



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Л.В. Курзаева

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ
В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ
ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ И ПРОЦЕССАМИ**

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

УДК 004.8(075.8)
ББК 32.813я73

Рецензенты:

преподаватель высшей категории
ГАПОУ ЧО «Политехнический колледж»
Ю.Н. Шашкова

кандидат технических наук,
начальник управления информационных технологий и АСУ
ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
К.А. Рубан

Курзаева Л.В.

Моделирование на основе нечеткой логики в задачах управления экономическими системами и процессами [Электронный ресурс] : учебное пособие / Любовь Викторовна Курзаева ; ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». – Электрон. текстовые дан. (0,77 Мб). – Магнитогорск : ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2017. – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования : IBM PC, любой, более 1 GHz ; 512 Мб RAM ; 10 Мб HDD ; MS Windows XP и выше ; Adobe Reader 8.0 и выше ; CD/DVD-ROM дисковод ; мышь. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-9967-1060-7

Рассматриваются основные понятия теорий нечеткой логики и ее практическое применение в задачах управления экономическими системами. Приведены основы нечетких множеств, методы определения значений функций принадлежности, операции нечеткой логики, алгоритмы нечеткого вывода. Практическая часть содержит задания охватывающие все рассмотренные теоретические вопросы. Изложение иллюстрируется примерами и комментариями.

Данное пособие адресовано, прежде всего, студентам очной и заочной форм обучения, обучающимся по направлению подготовки «Прикладная информатика», «Бизнес-информатика» и будет полезно в ходе изучения дисциплин нечеткая логика и нейронные сети, системы поддержки принятия решений, а также в рамках проведения самостоятельных исследований

УДК 004.8(075.8)
ББК 32.813я73

ISBN 978-5-9967-1060-7

© Курзаева Л.В., 2017
© ФГБОУ ВО «Магнитогорский
государственный технический
университет им. Г.И. Носова», 2017

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.....	5
1.1. Эволюция нечеткой логики как научного направления.....	5
1.2. Теория нечетких множеств.....	6
1.3. Методы определения значений функций принадлежности	8
1.4. Операции над нечеткими множествами.....	13
1.5. Нечеткая и лингвистическая переменные.....	15
1.6. Нечеткие высказывания.....	17
1.7. Основы нечеткого вывода	17
1.8. Алгоритмы нечеткого вывода	21
1.9. Применение нечеткой логики	24
1.10. Инструментальные средства поддержки нечеткой логики	26
2. ТЕСТ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ	30
3. ПРАКТИКУМ.....	33
4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	42
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	43

ВВЕДЕНИЕ

«Человек должен учиться тайнам жизни у самого себя, а не слепо верить в другие учения»

Сиддхартха (Будда) Гаутама

Целью настоящего учебного пособия является обобщение и аккумуляция лучшей учебной практики и основ теоретических знаний по нечеткой логике, представленным рядом наиболее успешных учебно-методических изданий.

Пособие содержит краткий теоретический материал, тест для проверки знаний, практикум для отработки умений, а также контрольные вопросы.

Теоретический материал содержит основные сведения: понятийный и математический аппарат, примеры применения, а также программное обеспечение, поддерживающее решение задач на базе нечеткой логики.

В конце пособия размещены глоссарий и список литературы, содержащий ссылки на классические издания и современные учебники, учебные и методические пособия.

Учебное пособие представляется полезным при изучении дисциплин «Нечеткая логика и нейронные сети», «Интеллектуальный анализ данных», «Системы искусственного интеллекта», «Инструментальные средства принятия решений» у бакалавров и магистров направлений подготовки Бизнес-информатика и Прикладная информатика, а также в рамках самостоятельного изучения.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Эволюция нечеткой логики как научного направления

«Кто не заглянул сначала глубоко внутрь себя, не может надеяться на познание — пусть даже самое минимальное — того, что происходит вокруг. Сначала внутрь, потом — наружу»

Делия Гусман

«Если у Вас хватило ума поставить задачу, у Вас должно хватить его и на то, чтобы разрешить ее. По интеллектуальному напряжению эти две стороны решения приблизительно равны»

Илья Николаевич Шевелев

В основе нечеткой логики лежит теория нечетких множеств, изложенная в серии работ Л. Заде в 1965-1973 годах. Математическая теория нечетких множеств (fuzzysets) и нечеткая логика (fuzzylogic) являются обобщениями классической теории множеств и классической формальной логики. Основной причиной появления новой теории стало наличие нечетких и приближенных рассуждений при описании человеком процессов, систем, объектов.

Л. Заде, формулируя это главное свойство нечетких множеств, базировался на трудах предшественников. В начале 1920-х годов польский математик Лукашевич трудился над принципами многозначной математической логики, в которой значениями предикатов могли быть не только «истина» или «ложь». В 1937 году еще один американский ученый М. Блэк впервые применил многозначную логику Лукашевича к спискам как множествам объектов и назвал такие множества неопределенными.

Прежде чем нечеткий подход к моделированию сложных систем получил признание во всем мире, с момента зарождения теории нечетких множеств прошло не одно десятилетие.

Нечеткая логика как научное направление развивалась непросто, не избежала она и обвинений в лженаучности. Даже в 1989 году, когда примеры успешного применения нечеткой логики в обороне, промышленности и бизнесе исчислялись десятками, Национальное научное общество США обсуждало вопрос об исключении материалов по нечетким множествам из институтских учебников.

Первый период развития нечетких систем (конец 60-х – начало 70-х гг.) характеризуется развитием теоретического аппарата нечетких множеств. В 1970 году Беллман совместно с Заде разработали теорию принятия решений в нечетких условиях.

В 70-80 годы (второй период) появляются первые практические результаты в области нечеткого управления сложными техническими системами (парогенератор с нечетким управлением). И. Мамдани в 1975 году спроектировал первый функционирующий на основе алгебры Заде контроллер, управляющий паровой турбиной. Одновременно стало уделяться внимание вопросам создания экспертных систем, построенных на нечеткой логике, разработке нечетких контроллеров. Нечеткие экспертные системы для поддержки принятия решений нашли широкое применение в медицине и экономике.

Наконец, в третьем периоде, который длится с конца 80-х годов и продолжается в настоящее время, появляются пакеты программ для построения нечетких экспертных систем, а области применения нечеткой логики заметно расширяются. Она применяется в автомобильной, аэрокосмической и транспортной промышленности, в области изделий бытовой техники, в сфере финансов, анализа и принятия управленческих решений и многих других. Кроме того, немалую роль в развитии нечеткой логики сыграло доказательство знаменитой теоремы FAT (FuzzyApproximationTheorem) Б. Коско, в которой утверждалось,

что любую математическую систему можно аппроксимировать системой на основе нечеткой логики.

Одним из самых впечатляющих результатов стало создание управляющего микропроцессора на основе нечеткой логики, способного автоматически решать известную задачу «о собаке, догоняющей кота». В 1990 году Комитет по контролю экспорта США внес нечеткую логику в список критически важных оборонных технологий, не подлежащих экспорту потенциальному противнику.

В бизнесе и финансах нечеткая логика получила признание после того, как в 1988 году экспертная система на основе нечетких правил для прогнозирования финансовых индикаторов единственная предсказала биржевой крах. И количество успешных фаззи-применений в настоящее время исчисляется тысячами.

В Японии это направление переживает настоящий бум. Здесь функционирует специально созданная организация Laboratory for International Fuzzy Engineering Research. Программой этой организации является создание более близких человеку вычислительных устройств.

Информационные системы, базирующиеся на нечетких множествах и нечеткой логике, называют нечеткими системами.

Достоинства нечетких систем:

- функционирование в условиях неопределенности;
- оперирование качественными и количественными данными;
- использование экспертных знаний в управлении;
- построение моделей приближенных рассуждений человека;
- устойчивость при действии на систему всевозможных возмущений.

Недостатками нечетких систем являются:

- отсутствие стандартной методики конструирования нечетких систем;
- невозможность математического анализа нечетких систем существующими методами;
- применение нечеткого подхода по сравнению с вероятностным не приводит к повышению точности вычислений [17].

1.2. Теория нечетких множеств

Главное отличие теории нечетких множеств от классической теории четких множеств состоит в том, что если для четких множеств результатом вычисления характеристической функции могут быть только два значения – 0 или 1, то для нечетких множеств это количество бесконечно, но ограничено диапазоном от нуля до единицы.

Другими словами, в теории четких множеств строго определено входит данный элемент в конкретное множество или нет.

Пример. Пусть универсум U есть множество автомобилей. Четкое множество A – это автомобили-внедорожники. Тогда «Нива» и «Jeep Grand Cherokee» – это элементы данного множества, а «Ваз 21010» – не может быть элементом данного множества.

$$A = \{\text{«Нива»}; \text{«Jeep Grand Cherokee»}\}$$

$$\text{«Ваз 21010»} \notin A$$

В нечеткой логике все несколько иначе, попробуем разобраться.

Пусть U – так называемое универсальное множество, из элементов которого образованы все остальные множества, рассматриваемые в данном классе задач, например множество всех целых чисел, множество всех гладких функций и т.д. Характеристическая

функция множества $A \subseteq U$ – это функция μ_A , значения которой указывают, является ли $x \in U$ элементом множества A :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A; \\ 0, & x \notin A. \end{cases}$$

В теории *нечетких множеств* характеристическая функция называется **функцией принадлежности**, а ее значение $\mu_A(x)$ – **степенью принадлежности** элемента x нечеткому множеству A .

Более строго: **нечетким множеством** A называется совокупность пар

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x) \rangle \mid x \in U \},$$

где μ_A – функция принадлежности, то есть $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$.

Пусть, например, $U = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \left\{ \frac{0}{a}, \frac{0.1}{b}, \frac{0.5}{c}, \frac{0.9}{d}, \frac{1}{e} \right\}$.

Тогда элемент a не принадлежит множеству A , элемент b принадлежит ему в малой степени, элемент c более или менее принадлежит, элемент d принадлежит в значительной степени, e является элементом множества A .

Пример. Пусть универсум U есть множество автомобилей. Нечеткое множество A – это автомобили-внедорожники. Тогда «Нива»; «JeepGrandCherokee» и «Ваз 21010» – элементы данного множества с разной степенью принадлежности.

$A = \{0,7/\text{«Нива»}; 1/\text{«Jeep Grand Cherokee»}; 0,05/\text{«Ваз 21010»} \}$

Пример. Пусть универсум U есть множество действительных чисел. Нечеткое множество A , обозначающее множество чисел, близких к 10, можно задать следующей функцией принадлежности (рис. 1):

$$\mu_A(x) = (1 + |x - 10|^m)^{-1},$$

где $m \in \mathbb{N}$.

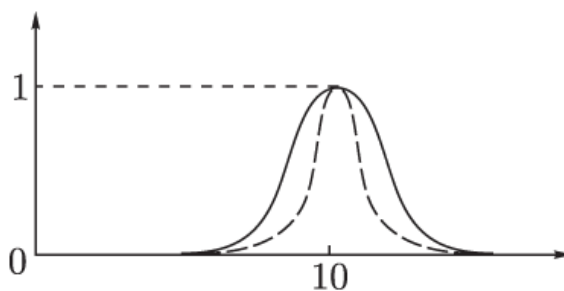


Рис. 1.1. Функция принадлежности μ_A

Показатель степени m в данном случае выбирается в зависимости от степени близости к 10. Например, для описания множества чисел, очень близких к 10, можно положить $m=4$, для множества чисел, не очень далеких от 10, $m=1$.

Введем несколько определений и понятий:

1. **Носителем** множества $Supp(A)$ является подмножество тех элементов A , для которых коэффициент принадлежности к A не равен нулю, то есть $Supp(A) = \{x, \mu_A(x) > 0\}$.

2. **Ядром** нечеткого множества A называется четкое множество $\tilde{A}$ таких точек в U , для которых величина $\mu_A(x) = 1$.

3. **Подмножеством α -уровня (α -срезом)** нечеткого множества A называется четкое подмножество универсального множества U , определяемое по формуле $A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\}$, где $\alpha \in [0,1]$.

Причем, при $\mu_A(x) > \alpha$ говорят о слабом сечении, при $\mu_A(x) \geq \alpha$ о сильном сечении.

4. **Высотой** нечеткого множества A является число равное $\sup \mu_A(x)$ (максимальное значение функции принадлежности).

5. Нечёткое множество является **нормальным**, если хотя бы один элемент этого множества имеет коэффициент принадлежности, равный 1 ($\mu_A(x) = 1$) иначе (при $\mu_A(x) < 1$) множество является **субнормальным**.

6. Субнормальное множество можно привести к нормальному, пересчитав значения функции принадлежности по формуле $\mu_{NORM}(x) = \frac{\mu_A(x)}{\sup\{\mu_A(x)\}}$.

7. Нечеткое множество A **унимодально**, если $\mu_A(x) = 1$ только в одном x .

8. Элементы множества A , для которых $\mu_A(x) = 0,5$, называются **точками перехода**.

9. Множество A считается подмножеством множества B , то есть $A \subset B$ (B **включает** или **доминирует** A), когда для всех элементов выполняется неравенство: $\mu_A(x_i) \leq \mu_B(x_i)$.

10. Нечёткие множества A и B **равны** ($A = B$) между собой, когда для всех элементов x_i обоих множеств выполняется условие $\mu_A(x_i) = \mu_B(x_i)$.

