом, при поглощении и излучении света.

Фотоэффект – это вырывание электронов из вещества под действием света. Это явления описывается *законами Столетова*:

- количество электронов, вырываемых светом с поверхности металла за *1 с*, прямо пропорционально поглощаемой за это время энергии световой волны;
- максимальная кинетическая энергия *фотоэлектронов* (электронов, вырванных светом с поверхности металла) линейно возрастает с частотой света и не зависит от его интенсивности;
- для конкретного металла фотоэффект не происходит, если частота облучающего металл света меньше определенной для данного металла частоты ν_{min} (и наоборот, если длина волны облучающего металл света больше определенной для данного металла длины волны λ_{max}, образно называемой *красной границей фотоэффекта*).

Задерживающее напряжение $U_з$ – это та минимальная разность потенциалов, которую необходимо приложить к электродам, между которыми движутся фотоэлектроны, чтобы остановить это движение (то есть совершить работу электрическим полем $A=eU_з$, преобразовав кинетическую энергию W_K электронов

$W_K = m\upsilon^2/2$ с зарядом e в потенциальную):

$$A = W_K \Rightarrow \frac{m\upsilon^2}{2} = eU_з. \tag{174}$$

Явление фотоэффекта доказывает, что свет имеет квантовую (прерывистую, корпускулярную) структуру, излучается и поглощается отдельными порциями, *квантами света*. Явления интерференции, дифракции и поляризации света указывают на то, что свет имеет волновую (непрерывную) структуру.

Современное научное мировоззрение стоит на позиции *корпускулярно-волнового дуализма* (двойственности): свет имеет одновременно и волновую (непрерывную), и квантовую (прерывистую, корпускулярную) структуру. В повседневной жизни, в нашем опыте мы не встречаем механических аналогов этому представлению, а потому не можем построить модель, когда объект был бы одновременно и волной, и частицей. Тем не менее, опыт показывает, что для электромагнитного излучения и для всех элементарных частиц – корпускулярно-волновой дуализм – объективная реальность.

Формула Эйнштейна описывает и объясняет законы фотоэффекта количественно:

$$h\nu = A_B + \frac{m\upsilon^2}{2}, \tag{175}$$

где $\varepsilon = h\nu = hc/\lambda$ - энергия кванта света, целиком поглощенного электроном, в результате чего электрон может покинуть поверхность металла, «потратив» часть энергии кванта на то, чтобы совершить работу выхода из металла A_B , а другая часть энергии превращается в кинетическую энергию электрона; упорядоченное движение фотоэлектронов от катода (металл, из которого вырываются электроны, знак «-») к аноду (электрод со знаком «+») образует *фототок*.

Для возникновения фототока (фотоэффекта) необходимо, согласно условию (175), чтобы энергия кванта света, поглощаемого электроном, $h\nu > A_B$ была бы больше энергии, необходимой для совершения электроном работы выхода. Если $A_B = h\nu_{min} = hc/\lambda_{max}$, где учтена связь $c = \lambda_{max}\cdot\nu_{min}$ (формула (155)).

Энергию кванта света – *фотона* (элементарная частица светового потока), или *кванта электромагнитного излучения*, иногда выражают через циклическую частоту $\omega = 2\pi\nu$; в этом случае вместо h используют величину $\hbar = h/2\pi =$ $= 1{,}055\cdot 10^{-34}$ *Дж·с* $\Rightarrow \varepsilon = \hbar\omega$.

Как любая частица, фотон обладает массой m_γ, а значит и импульсом P_γ:

$$\begin{cases} \varepsilon = h\nu; \\ \varepsilon = m_\gamma c^2 \end{cases} \Rightarrow m_\gamma = \frac{h\nu}{c^2} \Rightarrow P_\gamma = m_\gamma c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \tag{176}$$

Последняя формула – *формула де Бройля*, применимая не только к электромагнитным волнам, но и к любым элементарным частицам. *Например,* зная импульс и массу электрона, движущегося с некоторой скоростью, можно рассчитать длину волны электрона для того случая, когда он представляется в виде волны.

Явлением, подтверждающим, что свет это поток частиц, обладающих импульсом, является *давление света*, определенной в опытах *Лебедева*. Если на поглощающую поверхность (на зачерненную пластинку площадью S) падает поток фотонов, летящих по нормали к поверхности, то давление света на поверхность $P_\gamma = \omega$ - *плотности электромагнитной энергии* (формула 157). Если поток фотонов, летящих по нормали к поверхности, падает на зеркальную поверхность, то для отражающей поверхности $P_\gamma = 2\omega$.

Сила светового давления на всю поверхность

$$F_\gamma = P_\gamma\cdot S. \tag{177}$$

Поглощение света веществом сопровождается химическим действием света (*например, фотосинтез*). Все поглощающие вещества – окрашены.

Поглощение и излучение света веществом связано со строением атома.