Пример. Пусть на универсуме U определено множество $A = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,7}{x_2}, \frac{0,5}{x_3}, \frac{0,1}{x_4}, \frac{0}{x_5} \right\}$ и $B = \left\{ \frac{0,2}{x_1}, \frac{0,5}{x_2}, \frac{0,5}{x_3}, \frac{0,1}{x_4} \right\}$.

Множество A имеет носитель $Supp(A) = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$; ядро $\tilde{A} = \{x_1\}$; подмножеством α -уровня при $\alpha=0,5$ является множество $A_{0,5} = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,7}{x_2}, \frac{0,5}{x_3} \right\}$ (сильное сечение); $\sup \mu_A(x) = 1,0$; множество нормально; множество унимодально; x_3 – точка перехода.

Множество B имеет носитель $Supp(B) = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$; ядра нет; подмножеством α -уровня при $\alpha=0,7$ является множество $B_{0,7} = \emptyset$; $\sup \mu_A(x) = 0,5$; множество нормально; множество субнормально (приведенное к нормальности $B_{NORM} = \left\{ \frac{0,4}{x_1}, \frac{1,0}{x_2}, \frac{1,0}{x_3}, \frac{0,2}{x_4} \right\}$); x_2, x_3 – точка перехода множества.

$B \subset A$ и $A \neq B$.

1.3. Методы определения значений функций принадлежности

Все методы определения значений функций принадлежности условно можно разделить на следующие группы:

- 1) прямые методы;
- 2) косвенные методы;
- 3) L-R – функции.

К первой группе методов можно отнести частотный анализ по результатам опросов экспертов.

Пример. По результатам опросов респондентов по прогнозам цены литра молока в 2016 г. получены следующие результаты (табл.1.1).

Таблица 1.1

Данные по опросу экспертов о прогнозируемой цене на молоко в 2016 г.

Прогнозируемая цена молока на 2016 г., руб.	Количество респондентов, выбравших данное значение цены	Доля респондентов, выбравших данное значение цены
46	68	0,38
48	52	0,29
50	43	0,24
52	17	0,09
Итого	180	1,00

Итак, нечеткое множество «Прогнозируемая цена молока на 2016 г.» = {0,38/46; 0,29/52; 0,24/50; 0,09/52}.

Ко второй группе методов можно отнести экспертные методы (например, анкетный метод нормирования, а также метод попарных сравнений).

Метод нормирования, заключается в следующем. Эксперту предлагается оценить степень принадлежности к множеству А каждого элемента из $U_{x1} - x_n$, соотнеся свое мнение со значениями по некоторой, заранее выбранной шкале (например, от 0 до 100%, или относительных величинах от 0 до 1, или любой другой).

Результаты опроса нескольких экспертов сводятся в матрицу опроса (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Матрица опроса нескольких экспертов

Эксперт	Э л е м е н т ы						Сумма
	1	2	...	j	...	n	
1	b ₁₁	b ₁₂	...	b _{1j}	...	b _{1n}	B ₁
2	b ₂₁	b ₂₂	...	b _{2j}	...	b _{2n}	B ₂
...	...	...	...	...	...	...	...
i	b _{i1}	b _{i2}	...	b _{ij}	...	b _{in}	B _i
...	...	...	...	...	...	...	...
m	b _{m1}	b _{m2}	...	b _{mj}	...	b _{mn}	B _m

Затем производятся следующая последовательность действий:

- рассчитывается сумма весов, даваемых i-м экспертом всем элементам:

$$B_i = \sum_{j=1}^n b_{ij};$$

- рассчитывается относительный вес j-го элемента на основании оценки i-го эксперта:

$$W_{ij} = b_{ij} / B_i;$$

- рассчитывается результирующий вес j-го элемента:

$$W_j = \frac{\sum_{i=1}^m W_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{ij}}.$$

Пример. В табл. 1.3 приведены результаты опроса четырех экспертов о степени принадлежности трех элементов – автомобилей «ChevroletNiva», «JeepGrandCherokee», «CheryTiggo F» множеству «Внедорожники», оцененные по 100 бальной шкале.

Таблица 1.3

Эксперт	Э л е м е н т ы		
	«JeepGrandCherokee»	«ChevroletNiva»	«CheryTiggo F»
1	60	20	20
2	40	20	30
3	70	40	50
4	40	80	50

– рассчитывается сумма весов, даваемых i-м экспертом всем элементам:

Таблица 1.4

Эксперт	Э л е м е н т ы			B_i
	«JeepGrandCherokee»	«ChevroletNiva»	«CheryTiggo F»	
1	60	20	20	100
2	40	20	30	90
3	70	40	50	160
4	40	80	50	170

– рассчитывается относительный вес j-го элемента на основании оценки i-го эксперта:

Таблица 1.5

Эксперт	Э л е м е н т ы			B_i
	«JeepGrandCherokee»	«ChevroletNiva»	«CheryTiggo F»	
1	0,6	0,2	0,2	100
2	0,44	0,22	0,33	90
3	0,44	0,25	0,31	160
4	0,24	0,47	0,29	170

– рассчитывается результирующий вес j-го элемента:

Таблица 1.6

Матрица опроса с элементами расчетов и результатами				
Эксперт	Э л е м е н т ы			B_i
	«JeepGrandCherokee»	«ChevroletNiva»	«CheryTiggo F»	
1	0,6	0,2	0,2	100
2	0,44	0,22	0,33	90
3	0,44	0,25	0,31	160
4	0,24	0,47	0,29	170
W_j	0,43	0,29	0,28	

Итак, согласно собранным данным и методу расчета множеств «Внедорожники» $=\{0,43/\text{«JeepGrandCherokee»}; 0,29/\text{«ChevroletNiva»}; 0,28/\text{«CheryTiggo F»}\}$

Метод попарных сравнений, заключается в том, что только один эксперт на основе своего субъективного мнения оценивает принадлежность элемента данному множеству относительно другого элемента. Для проведения субъективных парных сравнений Т. Саати была разработана шкала относительной важности, ее модификация приведена в табл. 1.7:

Таблица 1.7

Матрица опроса с элементами расчетов и результатами	
Шкала	Значение
1	Равная важность/предпочтительность
3	Умеренное превосходство одного над другим
5	Существенное превосходство одного над другим
7	Значительное превосходство одного над другим
9	Очень сильное превосходство одного над другим
2, 4, 6, 8	Промежуточные значения шкалы

Может быть выбрана и иная шкала. Выбор определялся следующими требованиями: шкала должна давать возможность улавливать разницу в чувствах людей, когда они проводят сравнения, различать как можно больше оттенков чувств, которые имеют люди; эксперт должен быть уверенным во всех градациях своих суждений одновременно.

Результаты попарного сравнения элементов заносятся в *матрицу сравнения* размерности $n \times n$, где n – число сравниваемых элементов. Элемент $a_{ij} = a(i, j)$ указанной матрицы выражает результат сравнения элементов i и j . Если при сравнении элементов i и j получено $a(i, j) = b$, то результатом сравнения элементов j и i должно быть $a(j, i) = 1/b$. Очевидно, что диагональные элементы матрицы равны 1.

Т. Саати предложил упрощенную процедуру вычисления вектора w . Пусть v – вектор *геометрических средних* строк некоторой матрицы сравнения:

$$v = \begin{bmatrix} \sqrt[n]{a(1,1) \times \dots \times a(1,n)} \\ \dots \\ \sqrt[n]{a(n,1) \times \dots \times a(n,n)} \end{bmatrix}$$

Тогда вектор w будет определяться следующим образом:

$$w = \begin{bmatrix} \frac{v_1}{\sum_{i=1}^n v_i} \\ \dots \\ \frac{v_n}{\sum_{i=1}^n v_i} \end{bmatrix} \quad (v_1, \dots, v_n - \text{элементы вектора } v)$$

Пример. По результатам оценки эксперта степени принадлежности трех элементов – значений температур в градусах Цельсия определить множество «Холодно».

$$M_{\text{«Холодно»}} = \begin{matrix} & -25 & -10 & -5 \\ \begin{matrix} -25 \\ -10 \\ -5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 1/5 & 1 & 1 \\ 1/7 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Соответствующие матрицам сравнения векторы локальных приоритетов находятся следующим образом:

$$v_{M_{\text{«Холодно»}}} = \begin{bmatrix} \sqrt[3]{35} \\ \sqrt[3]{0,2} \\ \sqrt[3]{1/7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,267 \\ 0,585 \\ 0,523 \end{bmatrix} \quad w_{M_{\text{«Холодно»}}} = \begin{bmatrix} \frac{3,267}{3,267 + 0,585 + 0,523} \\ \frac{0,585}{3,267 + 0,523 + 0,585} \\ \frac{0,523}{3,267 + 0,585 + 0,523} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0,747 \\ 0,134 \\ 0,119 \end{bmatrix}$$

Итак, по данным расчетов «Холодно» = {0,747/ -25; 0,134/ -10; 0,119/ -5}.

Третью группу составляют способы на основе использования так называемые **L-R – функций** (типовых форм кривых рис. 1.2) для задания функций принадлежности с уточнением их параметров путем приближения к реальным данным.

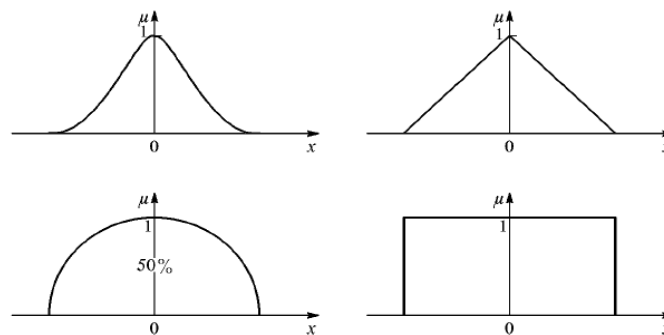


Рис.1.2. Примеры L-R -функций

Пример. Если мы оцениваем параметр качественно, например, говоря: "Это значение параметра является средним", необходимо ввести уточняющее высказывание типа "Среднее значение — это примерно от a до b ", которое есть предмет экспертной оценки (нечеткой классификации), и тогда можно использовать для моделирования трапецевидную функцию.

Если мы хотим выразить "приблизительно равно α ", то можно использовать треугольные функции,

1.4. Операции над нечеткими множествами

На нечётких множествах можно определить ряд математических операций, являющихся обобщением аналогичных операций, выполняемых на чётких множествах:

1. *Логическая (максиминная) сумма множеств* $A \cup B$

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \cup \mu_B(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)],$$

где знак $\cup$ обозначает оператор $\max$.

2. *Логическое (максиминное) произведение множеств* $A \cap B$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cap \mu_B(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)],$$

где знак $\cap$ обозначает оператор $\min$. Для данных примера 8.1 множество

3. *Отрицание (дополнение) множества* A называется множество $\bar{A}$, с функцией принадлежности $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$.

В отличие от обычных множеств, где отрицание элементов, принадлежащих к множеству, даёт пустое множество, отрицание нечёткого множества определяет непустое множество, состоящее из элементов, функции принадлежности которых, также определены на интервале $[0,1]$.

4. *Операция концентрации множества* $A \text{ CON}_\alpha(A)$

$$\mu_{\text{CON}}(x) = [\mu_A(x)]^\alpha, \text{ где } \alpha > 1$$

Эта операция часто выполняется при действиях с лингвистическими переменными, в которых она отождествляется с интенсификатором «очень».

5. *Операция растяжения множества* $A \text{ DIL}(A)$

$$\mu_{\text{DIL}}(x) = [\mu_A(x)]^\alpha \text{ где } 0 < \alpha < 1.$$

Лингвистическое значение этой операции формулируется как «примерно» или «приблизительно».

6. *Алгебраическое (декартово) произведение нечётких множеств* $A \times B$

$$\mu_{A \times B}(x) = \mu_A(x) * \mu_B(x).$$

7. *Алгебраическая (декартова) сумма нечётких множеств* $A + B$

$$\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) * \mu_B(x).$$

8. *Ограниченное произведение двух нечётких множеств* $A \otimes B$

$$\mu_{A \otimes B}(x) = \max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}.$$

9. *Ограниченная сумма двух нечётких множеств* $A \oplus B$

$$\mu_{A \oplus B}(x) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}.$$

10. *Ограниченная разность двух нечётких множеств* $A \mid - B$

$$\mu_{A \mid - B}(x) = \max\{0, \mu_A(x) - \mu_B(x)\}.$$

При логическом (максиминном) и алгебраическом определении операций не будут выполняться законы противоречия и исключения третьего:

$$A \cap \bar{A} \neq \emptyset \text{ и } A \cup \bar{A} \neq \bigcup$$

а в случае ограниченных операций не будут выполняться свойства идемпотентности и дистрибутивности:

$$A \cup A \neq A, \quad A \cap A \neq A,$$

$$A \cup (B \cap C) \neq (A \cap B) \cup (A \cap C), \quad A \cap (B \cup C) \neq (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

Можно показать, что при любом построении операций объединения и пересечения в теории нечетких множеств приходится отбрасывать либо законы противоречия и исключения третьего, либо законы идемпотентности и дистрибутивности.