Постулаты Бора:

- атомная система может находиться в особых стационарных или квантовых состояниях, каждому из которых соответствует определенная энергия E_n;

в стационарных состояниях атом не излучает (не смотря на то, что электрон движется по круговой орбите вокруг ядра атома, то есть с центростремительным ускорением, а заряженная частица, движущаяся с ускорением, по электромагнитной теории *Максвелла* должна излучать электромагнитную волну);

- излучение света происходит при переходе атома из стационарного состояния с большей энергией E_k в стационарное состояние с меньшей энергией E_n; энергия излученного фотона равна разности энергий стационарных состояний: $h\nu_{kn} = E_k - E_n$, а частота излучения

$$\nu_{kn} = \frac{E_k - E_n}{h} = \frac{E_k}{h} - \frac{E_n}{h}. \qquad (178)$$

Для атома водорода при переходе электронов в первое возбужденное состояние (на второй энергетический уровень, $n=2$) в видимой части спектра излучения возникают красная, зеленая и две синие линии, соответствующие переходам: $E_3 \rightarrow E_2$; $E_4 \rightarrow E_2$; $E_5 \rightarrow E_2$; $E_6 \rightarrow E_2$; данная спектральная серия названа *серия Бальмера*. Атом, поглощая свет, переходит с низших энергетических уровней в высшие вследствие соответствующих переходов электронов. При этом электроны, переходя на более высокие энергетические уровни, поглощают излучение той же самой частоты, которую они излучают при переходе с высших энергетических уровней на низшие. Для атома водорода в сплошном спектре излучения мы недосчитаемся линий, соответствующих частотам поглощенных излучений для красного, зеленого и синих цветов.

Для того, чтобы атом мог излучать, он должен получить энергию извне. Это могут быть, *например*, тепловые источники энергии (*например,* Солнце, электрические лампы накаливания, пламя и др.). Энергия по частотам излучения (или длинам волн) у разных источников света распределена не одинаково. Это распределение характеризуется *спектральной плотностью интенсивности излучения* $I(\nu)$ - интенсивность излучения, приходящаяся на единичный интервал частот. Если на небольшой интервал частот $\Delta\nu$ приходится спектральная плотность интенсивности излучения $I(\nu)$, то плотность потока излучения I на этот интервал частот равна:

$$I = I(\nu) \cdot \Delta\nu. \qquad (179)$$

Излучение, испускаемое твердыми и жидкими телами (нагретыми чаще всего), а также высокотемпературной плазмой, имеет непрерывный спектр, в котором с различной *спектральной плотностью интенсивности излучения* представлены все длины волн.

Излучение, испускаемое веществом в газообразном атомарном состоянии, имеет линейчатый спектр (*например*, спектр газообразного водорода).

Спектр излучения молекул состоит из отдельных полос (каждая полоса – совокупность большого числа очень тесно расположенных отдельных линий), разделенных темными промежутками (*полосатый спектр*). Это связано с тем, что атомы в молекуле связаны химической связью, а потому излучают не как отдельные атомы, а с учетом этой связи.

Наиболее интенсивно вещество поглощает свет как раз тех длин волн, на которых оно интенсивно испускает энергию в сильно нагретом состоянии. На этом факте построен *спектральный анализ*. Если в исследуемом с помощью спектра объекте обнаружены все характерные спектральные линии конкретного чистого вещества, то можно утверждать, что данное вещество в этом объекте присутствует. Отсутствие хотя бы одной характерной спектральной линии требует дополнительных исследований по обнаружению искомого вещества.

Видимый свет – это электромагнитные волны с длинами волн от $4 \cdot 10^{-7}$ до $8 \cdot 10^{-7}$*м (от 400 до 800 нм)*; излучение с $\lambda > 8 \cdot 10^{-7}$*м* – *инфракрасное излучение* (испускают все нагретые тела); излучение с $\lambda < 4 \cdot 10^{-7}$*м* – *ультрафиолетовое излучение*, обладающее большой химической активностью; невидимое излучение с $\lambda < 1 \cdot 10^{-9}$*м (1 нм)*- *рентгеновское излучение,* обладающее большой проникающей способностью; излучение с $\lambda < 1 \cdot 10^{-12}$*м* - γ*-излучение*, сопровождающее процессы распада и превращения атомных ядер.

В целом, *шкала электромагнитных волн* простирается от длинных радиоволн с $\lambda > 1$ *км*, до γ*- лучей.* Длинноволновое излучение в большей мере обнаруживает волновые свойства, а коротковолновое – корпускулярные (квантовые) свойства.

Радиоактивность – самопроизвольное излучение вещества при самопроизвольном превращении одних ядер химических элементов в другие, сопровождаемое также испусканием элементарных частиц. Различают α*–излучение* (поток ядер гелия),β*–излучение* (поток электронов) и γ*–излучение*.

При радиоактивном α*–распаде* $({}^{4}_{2}He)$ ядро теряет положительный заряд $2e$ и масса его убывает на *4 а.е.м.*, в результате чего получается элемент, стоящий на две клетки ближе к началу периодической системы:

$${}^{M}_{Z}X \rightarrow {}^{M-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He.$$

При радиоактивном β*–распаде* $({}^{0}_{-1}e)$ из ядра вылетает электрон, образовавшийся в результате радиоактивных превращений в ядре, положительный заряд ядра увеличивается на e, а масса его остается неизменной, в результате чего получается элемент, стоящий на одну клетку ближе к концу периодической системы:

$${}^{M}_{Z}X \rightarrow {}^{M}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e.$$

γ*–излучение* не сопровождается изменением заряда ядра, а масса ядра изменяется ничтожно мало.

Из этих правил (*правила смещения*) следует, что радиоактивные превращения подчиняются закону сохранения заряда и массы.

При символьном обозначении ядер химических элементов ${}^{M}_{Z}X$ верхний индекс $M = Z + N$ – *массовое число*, округленное до целого значение относительной атомной массы A химического элемента (см. раздел «Молекулярная физика»); единица измерения – *атомная единица массы (а.е.м.)*, равная *1/12* массы атома углерода; *1а.е.м.* $\approx 1{,}66 \cdot 10^{-27}$*кг* (*1а.е.м.*$\equiv 931{,}5$ *МэВ*; *1эВ* $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Дж*); кроме того, массовое число равно сумме протонов Z и нейтронов N в ядре; Z = № химического элемента в периодической системе.

Самопроизвольное превращение ядер некоторых химических элементов подчиняется *закону радиоактивного распада*:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}, \qquad (180)$$

где N_0 – число радиоактивных атомов в начальный момент времени ($t = 0$); N - число не распавшихся радиоактивных атомов через время t; T- *период полураспада* – время, в течение которого распадается половина радиоактивных атомов от первоначального числа: $N(T) = 0{,}5N_0$. Период полураспада – основная величина, определяющая скорость радиоактивного распада, константа для каждого химического радиоактивного элемента. *Например,* для изотопа урана ${}^{238}_{92}U$: $T_{урана} = 4{,}5$ *млрд. лет,* а для изотопа стронция ${}^{89}_{38}Sr$: $T_{стронция} = 50{,}5$ *суток. Изотопы* – ядра атомов, имеющие одинаковое число протонов в ядре, но разное число нейтронов. *Нейтрон* – это элементарная частица ${}^{1}_{0}n$, масса которой равна: $m_n = 1838{,}6\ m_e = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ *кг* $= 1{,}008$ *а.е.м*. Масса нейтрона больше массы протона ${}^{1}_{1}p$ ($m_p = 1836{,}1\ m_e = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ *кг* $= 1{,}007$ *а.е.м.*) примерно на $2{,}5m_e$ – массы электрона; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг* $= 5{,}5 \cdot 10^{-4}$ *а.е.м.*.

Если за время t не распалось $N(t)$ атомов, то распалось $N_0 - N(t)$, то есть доля распавшихся атомов от первоначального числа N_0 составляет:

$$\frac{N_0 - N(t)}{N_0} = 1 - \frac{N(t)}{N_0} = 1 - 2^{-t/T}. \qquad (181)$$

Даже внутри стабильных ядер (нерадиоактивных) постоянно идут процессы превращения элементарных частиц:

$${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\nu,$$
$${}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu},$$

где ${}^{0}_{+1}e$- *позитрон – античастица*, равная по массе и величине заряда, но противоположная по знаку заряда электрону; ${}^{0}_{0}\nu$ и ${}^{0}_{0}\tilde{\nu}$ - элементарные частицы – *нейтрино и антинейтрино*, соответственно, не имеющие заряда и массы покоя.

Протоны и нейтроны в ядре удерживаются, образуя устойчивую систему, *ядерными силами*. При образовании ядра из протонов и нейтронов выделяется энергия, которую называют *энергией связи ядра*. Под энергией связи ядра понимают также ту энергию, которая необходима для расщепления ядра на отдельные *нуклоны* (общее название протонов и нейтронов). Эта энергия равна той энергии, которая выделяется при образовании ядра из отдельных нуклонов. При этом масса покоя ядра $M_Я$ всегда меньше суммы масс покоя слагающих его протонов и нейтронов на величину

$$\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_Я,$$

называемую *дефектом масс*. Зная дефект масс, можно рассчитать энергию связи ядра по формуле:

$$E_{СВ} = \Delta M \cdot c^2, \qquad (182)$$

где c – скорость света в вакууме.

Удельная энергия связи – энергия связи, приходящаяся на один нуклон ядра (определяется экспериментально):

$$E_{уд} = E_{CB} / A, \tag{183}$$

где $A \equiv M$ - *массовое число.*

Максимальную энергию связи (*8,6 МэВ*) имеют элементы с середины периодической системы, с массовыми числами от *50* до *60* (*например,* железо). Ядра этих элементов наиболее устойчивы. У легких ядер (*например,* водород, гелий, литий) и тяжелых ядер (*например,* уран и трансурановые элементы) энергия связи меньше, поэтому при распаде тяжелых ядер или синтезе легких ядер получающиеся новые ядра имеют меньшую энергию связи ядра, то есть такие реакции могут протекать самопроизвольно, так как при этом система стремится достичь состояния с минимально возможной энергией.