Пример. Пусть даны два нечётких множества A и B , определённые следующим образом:

$$A = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,7}{x_2}, \frac{0,5}{x_3}, \frac{0,1}{x_4} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{0,2}{x_1}, \frac{0,5}{x_2}, \frac{0,6}{x_3}, \frac{0,7}{x_4} \right\}$$

Применим к ним все рассмотренные операции:

$$A \cup B = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,7}{x_2}, \frac{0,6}{x_3}, \frac{0,7}{x_4} \right\};$$

$$A \cap B = \left\{ \frac{0,2}{x_1}, \frac{0,5}{x_2}, \frac{0,5}{x_3}, \frac{0,1}{x_4} \right\};$$

$$\overline{A} = \left\{ \frac{0}{x_1}, \frac{0,3}{x_2}, \frac{0,5}{x_3}, \frac{0,9}{x_4} \right\};$$

$$\overline{B} = \left\{ \frac{0,8}{x_1}, \frac{0,5}{x_2}, \frac{0,4}{x_3}, \frac{0,3}{x_4} \right\};$$

$$CON_2(A) = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,49}{x_2}, \frac{0,25}{x_3}, \frac{0,01}{x_4} \right\};$$

$$CON_2(B) = \left\{ \frac{0,04}{x_1}, \frac{0,25}{x_2}, \frac{0,36}{x_3}, \frac{0,49}{x_4} \right\};$$

$$DIL_{0,5}(A) = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,84}{x_2}, \frac{0,71}{x_3}, \frac{0,32}{x_4} \right\};$$

$$DIL_{0,5}(B) = \left\{ \frac{0,45}{x_1}, \frac{0,71}{x_2}, \frac{0,77}{x_3}, \frac{0,84}{x_4} \right\};$$

$$A \times B = \left\{ \frac{0,2}{x_1}, \frac{0,35}{x_2}, \frac{0,3}{x_3}, \frac{0,07}{x_4} \right\};$$

$$A + B = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,85}{x_2}, \frac{0,8}{x_3}, \frac{0,73}{x_4} \right\};$$

$$A \otimes B = \left\{ \frac{0,2}{x_1}, \frac{0,2}{x_2}, \frac{0,1}{x_3}, \frac{0}{x_4} \right\};$$

$$A \oplus B = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{1,0}{x_2}, \frac{1,0}{x_3}, \frac{0,8}{x_4} \right\};$$

$$A \mid B = \left\{ \frac{0,8}{x_1}, \frac{0,2}{x_2}, \frac{0}{x_3}, \frac{0}{x_4} \right\}.$$

Пример. Пусть A – нечеткое множество «от 5 до 8» и B – нечеткое множество «около 4», заданные своими функциями принадлежности (рис. 1.3).

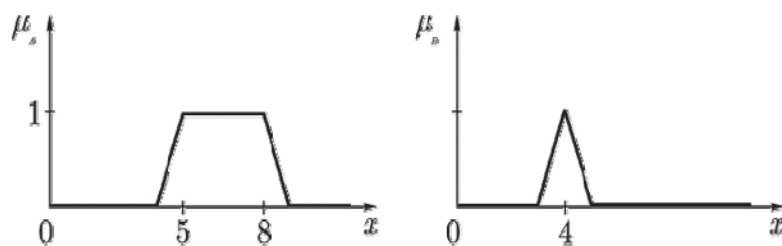


Рис. 1.3. Функции принадлежности нечетких множеств А и В

Тогда, используя логические (максиминные) операции, мы получим следующие множества, изображенные на рис. 1.4.

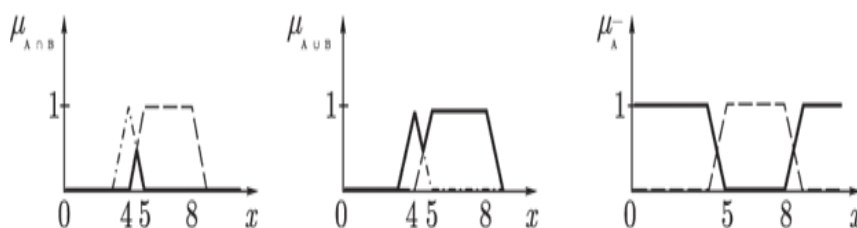


Рис. 1.4. Функции принадлежности нечетких множеств, полученных из А и В

Самостоятельно представьте графическую интерпретацию применения остальных рассмотренных операций к данным множествам.

1.5. Нечеткая и лингвистическая переменные

Понятие нечеткой и лингвистической переменных используется при описании объектов и явлений с помощью нечетких множеств.

Нечеткая переменная характеризуется тройкой $\langle \alpha, U, A \rangle$, где β – наименование переменной, U – универсальное множество (область определения α), A – нечеткое множество на U , описывающее ограничения (то есть $\mu_A(x)$) на значения нечеткой переменной α .

По сути нечеткая переменная – это именованное множество.

Лингвистической переменной называется картеж $\langle \beta, T, U, G, M \rangle$, где β – наименование лингвистической переменной, T – множество ее значений (терм-множество), представляющих собой наименования нечетких переменных, областью определения каждой из которых является множество U (множество T называется базовым терм-множеством лингвистической переменной), G – синтаксическая процедура, позволяющая оперировать элементами терм-множества T , в частности генерировать новые термы (значения), M – семантическая процедура, позволяющая превратить каждое новое значение лингвистической переменной, образуемое процедурой G , в нечеткую переменную, то есть сформировать соответствующее нечеткое множество.

Лингвистическую переменную можно определить как переменную, значениями которой являются не числа, а слова или предложения естественного (или формального) языка. Например, лингвистическая переменная «возраст» может принимать следующие значения: «очень молодой», «молодой», «среднего возраста», «старый», «очень старый» и др. Ясно, что переменная «возраст» будет обычной переменной, если ее значения – точные числа; лингвистической она становится, будучи использованной в нечетких рассуждениях человека.

Лингвистическая переменная, по сути, это совокупность нескольких нечетких переменных.

Пример. Пусть эксперт определяет толщину выпускаемого изделия с помощью понятий «малая толщина», «средняя толщина» и «большая толщина», при этом минимальная толщина равна 10 мм, а максимальная – 80 мм (рис. 1.5).

Формализация такого описания может быть проведена с помощью следующей лингвистической переменной $\langle \beta, T, U, G, M \rangle$, где

β – толщина изделия;

$T = \{\text{«малая толщина»}, \text{«средняя толщина»}, \text{«большая толщина»}\};$

$U = [10, 80];$

G – процедура образования новых термов с помощью связок *и*, *или* и модификаторов типа *очень*, *не*, *слегка* и др. Например: «малая или средняя толщина» (рис. 1.6), «очень малая толщина» и др.;

M – процедура задания на $X = [10, 80]$ нечетких подмножеств $A_1 = \text{«малая толщина»}$, $A_2 = \text{«средняя толщина»}$, $A_3 = \text{«большая толщина»}$, а также нечетких множеств для термов из $G(T)$ в соответствии с правилами трансляции нечетких связок и модификаторов *и*, *или*, *не*, *очень*, *слегка* и др.

Наряду с рассмотренными выше базовыми значениями лингвистической переменной «толщина» ($T = \{\text{«малая толщина»}, \text{«средняя толщина»}, \text{«большая толщина»}\}$) возможны значения, зависящие от области определения X . В данном случае значения лингвистической переменной «толщина изделия» могут быть определены как «около 20 мм», «около 50 мм», «около 70 мм», то есть в виде нечетких чисел.

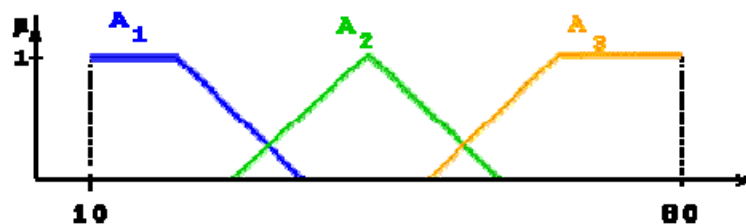


Рис. 1.5. Функции принадлежности нечетких множеств:
«малая толщина» = A_1 , «средняя толщина» = A_2 , «большая толщина» = A_3

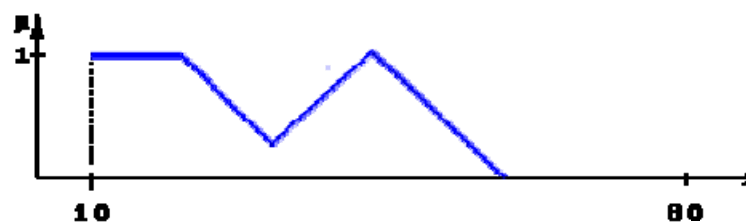


Рис. 1.6. Функция принадлежности
нечеткого множества «малая или средняя толщина» = $A_1 \cup A_2$

Пример.

β – дисциплина;

$T = \{\text{«Сложная дисциплина»}, \text{«Интересная дисциплина»}, \text{«Пригодится в будущей работе»}\};$

$U = [\text{«Программирование»}, \text{«Базы данных»}, \text{«Нечеткая логика»}, \text{«История»}]$ – множество дисциплин, изучаемых студентами направления «Бизнес-информатика»;

G – процедура перебора элементов базового терм-множества;

M – процедура экспертного опроса.

1.6. Нечеткие высказывания

Нечеткими высказываниями будем называть высказывания следующего вида:

1. Высказывание $\langle \beta \text{ есть } \beta' \rangle$, где β – наименование лингвистической переменной, β' – ее значение, которому соответствует нечеткое множество на универсальном множестве X .

Например, высказывание $\langle \text{давление большое} \rangle$ предполагает, что лингвистической переменной «давление» придается значение «большое», для которого на универсальном множестве X переменной «давление» определено соответствующее данному значению «большое» нечеткое множество.

2. Высказывание $\langle \beta \text{ есть } m \beta' \rangle$, где m – модификатор, которому соответствуют слова «очень», «более или менее», «много больше» и др.

Например: $\langle \text{давление очень большое} \rangle$, $\langle \text{скорость много больше средней} \rangle$ и др.

3. Составные высказывания, образованные из высказываний видов 1 и 2 и союзов *и*; *или*; *если... то...; если... то... иначе...*

Основным правилом вывода в традиционной логике является правило *modusponens*, согласно которому мы судим об истинности высказывания B по истинности высказываний A и $A \rightarrow B$.

Например, если A – высказывание $\langle \text{Иван в больнице} \rangle$, B – высказывание $\langle \text{Иван болен} \rangle$, то если истинны высказывания $\langle \text{Иван в больнице} \rangle$ и $\langle \text{Если Иван в больнице, то он болен} \rangle$, то истинно и высказывание $\langle \text{Иван болен} \rangle$.

Во многих привычных рассуждениях, однако, правило *modusponens* используется не в точной, а в приближенной форме. Так, обычно мы знаем, что A истинно и что $A^* \rightarrow B$, где A^* есть в некотором смысле приближение A . Тогда из $A^* \rightarrow B$ мы можем сделать вывод о том, что B приближенно истинно.

Нечеткая импликация выражается в следующем виде:

$$A \rightarrow B = \overline{A \cup B} \text{ и } \mu_{A \rightarrow B}(x) = \max \{1 - \mu_A(x), \mu_B(x)\}.$$

1.7. Основы нечеткого вывода

Используемый в различного рода экспертных и управляющих системах механизм нечетких выводов в своей основе имеет базу знаний, формируемую специалистами предметной области в виде совокупности нечетких правил следующего вида:

Π_1 : если x есть A_1 , то y есть B_1 ;

Π_2 : если x есть A_2 , то y есть B_2 ;

...

Π_n : если x есть A_n , то y есть B_n ,

где x – входная лингвистическая переменная (имя для известных значений данных); y – выходная лингвистическая переменная (имя для значения данных, которое будет вычислено); A_i, B_i – функции принадлежности (нечеткие подмножества), определенные соответственно на x и y ; « x есть A » – нечеткое высказывание, называемое *предпосылкой* правила; « y есть B » – нечеткое высказывание, называемое *заключением* правила.

Пример подобного правила:

Если *цена* **высокая**, то *спрос* **низкий**.

Здесь *цена* – входная переменная x ; *спрос* – выходное значение y ; **высокая**, **низкий** – функции принадлежности (нечеткие подмножества), определенные на множествах значений *цены* и *спроса* соответственно.

В нечетких управляющих системах все правила работают одновременно, но степень их влияния на результат различна. Поэтому основой функционирования нечетких управляющих систем является вычисление обобщенного результата, учитывающего влияние всех правил.

Процесс обработки нечетких правил вывода в управляющих системах состоит из четырех этапов:

1. *Введение нечеткости* (фазификация). Функции принадлежности, определенные на входных переменных, применяются к их фактическим значениям для определения степени истинности предпосылки каждого правила.

2. *Нечеткий вывод*. Вычисленное значение истинности для предпосылок каждого правила применяется к заключениям правил. Это дает нечеткое подмножество для переменной вывода каждого правила. В качестве правил логического вывода используются операции *min* (МИНИМУМ) или *prod* (ПРОИЗВЕДЕНИЕ). В логическом выводе МИНИМУМА функция принадлежности заключения правила «отсекается» по высоте, соответствующей вычисленной степени истинности предпосылки правила (см. рис. 1.7). В логическом выводе ПРОИЗВЕДЕНИЯ степень истинности предпосылки правила используется как коэффициент, на который умножаются значения функции принадлежности заключения правила (см. рис. 1.8).