Например, деление тяжелого ядра урана возможно благодаря тому, что образующиеся новые ядра суммарно имеют меньшую энергию связи, при этом масса покоя тяжелого ядра больше суммы масс покоя осколков деления:

$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{93}Np + ^{0}_{-1}e; \quad ^{239}_{93}Np \rightarrow ^{239}_{94}Pu + ^{0}_{-1}e;$$

$$\Delta M = M\left(^{239}_{92}U\right) - M\left(^{239}_{94}Pu\right) - M\left(^{0}_{-1}e\right) \Rightarrow \Delta E = \Delta M \cdot c^2,$$

где ΔE - *энергия ядерной реакции*, выделяющаяся, если в ходе реакции масса системы уменьшается, и поглощаемая, если в ходе реакции масса системы возрастает. При делении урана выделяется примерно *1 МэВ* энергии на нуклон.

Для синтеза легких ядер требуются очень высокие температуры, поэтому такие реакции называют *термоядерными*. *Например*, при слиянии тяжелого водорода *дейтерия* со сверх тяжелым водородом *тритием* выделяется около *3,5 МэВ* энергии на один нуклон, а реакция идет при температурах порядка *1млн. К.* Так в термоядерной реакции синтеза гелия выделяется энергия в *17,6МэВ*:

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n + 17{,}6\,МэВ.$$

Воздействие излучений на живые организмы характеризуют *дозой излучения*. *Поглощенной дозой излучения D* называется отношение поглощенной энергии *E* ионизирующего излучения к массе *m* облучаемого вещества:

$$D = E / m; \tag{184}$$

единица измерения СИ: *[D] = 1Дж/кг = 1Гр(грей)*.

Внесистемная единица *экспозиционной дозы излучения – рентген (Р)* – мера ионизирующей способности рентгеновского и гамма-излучений. Доза излучения равна *1Р*, если в $1см^3$ сухого воздуха при температуре 0^0C м давлении *760 мм рт.ст.* образуется столько ионов, что их суммарный заряд каждого знака в отдельности равен $3 \cdot 10^{-10}Кл$. При этом получается примерно $2 \cdot 10^{9}$ *пар ионов*. Число образующихся пар ионов связано с энергией, поглощаемой веществом (воздухом). Поэтому в практической дозиметрии считают *1Р* примерно эквивалентным *D = 0,01 Гр.*

Тест «Фотоэффект и атомная физика. Физика атомного ядра»

1. *Как изменится максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов при увеличении частоты света в 2 раза?*

А. Увеличится в 2 раза.
Б. Увеличится менее чем в два раза.
В. Уменьшится в 2 раза.
Г. Уменьшится менее чем в 2 раза.
Д. Увеличится более чем в два раза.
Е. Уменьшится более чем в 2 раза.

<u>Решение:</u> из формулы Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + W_K \qquad 1);$$

если частоту увеличить вдвое, то

$$2h\nu = A + W_{K1} \qquad 2).$$

Разделим уравнение 2) на уравнение 1):

$$2 = \frac{W_{K1} + A}{W_K + A} \Rightarrow 2W_K + 2A = W_{K1} + A \Rightarrow W_{K1} = 2W_K + A\ ,$$

так как работа выхода от частоты не зависит. Таким образом, кинетическая энергия возрастет более чем в два раза.

<u>Ответ: Д.</u>

2. *В вакууме находятся два покрытых кальцием электрода, к которым подключен конденсатор емкостью С = 8нФ. При длительном освещении одного из электродов светом с длиной волны λ = 300 нм, фототок, возникающий в начале, прекращается. Работа выхода электронов из кальция $A = 4{,}42\cdot 10^{-19}$ Дж. Какой заряд при этом окажется на конденсаторе?*

А. $1{,}1\cdot 10^{-8}$ Кл. Б. 0 Кл. В. $33{,}1\cdot 10^{-13}$ Кл. Г. $1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл. Д. Нет верного ответа.

<u>Решение:</u> в результате фотоэффекта с кальциевой поверхности катода последняя будет заряжаться положительно по мере вылета электронов из нее7 Как только разность потенциалов между электродами (а значит и на параллельно подсоединенном конденсаторе) станет равной $U_з$, фотоэффект прекратится:

$eU_з = \dfrac{hc}{\lambda} - A_B$; с другой стороны, при разности потенциалов на конденсаторе $U_з$ заряд на конденсаторе $q = U_з\cdot C$; решение этих двух уравнений дает формулу:

$$q = \frac{C}{e}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right) = \frac{8\cdot 10^{-9}}{1{,}6\cdot 10^{-19}}\cdot\left(\frac{6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{3\cdot 10^{-7}} - 4{,}42\cdot 10^{-19}\right) = 1{,}1\cdot 10^{-8}(\,Кл\,)$$

<u>Ответ: А.</u>

3. *Свет точечного монохроматического источника, мощность которого W=100 Вт, падает на черный квадрат со стороной a=10 см, ориентированный перпендикулярно к направлению распространения света и находящийся на расстоянии R=2м. Определить силу давления света на площадку.*

А. 0,5 Н. Б. 0,25 мН. В. 199 мкН. Г. 6,6 нН. Д. 66 пН

<u>Решение:</u> сила давления $F = p\cdot S = p\cdot a^2$, где $S=a^2$ – площадь площадки.

Давление света на зачерненную площадку определяется импульсом фотонов, попадающих на эту площадку (формула 157) и равно $p_\gamma = \omega$, где ω - плотность электромагнитной энергии: $\omega = I / c$, где интенсивность электромагнитной волны (плотность потока излучения) от точечного источника убывает обратно пропорционально квадрату расстояния R до источника: $I = \dfrac{\Delta W}{4\pi\Delta t} \cdot \dfrac{1}{R^2}$, где Δt – время излучения источника. В этой формуле $\Delta W / \Delta t$ – мощность излучения источника W. Таким образом,

$$F = \omega \cdot a^2 = \frac{I \cdot a^2}{c} = \frac{W \cdot a^2}{4\pi c R^2} = \frac{100 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 4} \approx 0{,}0066 \cdot 10^{-8} = 66\ (nH).$$

<u>*Ответ: Д.*</u>

4. *Электрон и протон движутся с одинаковыми скоростями. Какая из этих частиц в данном случае обладает большей длиной волны?*

А. Электрон.

Б. Протон.

В. Длины волн одинаковы.

Г. Частицы нельзя характеризовать длиной волны.

Д. Среди ответов нет верного.

<u>*Решение:*</u> согласно формуле де Бройля (176) импульс частицы $p = h/\lambda$; с другой стороны, импульс частицы $p = m\upsilon$, то есть $\upsilon = \dfrac{h}{m \cdot \lambda}$.

Скорости частиц одинаковы, а масса протона $m_p > m_e$ так что

$$\frac{h}{m_p \cdot \lambda_p} = \frac{h}{m_e \cdot \lambda_e} \Rightarrow \frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p}{m_e} > 1 \Rightarrow \lambda_e > \lambda_p .$$

<u>*Ответ: А.*</u>

5. *Спектр излучения паров калия содержит линии, соответствующие излучению с длиной волны: 404, 536, 580, 691, 694 нм. В спектре излучения паров неизвестного вещества обнаружена единственная линия 694 нм. На основании этого можно утверждать, что в неизвестном веществе*

А. нет калия.

Б. есть калий.

В. помимо калия есть другой элемент.

Г. калий может присутствовать, а может и отсутствовать.

<u>*Решение:*</u> как уже было сказано в теоретической части, о наличии элемента можно говорить только в том случае, если обнаружены все характерные линии в спектре исследуемого вещества; наличие одной из линий указывает на присутствие какого-то другого элемента, у которого среди характерных линий в спектре есть и такая, как у калия.

<u>*Ответ: А.*</u>

6. *Атомное ядро полония $^{218}_{84}Po$ в результате ряда радиоактивных распадов превратилось в ядро висмута $^{214}_{83}Bi$. Какие виды радиоактивных превращений оно испытало?*

А. Бета-минус распад. Б. Бета-плюс распад. В. Альфа-распад.
Г. Бета-плюс распад и альфа-распад. Д. Бета-минус распад и альфа-распад.

<u>*Решение:*</u> массовое число в результате радиоактивного распада полония изменилось и стало у висмута меньше на *4 а.е.м*. Такое массовое число у ядра изотопа гелия (*α-частица*). Следовательно, имел место альфа-распад, и элемент сдвинулся в начало периодической системы на две клетки. При альфа-распаде заряд должен был уменьшиться на *2е*, но по условию задачи он уменьшился только на *1е*, то есть имел место бета-распад, при котором элемент сдвинулся на одну клетку в конец периодической системы.

<u>*Ответ: Д.*</u>

7. *Определите второй продукт х ядерной реакции:* $^{27}_{13}Al + n \rightarrow ^{24}_{11}Na + x$ *?*

А. α-частица. Б. нейтрон. В. протон. Г. электрон. Д. γ-квант.

<u>*Решение:*</u> допишем ядерную реакцию и применим закон сохранения массы и заряда: $^{27}_{13}Al + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{24}_{11}Na + ^{A}_{Z}x$; закон сохранения массы: $27 + 1 = 24 + A \Rightarrow A = 4$; закон сохранения заряда: $13 + 0 = 11 + Z \Rightarrow Z = 2$; неизвестный продукт реакции с массовым числом *4* и зарядом *2* - α-частица.