3. *Композиция*. Все нечеткие подмножества, определенные для каждой переменной вывода (во всех правилах), объединяются вместе и формируют одно нечеткое подмножество для каждой переменной вывода. При таком объединении используется операция *max* (МАКСИМУМ) или *sum* (СУММА). При композиции МАКСИМУМ выполняется объединение функций принадлежности нечетких подмножеств $m_{1F}(x), m_{2F}(x), \dots, m_{nF}(x)$ по формуле (графическая интерпретация приведена на рис. 1.9):

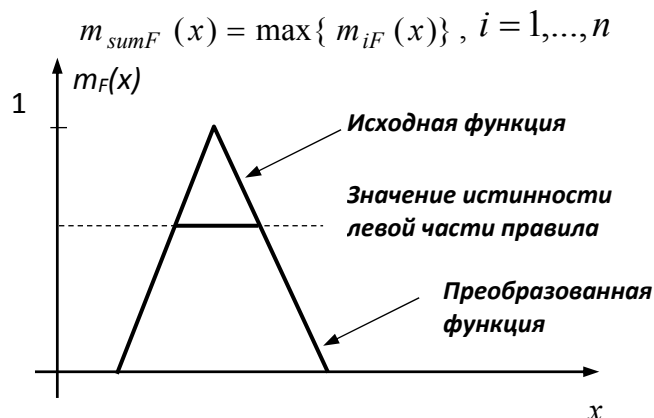


Рис. 1.7. Операция МИНИМУМА

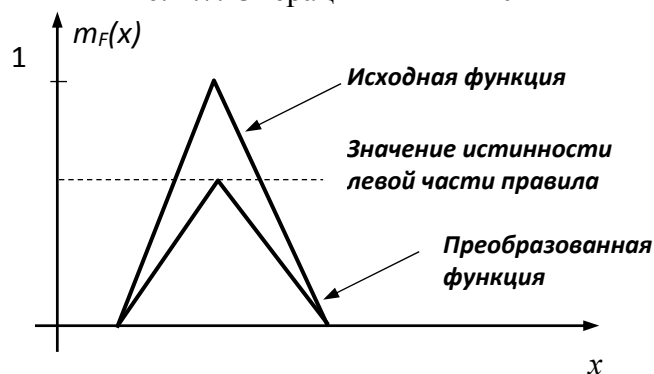


Рис. 1.8. Операция ПРОИЗВЕДЕНИЯ

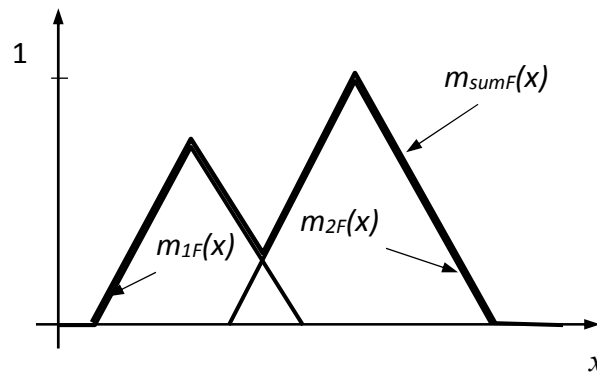


Рис. 1.9. Композиция МАКСИМУМ

При композиции СУММА выполняется суммирование значений всех функций принадлежности по формуле (графическая интерпретация приведена на рис. 1.10):

$$m_{sumF}(x) = \sum_{i=1}^n m_{iF}(x), i = 1, \dots, n$$

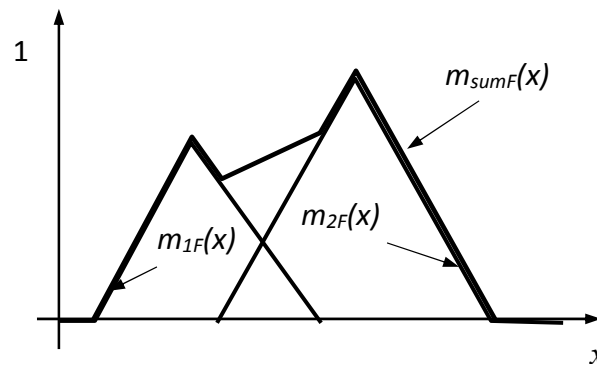


Рис.1.10. Композиция СУММА

4. *Приведение к четкости или скаляризация* (дефазификация) результата композиции, т.е. переход от нечеткого подмножества к скалярным значениям.

Скаляризация осуществляется различными способами. Чаще всего используется определение «центра тяжести» H функции принадлежности нечеткого подмножества

$\int_{[\underline{x}, \bar{x}]} \frac{m_F(x)}{x}$ по формуле (см. рис. 1.11):

$$H = \left(\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} x m_F(x) dx \right) / \left(\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} m_F(x) dx \right).$$

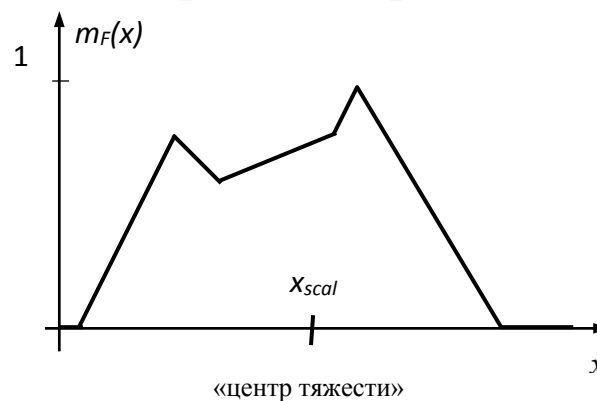


Рис. 1.11. Скаляризация методом «центра тяжести»

Другой способ скаляризации – использование максимального значения функции принадлежности (см. рис. 1.12). При этом используются три разновидности взятия максимума: наибольшего из максимумов (*LOM*), наименьшего из максимумов (*SOM*) и центра максимумов (*MOM*).

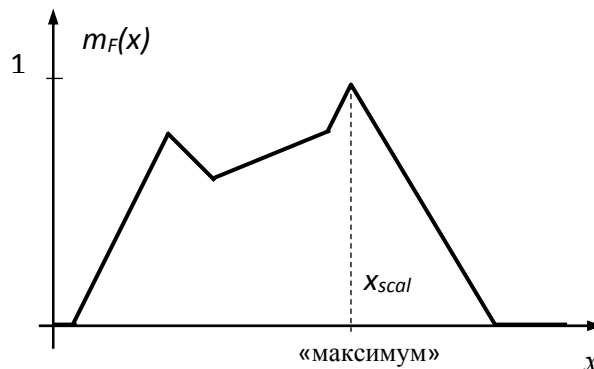


Рис. 1.12. Скаляризация методом «максимума»

Пример. Пусть некоторая система описывается следующими нечеткими правилами:

П₁: если x есть A , то w есть D ,

П₂: если y есть B , то w есть E ,

П₃: если z есть C , то w есть F ,

где x, y, z – имена входных переменных, w – имя переменной вывода, A, B, C, D, E, F – заданные функции принадлежности.

Процедура нечеткого логического вывода иллюстрируется рис. 1.13.

Предполагается, что входные переменные приняли некоторые конкретные (четкие) значения – x_0, y_0 и z_0 .

В соответствии с приведенными этапами обработки нечетких правил вывода, на этапе 1 для данных значений и исходя из функций принадлежности A, B, C , определяются степени истинности $\alpha(x_0), \alpha(y_0), \alpha(z_0)$ для предпосылок каждого из трех приведенных правил (см. рис. 1.13).

На этапе 2 происходит «отсекание» функций принадлежности заключений правил (т.е. D, E, F) на уровнях $\alpha(x_0), \alpha(y_0), \alpha(z_0)$.

На этапе 3 рассматриваются усеченные на втором этапе функции принадлежности и производится их объединение с использованием операции $\max$, в результате чего получается комбинированное нечеткое подмножество, описываемое функцией принадлежности $\mu_\Sigma(w)$ и соответствующее логическому выводу для выходной переменной w .

На этапе 4 определяется четкое значение выходной переменной, например, с применением метода «центра тяжести», т.е. четкое значение выходной переменной w_0 определяется как «центр тяжести» для кривой $\mu_\Sigma(w)$:

$$w_0 = \left(\int_{\Omega} w \mu_\Sigma(w) dw \right) / \left(\int_{\Omega} \mu_\Sigma(w) dw \right).$$

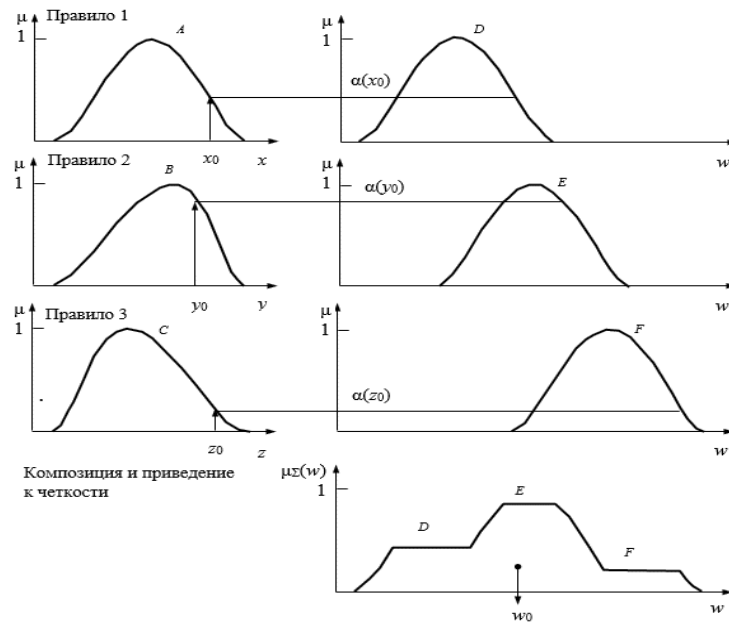


Рис. 1.13. Иллюстрация к процедуре нечеткого вывода

1.8. Алгоритмы нечеткого вывода

Рассмотрим наиболее часто используемые модификации алгоритма нечеткого вывода, полагая, для простоты, что база знаний включает два нечетких правила вида:

П₁: если x есть A_1 и y есть B_1 то z есть C_1 ,

П₂: если x есть A_2 и y есть B_2 то z есть C_2 ,

где x, y – имена входных переменных; z – имя переменной вывода; $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ – некоторые заданные функции принадлежности.

Необходимо определить четкое значение z_0 на основе указанных правил вывода и четких значений x_0, y_0 .

Алгоритм Мамдани. Данный алгоритм соответствует рассмотренному примеру и рис. 1.14. Математически он может быть описан следующим образом.

1. Нечеткость: определяются степени истинности для предпосылок каждого правила: $A_1(x_0), A_2(x_0), B_1(y_0), B_2(y_0)$.

2. Нечеткий вывод: определяются уровни «отсечения» для предпосылок каждого из правил с использованием операции МИНИМУМ:

$$\alpha_1 = A_1(x_0) \wedge B_1(y_0), \alpha_2 = A_2(x_0) \wedge B_2(y_0),$$

где через « $\wedge$ » обозначена операция взятия минимума ($\min$), затем вычисляются «усеченные» функции принадлежности

$$C_1'(z) = \alpha_1 \wedge C_1(z), C_2'(z) = \alpha_2 \wedge C_2(z).$$

3. Композиция: с использованием операции МАКСИМУМ ($\max$, далее обозначаемой как « $\vee$ ») производится объединение найденных усеченных функций, в результате определяется итоговое нечеткое подмножество для переменной вывода с функцией принадлежности:

$$\mu_\Sigma(z) = C(z) = C_1'(z) \vee C_2'(z) = (\alpha_1 \wedge C_1(z)) \vee (\alpha_2 \wedge C_2(z))$$

4. Приведение к четкости: для нахождения z_0 вычисляется центр тяжести $\mu_\Sigma(z)$.

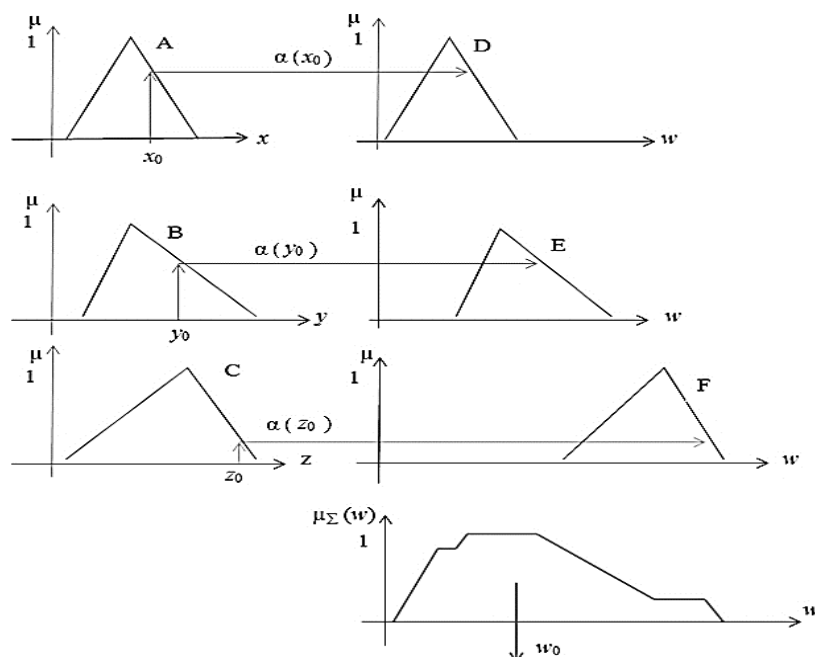


Рис.1.14. Иллюстрация к алгоритму Мамдани

Алгоритм Цукамото. Исходные посылки – как у предыдущего алгоритма, но в данном случае предполагается, что функции $C_1(z)$ и $C_2(z)$ являются монотонными. Алгоритм включает следующие шаги:

1. Первый этап такой же, как в алгоритме Мамдани.
2. На втором этапе сначала определяются (как в алгоритме Мамдани) уровни «отсечения» α_1 и α_2 , затем в результате решения уравнений

$$\alpha_1 = C_1(z_1), \quad \alpha_2 = C_2(z_2)$$

вычисляются четкие значения (z_1 и z_2) для каждого из исходных правил.

3. Определяется четкое значение переменной вывода как взвешенное среднее z_1 и z_2 :

$$z_0 = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

В случае n нечетких множеств используется следующая формула:

$$z_0 = \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i z_i \right) / \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i \right).$$

Пример. Пусть имеем $A_1(x_0) = 0,7$, $A_2(x_0) = 0,6$, $B_1(y_0) = 0,3$, $B_2(y_0) = 0,8$.

Степени истинности предпосылок правил определяются следующим образом:

$$\alpha_1 = \min(A_1(x_0), B_1(y_0)) = \min(0,7; 0,3) = 0,3,$$

$$\alpha_2 = \min(A_2(x_0), B_2(y_0)) = \min(0,6; 0,8) = 0,6.$$

и значения $z_1 = 8$ и $z_2 = 4$ вычисляются в результате решения уравнений

$$C_1(z_1) = 0,3, \quad C_2(z_2) = 0,6.$$

При этом четкое значение переменной вывода (см. рис. 8)

$$z_0 = (8 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,6) / (0,3 + 0,6) = 5,33.$$

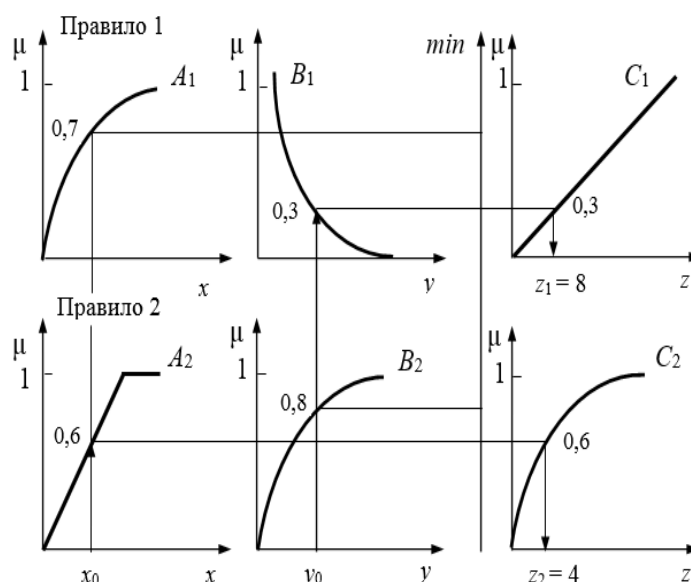


Рис.1.15. Иллюстрация к алгоритму Цукamoto

Алгоритм Сугено. Алгоритм Сугено использует набор нечетких правил следующего вида:

П1: если x есть A_1 и y есть B_1 то $z_1 = a_1x + b_1y$,

П2: если x есть A_2 и y есть B_2 то $z_2 = a_2x + b_2y$.

Алгоритм включает следующие шаги.

1. Первый шаг такой же, как в алгоритме Мамдани.

2. На втором шаге вычисляются $\alpha_1 = A_1(x_0) \wedge B_1(y_0)$, $\alpha_2 = A_2(x_0) \wedge B_2(y_0)$ и индивидуальные выходы правил:

$$z_1^* = a_1x_0 + b_1y_0, \quad z_2^* = a_2x_0 + b_2y_0.$$

3. На третьем шаге определяется четкое значение переменной вывода по формуле:

$$z_0 = \frac{\alpha_1 z_1^* + \alpha_2 z_2^*}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

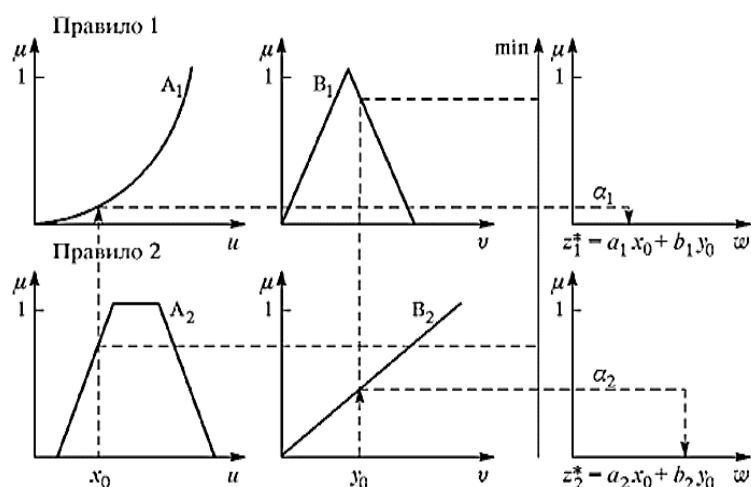


Рис.1.16. Иллюстрация к алгоритму Сугено

Алгоритм Ларсена. В этом алгоритме нечеткий вывод выполняется с использованием операции ПРОИЗВЕДЕНИЯ. Алгоритм включает следующие шаги.

1. Первый этап такой же, как в алгоритме Мамдани.

2. На втором этапе сначала определяются (как в алгоритме Мамдани) уровни «отсечения» α_1 и α_2 :

$$\alpha_1 = A_1(x_0) \wedge B_1(y_0), \alpha_2 = A_2(x_0) \wedge B_2(y_0),$$

а затем – нечеткие подмножества $\alpha_1 C_1(z)$, $\alpha_2 C_2(z)$.

3. Вычисляется обобщенное нечеткое подмножество с функцией принадлежности $\mu_{\Sigma}(z) = C(z) = (\alpha_1 C_1(z)) \vee (\alpha_2 C_2(z))$.

В случае n правил $\mu_{\Sigma}(z) = C(z) = \bigvee_{i=1}^n (\alpha_i C_i(z))$.

4. Выполняется приведение к четкости методом центра тяжести.

Алгоритм Ларсена иллюстрирует рис. 1.17.

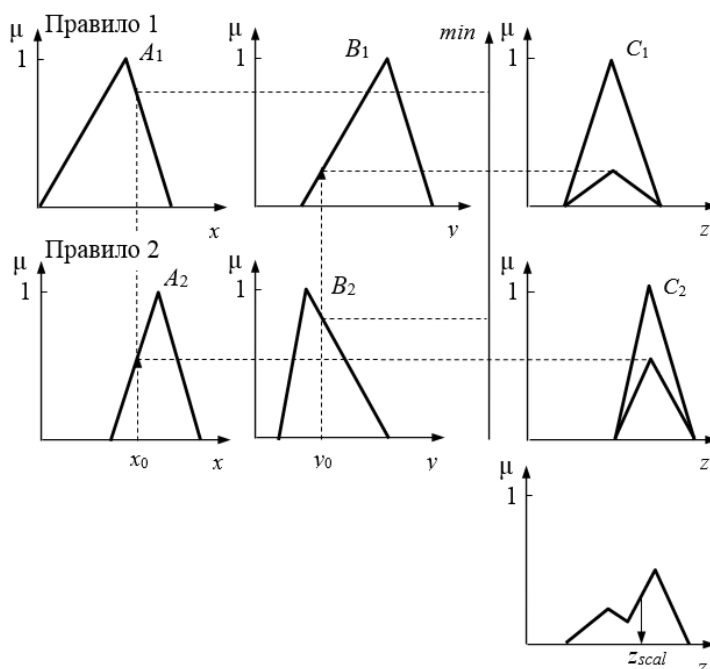


Рис. 1.17. Иллюстрация к алгоритму Ларсена

1.9. Применение нечеткой логики

Когда только появилась теория нечеткой логики, в научных журналах можно было найти статьи, посвященные ее возможным областям применения. По мере продвижения разработок в данной области число практических применений для нечеткой логики начало быстро расти. В настоящее время нечеткие технологии становятся все более актуальными среди представителей самых различных профессий. Существует несколько причин, на основании которых отдают предпочтение применению систем именно с нечеткой логикой:

- эта логика концептуально легче для понимания;
- нечеткая логика - гибкая система и устойчива к неточным входным данным;
- она может моделировать нелинейные функции произвольной сложности;
- в данной логике учитывается опыт специалистов-экспертов;
- нечеткая логика основана на естественном языке человеческого общения.

Системы, основанные на нечеткой логике, разработаны и успешно внедрены в таких областях, как управление технологическими процессами, управление транспортом, управление бытовой техникой, медицинская и техническая диагностика, финансовый менеджмент, финансовый анализ, биржевое прогнозирование, распознавание образов, исследование рискованных и критических операций, прогнозирование землетрясений, составление автобусных расписаний, климатический контроль в зданиях.

Многие современные задачи управления просто не могут быть решены классическими методами из-за очень большой сложности математических моделей, их описывающих.

Коротко перечислим отличительные особенности fuzzy-систем по сравнению с прочими:

- возможность оперировать входными данными, заданными нечетко: например, непрерывно изменяющиеся во времени значения (динамические задачи), значения, которые невозможно задать однозначно (результаты статистических опросов, рекламные компании и т.д.);

- возможность нечеткой формализации критериев оценки и сравнения: оперирование критериями «большинство», «возможно», «предпочтительно» и т.д.;

- возможность проведения качественных оценок как входных данных, так и выводимых результатов: вы оперируете не только собственными значениями данных, но их степенью достоверности (не путать с вероятностью!) и ее распределением;

- возможность проведения быстрого моделирования сложных динамических систем и их сравнительный анализ с заданной степенью точности: оперируя принципами поведения системы, описанными fuzzy-методами, во-первых, вы не тратите много времени на выяснение точных значений переменных и составление уравнений, которые их описывают, во-вторых, можете оценить разные варианты выходных значений.

Использование аппарата нечеткой логики рекомендуется:

- для очень сложных процессов, когда не существует простой математической модели;
- для нелинейных процессов высоких порядков;
- если должна производиться обработка (лингвистически сформулированных) экспертных знаний.

Использование аппарата нечеткой логики не рекомендуется, если:

- приемлемый результат может быть получен с помощью общей теории управления;
- уже существует формализованная и адекватная математическая модель;
- проблема не разрешима.

Ниже перечислено несколько примеров применения нечеткой логики:

- Автоматическое управление воротами плотины на гидроэлектростанциях(TokioElectricPow.);
- Упрощенное управление роботами(Hirota, FujiElectric, Toshiba, Omron);
- Наведение телекамер при трансляции спортивных событий (Omron);
- Замена экспертов при анализе работы биржи(Yamaichi, Hitachi);
- Предотвращение нежелательных температурных флуктуаций в системах кондиционирования воздуха(Mitsubishi, Sharp);
- Эффективное и стабильное управление автомобильными двигателями(Nissan);
- Управление экономичной скоростью автомобилей(Nissan, Subaru);
- Улучшение эффективности и оптимизация промышленных систем управления(Apronix, Omron, Meiden, Sha, Micom, Mitsubishi, Nisshin-Denki, Oku-Electronics);

- Позиционирование приводов в производстве полупроводников wafer-steppers(Canon);
- Оптимизированное планирование автобусных расписаний(Toshiba, Nippon-System, Keihan-Express);
- Системы архивации документов(MitsubishiElec.);
- Системы прогнозирования землетрясений(Inst. of Seismology Bureau of Metrology, Japan);
- Медицина: диагностика рака (KawasakiMedicalSchool);
- Сочетание методов нечеткой логики и нейронных сетей(Matsushita);
- Распознавание рукописных символов в карманных компьютерах (записных книжках)(Sony);
- Распознавание движения изображения в видеокамерах(Canon, Minolta);
- Автоматическое управление двигателем пылесосов с автоматическим определением типа поверхности и степени засоренности (Matsushita);
- Управление освещенностью в камкодерах(Sanyo);
- Компенсация вибраций в камкодерах(Matsushita);
- Однокнопочное управление стиральными машинами(Matsushita, Hitachi);
- Распознавание рукописных текстов, объектов, голоса (CSK, Hitachi, HosaiUniv., Ricoh);
- Вспомогательные средства полета вертолетов(Sugeno);
- Моделирование судебных процессов(MeihiGakuinUniv, NagoyUniv.);
- САПР производственных процессов (Apronix, Harima, Ishikawajima-OC Engeneering);
- Управление скоростью линий и температурой при производстве стали(KawasakiSteel, New-NipponSteel, NKK);
- Управление метрополитенами для повышения удобства вождения, точности остановки и экономии энергии (Hitachi);
- Оптимизация потребления бензина в автомобилях(NOK, NipponDenkiTools).
- Повышение чувствительности и эффективности управления лифтами(Fujitec, Hitachi, Toshiba);
- Повышение безопасности ядерных реакторов(Hitachi, Bernard, NuclearFueldiv.).