<u>*Ответ: А.*</u>

8. *Вычислить скорость υ и ускорение а электрона на первой боровской орбите, радиус которой r_0.*

А. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2 m}}$; $a_{цс} = \sqrt{\dfrac{e^2}{\varepsilon_0 r_0^2 m}}$. Б. $\upsilon = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2 m}$; $a_{цс} = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2 m}$.

В. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0 m}}$; $a_{цс} = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2 m}$. Г. $\upsilon = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0 m}$; $a_{цс} = \sqrt{\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2 m}}$.

Д. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2e}{4\pi\varepsilon_0 r_0 m}}$; $a_{цс} = \dfrac{2e}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2 m}$.

<u>*Решение:*</u> электрон движется по круговой орбите с постоянной скоростью, то есть на него действует сила притяжения (сила Кулона) со стороны ядра и эта сила сообщает электрону центростремительное ускорение: $a_{цс} = \upsilon^2 / r_0$.

Сила кулона: $F = \dfrac{m\upsilon^2}{r_0} = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0 m}}$; $a_{цс} = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2 m}$.

<u>*Ответ: В.*</u>

9. *Период полураспада радия Т=1600 лет. Через какое время число радиоактивных атомов радия уменьшится в 4 раза?*

А. 1600 лет. Б. 3200 лет. В. 400 лет. Г. 800 лет. Д. 4800 лет.

<u>*Решение:*</u> согласно закону радиоактивного распада (формула 180),

$N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. Преобразуем формулу, так как $N_0 / N = 4$ (из условия):

$$\frac{N_o}{N} = 2^{\frac{t}{T}} = 4 = 2^2 \Rightarrow 2 = \frac{t}{T} \Rightarrow t = 2T = 2 \cdot 1600 = 3200 \ (лет).$$

Ответ: Б.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

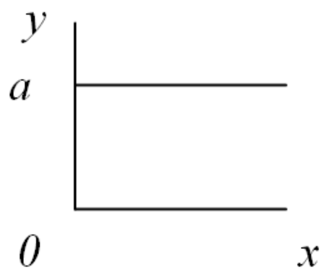
1. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Физика: Учеб. для 11 кл. общеобразоват. учреждений. – 8-е изд. – М.: Просвещение, 2018. – 336 с.
2. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б., Сотский Н.Н. Физика: Учеб. для 10 кл. общеобразоват. учреждений. – 9-е изд. – М.: Просвещение, 2018. – 336 с.
3. Енохович А.С. Справочник по физике и технике: Учеб. пособие для учащихся. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 1989. – 224 с.
4. Тесты. Физика 11 класс. Варианты и ответы централизованного тестирования. – М.: Центр тестирования МО РФ, 2002. – 97 с.
5. Единый государственный экзамен. Физика. Варианты контрольных измерительных материалов. – М.: Центр тестирования, 2002 – 2018 гг. – 128 с.
6. Бехтерев А.Н., Дозоров В.А., Ушачев В.П., Харейн М.Л. Краткая физика: Учеб. пособие. – Магнитогорск: МГПИ, 1998. – 147 с.
7. Арбатский А.Е., Арбатская Н.В. Решения и ответы: к учебнику «Физика» для 11 кл. сред. Шк. – Висагинас: Альфа, 2000. – 160 с.
8. Кабардин О.Ф., Кабардина С.И., Орлов В.А. Контрольные и проверочные работы по физике. 7-11 кл.: Метод. Пособие. – 5-е изд.- М.: Дрофа, 2001. – 192 с.
9. Рымкевич А.П. Физика. Задачник. 10-11 кл.: Пособие для общеобразоват. учеб. заведений. – 4-е изд. – М.: Дрофа, 2018. – 208 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

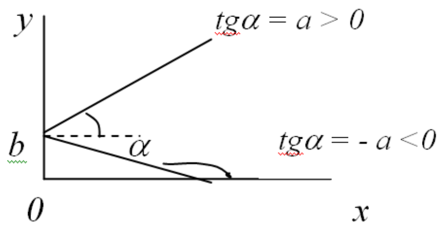
Основные математические сведения, необходимые при решении задач по физике

1. Алгебраические уравнения и графики

$y = a$; как бы не изменялось значение переменной, x, функция y остается постоянной величиной, ее график параллелен оси абсцисс:



$y = b + ax$; графиком этой функции $y = f(x)$ является прямая, проходящая через т. b на оси y и идущая с наклоном к оси x под углом α, тангенс которого равен значению a: $tg\alpha = a$:



если $b = 0$, то $y = ax$ – прямая, проходящая через начало координат;

$ax^2 + bx + c=0$;

решение квадратного уравнения во всех случаях удобно рассчитывать по формуле:

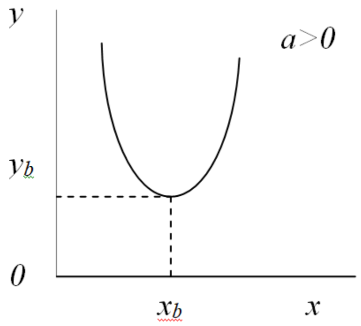
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad (П.1)$$

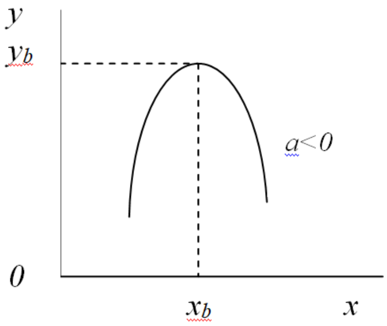
при этом выражение под корнем (*дискриминант*) $D = b^2 – 4ac$ должно быть > 0 (два корня, x_1 и x_2); если $D = 0$ – один корень; если $D < 0$ – действительных корней (физических решений) нет. Графиком уравнения $y = ax^2 + bx + c$ является парабола.

Координаты вершины параболы

$$x_b = - b/2a\ ;\ y_b = (4ac – b^2)/4a \qquad (П.2)$$

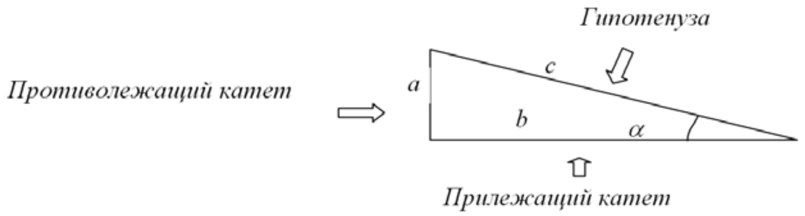
Задачи с уравнениями более высоких степеней, как правило, не встречаются.





2. Тригонометрические функции и графики

Для любого прямоугольного треугольника с заданным углом α верно:



$\frac{a}{c} =$ число, его назвали $sin\alpha \Rightarrow a = c \cdot sin\alpha;\ c = \frac{a}{sin\alpha}$;

$\frac{b}{c} =$ число, его назвали $cos\alpha \Rightarrow b = c \cdot cos\alpha;\ c = \frac{b}{cos\alpha}$.

Абсолютное значение этих чисел всегда ≤ 1, но ≥ 0.

$\frac{a}{b} =$ число, его назвали $tg\alpha \Rightarrow a = b \cdot tg\alpha;\ b = \frac{a}{tg\alpha}$;

$\frac{b}{a} =$ число, его назвали $ctg\alpha \Rightarrow b = a \cdot ctg\alpha;\ a = \frac{b}{ctg\alpha}$.

Абсолютное значение этих чисел всегда изменяется от *0* до ∞.

Между этими тригонометрическими функциями и элементами треугольника имеет место, часто встречающаяся в задачах, связь:

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \quad (П.3)$$

$$sin\alpha / cos\alpha = tg\alpha \quad (П.4)$$

$$1 / tg\alpha = ctg\alpha \quad (П.5)$$

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1 \quad (П.6)$$

$$1 + tg^2\alpha = 1 / cos^2\alpha \quad (П.7)$$

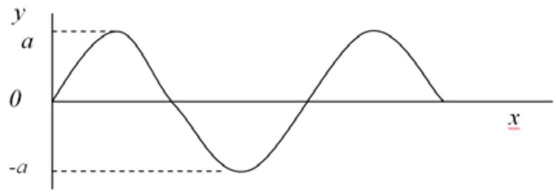
$$1 + ctg^2\alpha = 1 / sin^2\alpha \quad (П.8)$$

$$sin2\alpha = 2sin\alpha \cdot cos\alpha \quad (П.9)$$

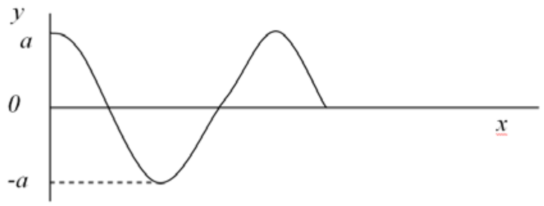
$$cos2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha \quad (П.10)$$

$$\text{теорема Пифагора: } c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (П.11)$$

Графики функций: $y = a \cdot sinx$, где a – амплитудное значение y;



$y = a \cdot \cos x$, где a – амплитудное значение y,



$y = a \cdot \sin(x \pm 90^0) = a \cdot \cos x$, где $\varphi_0 = 90^0$ – сдвиг фаз (в физике).

Аргумент x (или α) в уравнениях, где он стоит под знаком тригонометрической функции, берется в градусах (^{0}) или радианах (*рад*).

Если полный угол разбить на *360* частей, то получим единицу (внесистемную) измерения угла в градусах. Если в качестве угловой меры принять угол φ, образованный двумя радиусами R и опирающийся на дугу ΔS длиной, равной радиусу, то получим единицу измерения углов – *1 радиан* (система СИ в физике); в полном угле (360^0) будет примерно *6,28* радиан или 2π, где $\pi = 3{,}14\ldots$. Таким образом, $360^0 \equiv 2\pi$ *радиан;* *1 рад* $\approx 57{,}3^0$.