1.10. Инструментальные средства поддержки нечеткой логики

Все инструментальные средства, поддерживающие нечеткую логику, можно условно разделить на четыре класса: математические и электронные таблицы общего назначения (при этом среда не дает никаких дополнительных возможностей, и пользователь сам должен прописывать алгоритмы вычислений, например Mathcad, Matlab); надстройки к программным средствам выделенного нами первого класса программного обеспечения (предоставляются специальные инструменты работы с нечеткими множествами и нечеткой логикой, например, FuzzyLogicToolboxforMatLab фирмы SoftLine, FlexToolforMatlab компании СунарSys); универсальные программные средства, поддерживающие нечеткую логику (например, FuziCalc фирмы FuziWare, FuzzyTECH разработчик InformSoftware, Deductor компании BaseGroup, CubiCalc фирмы HyperLogic); специализированные программные средства (решающие задачи для конкретных областей, например, Триумф-Аналитика фирмы «Парус», ArcGIS 10 американской компании ESRI).

Ниже рассмотрим инструментальные средства второго и третьего класса.

FuziCalc фирмы FuziWare - это электронная таблица, позволяющая работать как с точными числовыми значениями, так и с приблизительными, «нечеткими» величинами. Пакет FuziCalc успел завоевать популярность как недорогой инструмент, позволяющий проводить быстрые (прикидочные) расчеты в различных областях бизнеса и получать результаты с вполне приемлемой степенью точности. Основанный на нетрадиционных принципах (многозначной логике) и ориентированный на широкий круг пользователей, не искушенных в современной математике и программировании, пакет абсолютно уникален, так как позволяет работать с нечетко определенными данными очень просто, как с обычными числами. Программа позволяет хранить в ячейках таблицы не только числа, но и образы нечетких множеств, некоторые распределения чисел, легко вводимые с помощью всплывающих окон. Оперировать с ними можно так же, как с обычными числами, - складывая, вычитая и умножая ячейки таблицы друг на друга или на числа. Есть возможность вычисления функции от ячеек, подобно тому, как что делается с числами в традиционных популярных электронных таблицах - Excel или Quattro. Сейчас в России доступен гораздо более мощный (и более дорогой) программный продукт, основанный на нечеткой логике - CubiCalc.

Пакет **CubiCalc** хорошо известен специалистам, занимающимся задачами динамического управления. Эффективность применения CubiCalc в данных задачах такова, что министерство обороны США до недавнего времени накладывало жесткие ограничения на распространение этого пакета с целью того, чтобы новые американские технологии не повышали чужой военно-промышленный потенциал. Также с помощью CubiCalc успешно решаются задачи динамического управления в финансовом планировании, управления технологическими процессами, моделирования экономических процессов с постоянно изменяющимися параметрами, сравнительно-оценочные задачи. CubiCalc представляет собой своего рода экспертную систему, в которой пользователь задает набор правил типа «если – то», а система пытается на основе этих правил адекватно реагировать на изменение ситуации. Вводимые правила содержат нечеткие величины, т.е. имеют вид «если X принадлежит A, то Y принадлежит B», где A и B - нечеткие множества. Например: «Если этому жулику удастся сохранить популярность в регионах, то его шансы на выборах будут весьма высоки». Здесь использованы два нечетких термина - «популярность» и «вероятность избрания», которые практически невозможно задать точным значением, но сравнительно легко отобразить функцией распределения. И аппарат нечеткой логики, заложенный в CubiCalc, дает вам изумительную возможность впоследствии оперировать этими понятиями как точными и строить на их основе целые логические системы, не заботясь о нечеткой природе исходных определений.

FuzzyTECH - пакет программ для работы решений на базе нечеткой логики и нейросистем задач автоматического управления компании INFORM GmbH и InformSoftwareCorp. был разработан довольно, получивший название. Этот пакет программ является средством моделирования и оптимизации проектов создания нечетких систем управления на базе микроконтроллеров, он также является генератором ассемблерного кода, поддерживающим большое количество современного оборудования. Основными шагами разработки программ на FuzzyTECH являются: формализация поставленной задачи - определение лингвистических переменных, сопоставление термов с конкретными физическими значениями; разработка базы правил, определяющей стратегию управления - задание метода дефаззификации выходных данных; оптимизация разработанной системы в режиме off-line - интерактивный анализ поведения системы с использованием заранее подготовленных данных при помощи программной модели объекта управления; оптимизация в режиме on-line - подключение созданной системы управления к реальному объекту и оптимизация различных компонентов системы в реальных условиях; т. к. в модели объекта управления невозможно учесть все тонкости процесса, то данный режим отладки весьма важен при создании систем управления; реализация - на этом этапе выбирается

вариант генерируемого кода в зависимости от потребностей. Полученный код для микроконтроллера может быть связан с основной программой либо записан в ПЗУ системы управления. В FuzzyTECH реализованы некоторые методы структурной адаптации нечеткой модели, или методы генерации нечетких правил «Если-То». Один из них заключается в том, что вначале формируется полная база нечетких правил и каждому из них приписывается коэффициент важности, сначала случайный. Далее выбирается один из четырех методов обучения (RealMethod, RandomMethod, Batch_Learn, Batch_Random) в ходе которого уточняются коэффициенты важности. При коэффициенте важности, близким к нулю, правило предлагается удалить, но окончательный выбор все же остается за исследователем. Стоит отметить, что предписывание правилам коэффициентов важности противоречит идеологии нечетких систем, в которой предполагается, что все правила одинаковы по весу. Такой подход более близок к гибридным нейро-нечетким системам, в которых роль коэффициентов важности нечетких правил играют весовые коэффициенты нейронов. Вторым методом, доступным в FuzzyTECH, использует генетический алгоритм для оптимизации числа термов для каждой переменной системы, при этом используются типовые формы функций принадлежности и симметричное нечеткое разбиение. Недостатком данного метода является большая размерность задачи, экспоненциально возрастающая при увеличении числа переменных системы. Кроме того, задача оптимизации числа термов является менее важной, чем задача генерации набора правил из экспериментальных данных.

Пакет **FuzzyLogicToolboxforMatLab** обладает более широкими возможностями по сравнению с FuzzyTECH для аппроксимации нелинейных зависимостей адаптивными нечеткими моделями [4]. Важным плюсом является тот факт, что математическая среда MatLab популярна в СНГ и имеется достаточное количество документации и информационных источников по ее применению. Основные функции и алгоритмы в расширении FuzzyLogicToolbox реализованы для механизма вывода Сугено (TSK). Предоставляется возможность работы как с дескриптивными, так и с аппроксимативными правилами в форме TSK. Обучение нечеткой модели проводится в два этапа. На первом этапе генерация правил и нахождение границ термов проводится на основе метода субтрактивной кластеризации. На втором этапе используется технология AN-FIS (AdaptiveNetwork-basedFuzzyInferenceSystem) – итерационная процедура для настройки функций принадлежности методом обратного распространения ошибки. Обучение моделей Мамдани в данном пакете не предусмотрено, не поддерживается и работа с аппроксимативными правилами в форме Мамдани. С применением дополнительного пакета OptimizationToolbox можно провести адаптивную настройку функций принадлежности по Мамдани, но нечеткие правила необходимо задать самостоятельно. Возможность применения эволюционных вычислений и генетических алгоритмов в методах настройки адаптивных нечетких моделей в FuzzyLogicToolbox также отсутствует. Эта возможность доступна в другом пакете расширения для MatLab – пакете FlexTool компании CynapSys.

FlexToolforMatLab компании CynapSys – единственный из широко известных коммерческих пакетов, в котором имеется возможность полной генетической настройки всех частей нечеткой модели. На выбор исследователю предлагается три типа функций принадлежности (треугольная, трапецеидальная и гауссова), 10 способов нечеткой импликации (по Заде, Мамдани, Лукасевичу, Клене-Диенесу и др.), 19 способов суперпозиции нечетких множеств (включая такие редкие, как Дюбуа, Домби, Ягера и др.), 8 методов дефазификации и два механизма вывода – Мам-дани и Сугено. Такое разнообразие нечетких моделей для адаптивного нечеткого вывода более чем достаточное, поскольку на практике используют, как правило, импликацию в виде минимума и суперпозицию операций максимума или произведения. Адаптивная нечеткая модель способна настроиться под конкретный способ дефазификации, поэтому критерием выбора того или иного способа должна служить его наименьшая вычислительная сложность. Для обучения модели на

экспериментальных данных есть возможность выбора из трех типов генетического алгоритма – стандартный ГА, микро-ГА (Micro-GA) и устойчивый ГА (SteadyState GA).

FisPro (FuzzyInferenceSystemProfessional) – это свободно распространяемое профессиональное программное обеспечение для проектирования, разработки и тестирования систем нечеткого вывода, базирующихся на математическом аппарате нечеткой логики. Данный программный продукт был разработан французской компанией Semagref для широкого использования в научной и профессиональной деятельности. FisPro обладает широкими возможностями для создания и моделирования работы систем нечеткого вывода, включая возможности автоматического обучения систем и создания баз нечетких правил. К числу достоинств этого программного продукта можно отнести и наличие интуитивно понятного интерфейса.

Большинство перечисленных пакетов программ имеют полнофункциональный пользовательский интерфейс, развитые средства импорта/экспорта данных. Классифицировать пакеты нечеткой логики по их возможностям можно на следующие группы.

1. Программное обеспечение для генерации кода для микроконтроллеров, работающих на нечетких алгоритмах. Как правило, код генерируется на языке С или языке ассемблера.

2. Пакеты, позволяющие строить экспертные системы на основе нечеткой логики. Другими словами, нечеткие правила и функции принадлежности задаются экспертами предметной области. Во всех пакетах исследователю предоставляется возможность выбора вида функций принадлежности (треугольная, трапециевидная, гауссова и др.), механизма нечеткого вывода (Мамдани, Сугено, Цукamoto, Ларсена), способа композиции и приведения к четкости. Работа с пакетами облегчается графическим отображением мнемосхем нечетких моделей, поверхностей отклика и других зависимостей [3].

3. Пакеты, позволяющие строить аппроксиматоры зависимостей и системы классификации на основе адаптивных моделей нечеткого вывода.

Проведенный обзор известных пакетов программ для нечеткого моделирования показал, что большинство из них ориентированы на построение нечетких экспертных систем, когда параметры функций принадлежности и правила задаются экспертом, так только в одном пакете используются генетические алгоритмы для формирования нечеткой модели. Методы построения (обучения) адаптивных нечетких моделей являются более сложными и трудоемкими, чем методы других интеллектуальных моделей. Основные трудности связаны с генерацией базы нечетких правил и корректировкой формы функций принадлежности. В настоящий момент не существует какого-либо одного общепризнанного метода обучения нечетких моделей, поэтому актуальной задачей является разработка и поиск новых, эффективных методов. Таким образом, видимо, наиболее перспективное направление исследований лежит в использовании генетических алгоритмов для обучения нечетких моделей.

2. ТЕСТ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ

1. Кто заложил основы теории нечетких множеств?

- a) И. Мамдани;
- b) М. Блэк;
- c) Л. Заде;
- d) Б. Коско;
- e) нет правильного ответа.

2. Какие значения может принимать функция принадлежности?

- a) $[0, \infty]$;
- b) $[-\infty, +\infty]$;
- c) $[0, 1]$;
- d) нет правильного ответа.

3. Множество точек, для которых значение функция принадлежности равно 1, называется:

- a) носителем;
- b) ядром;
- c) α -срезом;
- d) точками перехода..

4. Множество точек, для которых значение функция принадлежности равно 0,5, называется:

- a) носителем;
- b) ядром;
- c) α -срезом;
- d) точками перехода.

5. Множество точек, для которых значение функция принадлежности строго больше 0, называется:

- a) носителем;
- b) ядром;
- c) α -срезом;
- d) точками перехода.

6. Какая формула определяет объединение нечетких множеств A и B?

- a) $\min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$;
- b) $\max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$;
- c) $\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$;
- d) нет правильного ответа.

7. Какая формула определяет декартово произведение нечетких множеств A и B?

- a) $\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$;
- b) $\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$;
- c) $\max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$;
- d) $\min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$.
- e) нет правильного ответа

8. Какая формула определяет ограниченную сумму нечетких множеств A и B?

- a) $\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$;
- b) $\max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$;
- c) $\min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$;
- d) нет правильного ответа.

9. Какая формула определяет алгебраическую сумму нечетких множеств A и B?

- a) $\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$;

- b) $\max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$;
- c) $\min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$;
- d) нет правильного ответа.

10. В случае ограниченных операций не будут выполняться:

- a) $A \cap \bar{A} \neq 0, A \cup \bar{A} \neq U$;
- b) $A \cup A \neq A, A \cap A \neq A$;
- c) $A \cup (B \cap C) \neq (A \cap B) \cup (A \cap C), A \cap (B \cup C) \neq (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
- d) нет правильного ответа.