Следует запомнить значения тригонометрических функций углов, часто встречающихся в задачах (таблица):

α									
α	(^{0})	0	30	45	60	90	180	270	360
	рад	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\sin\alpha$		0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0	- 1	0
$\cos\alpha$		1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	- 1	0	1
$tg\alpha$		0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$	0
$ctg\alpha$		$\mp\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0	$\mp\infty$	0	$\mp\infty$

3. Формулы геометрии и стереометрии

Длина любой окружности, L, отнесенная к ее диаметру, D, есть величина постоянная: $\dfrac{L}{D} = \pi \approx 3{,}14;$ диаметр $D = 2R$, отсюда,

длина окружности: $L = 2\pi R = \pi D$ (П.12)

площадь круга: $S = \pi R^2 = \pi D^2/4$ (П.13)

площадь поверхности шара: $S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ (П.14) объем шара: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi D^3}{6}$ (П.15)

объем круглого прямого конуса: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ (П.16)

объем пирамиды: $V = \frac{1}{3} h \cdot S$, (П.17)

где h – высота, S - площадь основания.

площадь треугольника: $S = \frac{1}{2} b \cdot h$, (П.18)

где b – основание, на которое опущена высота h.

площадь квадрата: $S = a^2$ (П.19)

площадь прямоугольника: $S = a \cdot b$ (П.20)

площадь параллелограмма: $S = b \cdot h$, (П.21)

где b – сторона, на которую опущена высота h.

4. Производная

Если для функции $y = f(x)$ в точке x существует предел отношения приращения функции Δy к приращению Δx аргумента, $\Delta y/\Delta x$, при $\Delta x \to 0$ – очень малой величины, то этот предел называется производной функции $y = f(x)$ в точке x :

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Наиболее часто встречающиеся при решении задач табличные производные:

$C' = 0$ (производная постоянной, числа, константы); (П.22)

$x' = 1$;

$(x^a)' = ax^{a-1}$; (П.23)

$(e^x)' = e^x$; (П.24)

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$; (П.25)

$(\sin x)' = \cos x$; (П.26)

$(\cos x)' = -\sin x$; (П.27)

$(tg x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$. (П.28)

Производная сложной функции $y = f(g(x))$:

$$y' = f'(g(x)) \cdot g'(x). \quad \text{(П.29)}$$

5. Действия со скалярными и векторными величинами

Скалярные величины определяются положительными или отрицательными числами.

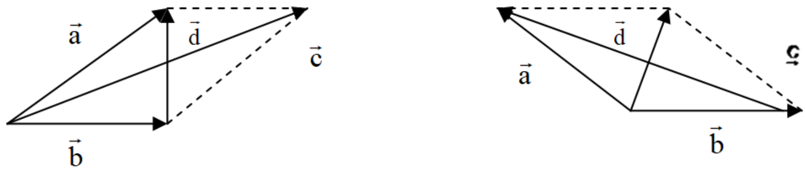
Арифметическая сумма – сложение числовых значений без учета знака.

Алгебраическая сумма – сложение числовых значений величин с учетом знака, плюс или минус.

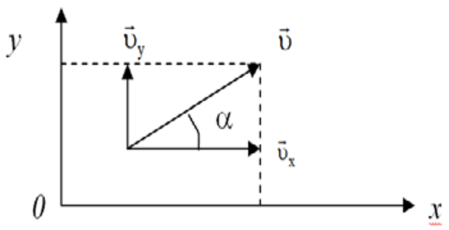
Векторная величина определяется числом (длина вектора), направлением в пространстве (конец вектора), точкой приложения (начало вектора).

Геометрическая сумма – сумма векторов, с учетом их направления.

Сложение векторов производится по правилу параллелограмма и всегда дает третий вектор как диагональ параллелограмма: $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}; \quad \vec{a}-\vec{b}=\vec{d}$.



Разложение вектора на составляющие вектора по осям координат:
$\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_x+\vec{\upsilon}_y$.



$$\upsilon=\sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2}\,;\ \upsilon_y=\upsilon\cdot\sin\alpha;\ \upsilon_x=\upsilon\cdot\cos\alpha. \qquad (П.30)$$

Учебное текстовое электронное издание

Плугина Наталья Александровна
Дозоров Виктор Анатольевич

ПРАКТИКУМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Учебное пособие

1,34 Мб
1 электрон. опт. диск

г. Магнитогорск, 2019 год
ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»
Адрес: 455000, Россия, Челябинская область, г. Магнитогорск,
пр. Ленина 38

ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
Кафедра прикладной и теоретической физики
Центр электронных образовательных ресурсов и
дистанционных образовательных технологий
e-mail: ceor_dot@mail.ru