11. На рис.1.18. показаны графики функции принадлежности нечетких множеств

μ_A – «Высокий рост» и μ_B – «Средний рост».

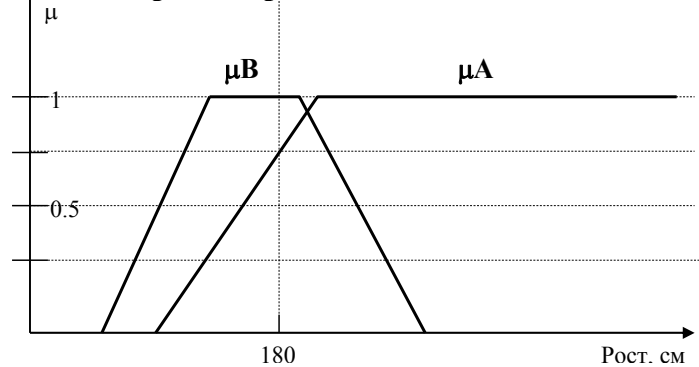


Рис.1.18. μ_A – «Высокий рост» и μ_B – «Средний рост»

Определить степень принадлежности человека ростом 180 см к первому ($\mu_A/180$)

и второму ($\mu_B/180$) множествам:

- a) $\mu_A/180 = \mu_B/180 = \min\{0.75; 1\}$;
- b) $\mu_A/180 = \mu_B/180 = \max\{0.75; 1\}$;
- c) $\mu_A/180 = \mu_B/180 = 0.5 * (\mu_A/180 + \mu_B/180) = 0.875$;
- d) $\mu_A/180 = 0.75, \mu_B/180 = 1$;
- e) нет правильного ответа.

12. Определить по рис.1.18. степень принадлежности человека ростом 180 см

множеству «Высокий или средний рост» как $A \cup B$:

- a) 0,75;
- b) 1;
- c) 0;
- d) 0,25.

13. Определить по рис.1.18. степень принадлежности человека ростом 180 см

множеству «Высокий и средний рост» как $A \times B$:

- a) 0,75;
- b) 1;
- c) 0;
- d) 0,25.

14. Определить по рис.1.18. степень принадлежности человека ростом 180 см

множеству «Не высокий рост» $\bar{A}$:

- a) 0,75;
- b) 1;
- c) 0;
- d) 0,25.

15. Определить по рис.1.18. степень принадлежности человека ростом 180 см множеству «Высокий и средний рост» как $A \otimes B$:

- a) 0,75;
- b) 1;
- c) 0;
- d) 0,25.

16. Пусть $\mu_A(u)$, $\mu_B(u)$ – функции принадлежности нечетких множества A и B на универсальном множестве U. Пусть также C – нечеткое множество с функцией принадлежности $\mu_C(u)$, которое является объединением A и B. Определить значение принадлежности $u \in U$ нечеткому множеству C, если $\mu_A(u)=0.5$ и $\mu_B(u) = 0$:

- a) $\mu_C(u) = \max\{\mu_B(u), \mu_A(u)\} = 0.5$;
- b) $\mu_C(u) = \min\{\mu_B(u), \mu_A(u)\} = 0$;
- c) $\mu_C(u) = 1 - \min\{\mu_B(u), \mu_A(u)\} = 1$;
- d) нет правильного ответа.

17. Пусть $\mu_A(u)$, $\mu_B(u)$ – функции принадлежности нечетких множества A и B на универсальном множестве U. Пусть также C – нечеткое множество с функцией принадлежности $\mu_C(u)$, которое является пересечением A и B. Определить значение принадлежности $u \in U$ нечеткому множеству C, если $\mu_A(u)=0.5$ и $\mu_B(u) = 0$:

- a) $\mu_C(u) = \max\{\mu_B(u), \mu_A(u)\} = 0.5$;
- b) $\mu_C(u) = \min\{\mu_B(u), \mu_A(u)\} = 0$;
- c) $\mu_C(u) = 1 - \max\{\mu_B(u), \mu_A(u)\} = 0.5$;
- d) $\mu_C(u) = 1 - \min\{\mu_B(u), \mu_A(u)\} = 1$.

18. Оперирует с монотонными функциями алгоритм:

- a) Мамдани;
- b) Ларсена;
- c) Цукамото;
- d) Сугено.

19. Оперирует с нечеткими правилами вида П1: если x есть A1 и y есть B1 то $z_1 = a_1x + b_1y$, П2: если x есть A2 и y есть B2 то $z_2 = a_2x + b_2y$ алгоритм:

- a) Мамдани;
- b) Ларсена;
- c) Цукамото;
- d) Сугено.

20.
$$H = \left(\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} x m_F(x) dx \right) / \left(\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} m_F(x) dx \right)$$
 Формула определяет способ дефаззификации:

- a) методом «центра тяжести»;
- b) методом первого минимума;
- c) методом первого максимума;
- d) методом наибольшего из максимумов.

3. ПРАКТИКУМ

Практическое задание 1

На универсальном множестве $U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ дано нечёткое множество A .

1. Найти:

- b) Носитель нечёткого множества ;
- c) Ядро нечёткого множества ;
- d) Высоту нечёткого множества;
- e) Точки перехода ;
- f) α –уровневое подмножество ;

1. Привести нечеткое множество к нормальности (если оно не обладает свойством нормальности).

Варианты задания:

- 1. $A = \left\{ \frac{0,3}{a}; \frac{0,7}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0}{f}; \frac{0,7}{g} \right\};$
- 2. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{0,9}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0,1}{f}; \frac{0,7}{g} \right\};$
- 3. $A = \left\{ \frac{0,3}{a}; \frac{0,2}{b}; \frac{0}{c}; \frac{0,5}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0}{f}; \frac{0,7}{g} \right\};$
- 4. $A = \left\{ \frac{0}{a}; \frac{0,7}{b}; \frac{0,1}{c}; \frac{1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0}{f}; \frac{1}{g} \right\};$
- 5. $A = \left\{ \frac{0,4}{a}; \frac{0,5}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,4}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0,5}{f}; \frac{0,7}{g} \right\};$
- 6. $A = \left\{ \frac{0}{a}; \frac{0,6}{b}; \frac{0,1}{c}; \frac{0,2}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0,3}{f}; \frac{0,7}{g} \right\};$
- 7. $A = \left\{ \frac{0,4}{a}; \frac{0,1}{b}; \frac{0,1}{c}; \frac{0,9}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0,7}{f}; \frac{0,7}{g} \right\};$
- 8. $A = \left\{ \frac{0,1}{a}; \frac{0}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0,2}{f}; \frac{0,9}{g} \right\};$
- 9. $A = \left\{ \frac{0,3}{a}; \frac{0,7}{b}; \frac{0,3}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,7}{e}; \frac{0}{f}; \frac{0,7}{g} \right\};$
- 10. $A = \left\{ \frac{0,1}{a}; \frac{0,3}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0,5}{f}; \frac{0,1}{g} \right\};$
- 11. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{0,8}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0,9}{f}; \frac{0,1}{g} \right\};$
- 12. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{0,7}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0}{f}; \frac{0,9}{g} \right\};$
- 13. $A = \left\{ \frac{0,8}{a}; \frac{0,1}{b}; \frac{0,2}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,5}{e}; \frac{0}{f}; \frac{0,3}{g} \right\};$
- 14. $A = \left\{ \frac{0,7}{a}; \frac{0,2}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,7}{g} \right\};$
- 15. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$

Практическое задание 2

На универсальном множестве $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ даны нечёткие множества A, B . Применить все рассмотренные операции над нечеткими множествами. Привести графическое представление операций.

Варианты задания:

- 1. $A = \left\{ \frac{0,3}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,5}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,9}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,3}{g} \right\}.$
- 2. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,3}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,2}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$
- 3. $A = \left\{ \frac{0,2}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,5}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,9}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,7}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,6}{g} \right\}.$
- 4. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,3}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,9}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,5}{g} \right\}.$

5. $A = \left\{ \frac{0,2}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,5}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,5}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,4}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$
6. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,1}{c}; \frac{0,3}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0,1}{f}; \frac{1}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,9}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,2}{g} \right\}.$
7. $A = \left\{ \frac{0,3}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0}{d}; \frac{0,5}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,8}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,5}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$
8. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,4}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,7}{g} \right\}.$
9. $A = \left\{ \frac{0,3}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,5}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,3}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$
10. $A = \left\{ \frac{0,2}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,5}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{0,1}{f}; \frac{0}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{0}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,1}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$
11. $A = \left\{ \frac{0,3}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,7}{g} \right\}.$
12. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,3}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,2}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{0}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,4}{d}; \frac{0,9}{e}; \frac{0,8}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$
13. $A = \left\{ \frac{0,3}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,8}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,7}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$
14. $A = \left\{ \frac{0,2}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,5}{c}; \frac{1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0,1}{e}; \frac{0,2}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$
15. $A = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,4}{c}; \frac{0,1}{d}; \frac{0,2}{e}; \frac{1}{f}; \frac{0,3}{g} \right\}; B = \left\{ \frac{0,5}{a}; \frac{1}{b}; \frac{0,3}{c}; \frac{0,7}{d}; \frac{0}{e}; \frac{0}{f}; \frac{0,1}{g} \right\}.$

Практическое задание 3

Заданы функции принадлежности лексической переменной «возраст» стандартного вида (I-IV) (рис. 1.19).

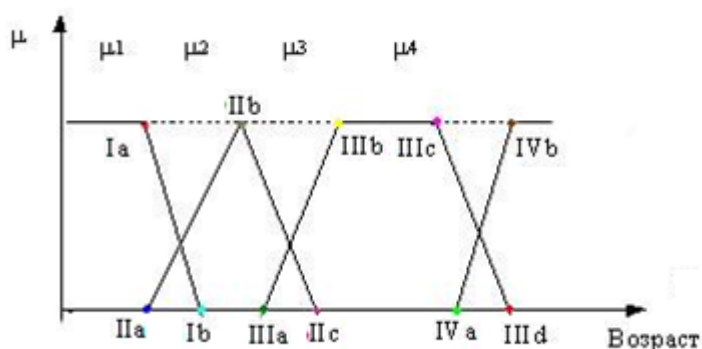


Рис. 1.19. Исходные параметры функций принадлежности

Выполнить операций над заданной в варианте парой функций принадлежности и выразить результат графически (например, используя возможности программы Excel).

Варианты заданий:

1. Юный ($Ia = 15; Ib = 20$); Молодой ($IIa = 13; IIb = 33; IIc = 53$).
2. Молодой ($IIa = 13; IIb = 33; IIc = 53$); Пожилой ($IIIa = 41; IIIb = 45; IIIc = 55; IIId = 65$).
3. Пожилой ($IIIa = 41; IIIb = 45; IIIc = 55; IIId = 65$); Старый ($IVa = 50; IVb = 60$).
4. Юный ($Ia = 13; Ib = 20; IIc = 25$); Молодой ($IIa = 13; IIb = 33; IIc = 53$).
5. Молодой ($IIIa = 20; IIIb = 25; IIIc = 30; IIId = 35$); Пожилой ($IIIa = 41; IIIb = 45; IIIc = 55; IIId = 65$).
6. Пожилой ($IIa = 45; IIb = 50; IIc = 55$); Старый ($IVa = 50; IVb = 60$).
7. Молодой ($Ia = 15; Ib = 50$); Старый ($IVa = 40; IVb = 75$).
8. Юный ($Ia = 16; Ib = 21$); Молодой ($IIa = 13; IIb = 33; IIc = 43$).

9. Молодой ($IIa = 18$; $IIb = 25$; $IIc = 43$); Пожилой ($IIIa = 41$; $IIIb = 44$; $IIIc = 55$; $IIId = 55$).
10. Пожилой ($IIIa = 41$; $IIIb = 45$; $IIIc = 55$; $IIId = 65$); Старый ($IVa = 50$; $IVb = 60$).
11. Юный ($IIa = 15$; $IIb = 18$; $IIc = 22$); Молодой ($IIa = 12$; $IIb = 30$; $IIc = 40$).
12. Молодой ($IIIa = 19$; $IIIb = 27$; $IIIc = 35$; $IIId = 40$); Пожилой ($IIIa = 38$; $IIIb = 46$; $IIIc = 57$; $IIId = 66$).
13. Пожилой ($IIa = 47$; $IIb = 48$; $IIc = 55$); Старый ($IVa = 50$; $IVb = 60$).
14. Молодой ($Ia = 16$; $Ib = 36$); Старый ($IVa = 35$; $IVb = 75$).
15. Юный ($IIa = 3$; $IIb = 11$; $IIc = 19$); Молодой ($IIa = 3$; $IIb = 23$; $IIc = 43$).

Практическое задание 4

Пусть универсальное множество U представляет собой множество дисциплин, преподаваемых на направлении подготовки «Бизнес-информатика». Переменная u , принимающая значения на этом множестве, интерпретируется как дисциплина.

$U = \{\text{«Программирование»}, \text{«Дискретная математика»}, \text{«История»}, \text{«Операционные системы»}, \text{«Базы данных»}\}$

- 1) Определить значения функции принадлежности нечетких переменных:
 A – «пригодится в работе» анкетным методом нормирования;
 B – «сложная дисциплина» методом попарных сравнений.
- 2) Найти объединение, пересечение и дополнение данных множеств, определите их семантический смысл.

Практическое задание 5

Разработать лингвистические переменные, определив значения функций принадлежности одним из рассмотренных методов.

Представьте приближенное к полученным данным аналитическое описание.

Варианты заданий:

1. Местоположение квартиры (по отношению к центру города)
2. Стоимость квартиры.
3. Длительность работы банка
4. Надежность банка.
5. Доход клиента
6. Доверие клиенту.
7. Размер квартиры
8. Надежность фирмы.
9. Возраст человека.
10. Вероятность получения работы.
11. Срок годности продукта.
12. Цена автомобиля.
13. Загруженность компьютерной сети.
14. Ожидаемая урожайность.
15. Количество выпавших осадков.

Практическое задание 6

Задание 1

Изучите ход нечеткого моделирования оценки рыночной стоимости недвижимости г. Магнитогорска и осуществите реализацию модели в PTC MathcadExpress.

Общая логика нечеткого моделирования включает четыре этапа:

1. Введение нечеткости (фазификация). На данном этапе осуществляется разработка входных и выходных лингвистических переменных.

2. Нечеткий вывод. Вычисленное значение истинности для предпосылок каждого правила применяется к заключениям правил. Это дает нечеткое подмножество для переменной вывода каждого правила.

3. Композиция. Все нечеткие подмножества, определенные для каждой переменной вывода (во всех правилах), объединяются вместе и формируют одно нечеткое подмножество для каждой переменной вывода.

4. Приведение к четкости или скаляризация (дефазификация) результата композиции, т.е. переход от нечеткого подмножества к скалярным значениям. При этом скаляризация может проводиться различными методами, например, расчетом «центра тяжести» или первого максимума.

На первом этапе были получены входные («Площадь квартир», «Привлекательность района») и выходная («Стоимость квартиры») лингвистические переменные.

Проанализировав данные на сайте недвижимости города Магнитогорска (citystar.ru), был выведен диапазон площади однокомнатных квартир, который находится в интервале от 18 м² до 50 м², посредством частотного анализа по результатам опроса респондентов установлены значения функции принадлежности для нечетких переменных «малая» ($sq_{малая}(x)$), «средняя» ($sq_{средняя}(x)$) и «большая» ($sq_{большая}(x)$) площадь.

На основе анализа информации сайта «Ситистар» были выделены пять условных районов (0-левый берег, 1-отдаленные микрорайоны правого берега; 2-микрорайоны Орджоникидзевского района на правом берегу, 3-Правобережный; 4 – Ленинский район (центр)), которые с позиций привлекательности проживания образуют три нечетких переменных «неудобный» ($r_{неудобный}(k)$), «хороший» ($r_{хороший}(k)$), «престижный» ($r_{престижный}(k)$).

Лингвистическая переменная «Стоимость квартиры» включает три нечеткие переменные «низкая», «средняя» и «высокая» стоимости. Функции принадлежности были определены посредством частотного анализа соответствующего опроса, формулы описания нечетких подмножеств лингвистической переменной «Стоимость квартиры»:

$$v_l(v) = \begin{cases} 1, & \text{если } v < 0.7; \\ \frac{(1-v)}{0.3}, & \text{если } 0.7 \leq v \leq 1; \\ 0, & \text{если } v > 1. \end{cases}$$
$$v_m(v) = \begin{cases} 0, & \text{если } (0.7 > v) \text{ и } (v > 1); \\ \frac{(v-0.7)}{0.3}, & \text{если } 0.7 \leq v < 1; \\ \frac{(1.2-v)}{0.2}, & \text{если } 1 \leq v \leq 1.2; \\ 0, & \text{если } v < 1; \end{cases}$$
$$v_h(v) = \begin{cases} \frac{(v-1)}{0.2}, & \text{если } 1 \leq v < 1.2; \\ 1, & \text{если } v \geq 1.2. \end{cases}$$

Лингвистическая переменная «Площадь квартиры» также включает три нечеткие переменные: «низкая», «средняя» и «высокая» стоимости, формулы описания нечетких подмножеств:

$$t_l(t) = \begin{cases} \frac{30-t}{12}, & \text{если } 18 < t < 30; \\ \text{иначе } 0 & \\ \frac{t-18}{12}, & \text{если } 18 \geq t \geq 30; \end{cases}$$

$$t_m(t) = \begin{cases} \frac{40-t}{10}, & \text{если } 30 \leq t \leq 40; \\ \frac{(v-28)}{2}, & \text{если } 28 \leq v < 30; \\ \text{иначе } 0 & \end{cases}$$

$$t_h(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } v < 36; \\ \frac{(t-36)}{4}, & \text{если } 36 \leq v < 40; \\ 1, & \text{если } v \geq 40 \end{cases}$$

Лингвистическая переменная «Привлекательность района», как и две предыдущие включает три нечеткие переменные: «низкая», «средняя» и «высокая» стоимости, формулы описания нечетких подмножеств:

$$r_l(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } n \leq 1; \\ \text{иначе } 0 & \\ 2-n, & \text{если } 1 < n \leq 2 \\ 0.7, & \text{если } n = 2; \end{cases}$$

$$r_m(n) = \begin{cases} 0.3n + 0.1, & \text{если } 2 < n \leq 3 \\ \text{иначе } 0 & \end{cases}$$

$$r_h(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } v < 3; \\ \frac{(n-2)}{2}, & \text{если } 3 \leq n < 4; \\ 1, & \text{если } n \geq 4 \end{cases}$$

Далее были установлены следующие правила:

1. Если площадь квартиры маленькая или район неудобный, значит ее цена низкая.
2. Если площадь квартиры средняя или район хороший, значит ее цена средняя.
3. Если площадь квартиры большая или район престижный, значит ее цена высокая.

В качестве алгоритма вывода был выбран классический алгоритм Мамдани. Итоговое нечеткое подмножество для переменной вывода «Стоимость квартиры» с функцией принадлежности определяется формулой:

$$\mu_{\Sigma} = c1(z) + c2(z) + c3(z),$$

где $c1(z), c2(z), c3(z)$ - найденные усеченные функции, полученные в соответствии с введенными правилами.

$$c1(z) = \min(\max(a1, b1), s_{\text{низкая}}(z)),$$

где $\max(a1, b1)$ – уровень отсечения функции принадлежности выходной переменной, $a1, b1$ – значения функций принадлежности $sq_{\text{малая}}(x)$, $r_{\text{неудобный}}(k)$, соответствующие значениям входных параметров.

$$c2(z) = \min(\max(a2, b2), s_{\text{средняя}}(z)),$$

где $\max(a2, b2)$ – уровень отсечения функции принадлежности выходной переменной,

$a2, b2$ – значения функций принадлежности $sq_{\text{средняя}}(x)$, $r_{\text{хороший}}(k)$, соответствующие значениям входных параметров.

$$c3(z) = \min(\max(a3, b3), s_{\text{высокая}}(z)),$$

где $\max(a3, b3)$ – уровень отсечения функции принадлежности выходной переменной,

$a3, b3$ – значения функций принадлежности $sq_{большая}(x)$, $r_{престижный}(k)$, соответствующие значениям входных параметров

Дефазификация осуществлялась на основе метода «центра тяжести».

Касаясь возможной программной реализации решения поставленной задачи, отметим следующее. В настоящее время на рынке программного обеспечения существует целый ряд специальных средств, поддерживающих аппарат нечеткой логики.

Для решения поставленной задачи был выбран универсальный математический пакет Mathcad, а точнее его свободно распространяемая версия (PTC MathcadExpress).

Ниже на рисунках представлен фрагменты листинга программы в Mathcad, демонстрирующий этап дефазификации, для оценки стоимости однокомнатной квартиры с площадью 36 м² в трех районах города (см. рис. 20).

Таким образом мы получаем, что цена квартиры w_0 с площадью 36 м² на левом берегу равна 956 тыс. рублей, в микрорайонах Орджоникидзевского района на правом берегу - 1,216 млн. рублей, в Ленинском районе (центр) 1,253 млн. рублей.

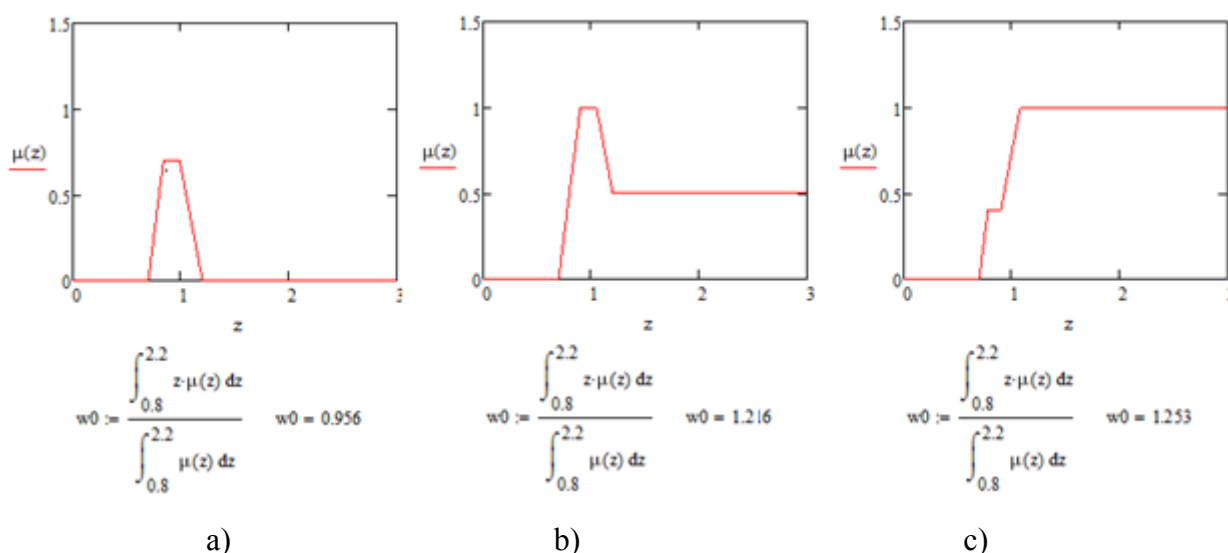


Рис. 20. Пример расчета стоимости квартиры площадью 36 м² в разных районах г. Магнитогорска (а) – левый берег; б) - микрорайоны Орджоникидзевского района на правом берегу; с) – Ленинский район (центр)).

Задание 2

1. Сформулируйте задачу и выполните нечеткий вывод для выбранных названий лингвистических переменных из списка ниже с использованием алгоритмов Мамдани и Ларсена в математическом пакете PTC MathcadExpress.

2. Сравните полученные по двум алгоритмам результаты.

3. Добавьте еще одну входную лингвистическую переменную, оцените результат.

Варианты названий входной и выходной лингвистической переменной:

1. Местоположение квартиры (по отношению к центру города), Стоимость квартиры.
2. Длительность работы банка, Надежность банка.
3. Доход клиента, Доверие клиенту.
4. Размер квартиры, Стоимость квартиры.
5. Капитал фирмы, Надежность фирмы.

6. Возраст человека, Вероятность получения работы.
7. Срок годности продукта, Объем его закупки.
8. Цена автомобиля, Объем продаж.
9. Качество товара, Объем продаж.
10. Качество товара, Срок службы.
11. Срок исполнения заявки, Приоритет заявки.
12. Скорость движения, Вероятность ДТП.
13. Качество товара, Срок гарантии.
14. Возраст автомобиля, Страховой риск (в баллах по 5-балльной шкале).
15. Возраст водителя, Страховой риск (в баллах по 5-балльной шкале).
16. Сложность ремонта (в баллах по 10-балльной шкале), Время ремонта (в днях).
17. Загруженность компьютерной сети, Время реакции сети (время передачи).
18. Загруженность компьютерной сети, Вероятность доставки сообщения.
19. Близость препятствия, Скорость движения.
20. Возраст прибора, Надежность прибора.
21. Температура воздуха в теплице, Время проветривания теплицы.
22. Возраст дерева, Ожидаемая урожайность.
23. Количество выпавших осадков, Ожидаемая урожайность.
24. Максимальная скорость автомобиля, Страховой риск (в баллах по 5-балльной шкале).
25. Опыт работы специалиста (в годах), Вероятность получения работы.

Практическое задание 7

Оценка качества разработанных моделей

Так как для построения модели, основанной на нечеткой логике, был использован пакет общего назначения, не дающий никаких дополнительных возможностей по оценке качества модели, необходимо проработать этот вопрос отдельно.

Модель считается хорошей со статистической точки зрения, если она адекватна и достаточно точна.

Оценка качества модели подразумевает проверку ее достоверности или адекватности. Эта проверка заключается в определении степени соответствия модели некому реальному процессу. Адекватность модели проверяется путем статистического тестирования.

Понятия достоверности и адекватности являются условными, поскольку мы не можем рассчитывать на полное соответствие модели реальному объекту, иначе это был бы сам объект, а не модель. Поэтому в процессе моделирования следует учитывать адекватность не модели вообще, а именно тех ее свойств, которые являются существенными с точки зрения проводимого исследования.

Проверка адекватности модели реальному явлению является важным этапом прогнозирования социально - экономических процессов. Для этого исследуют ряд

остатков $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$, т.е. отклонения расчетных значений от фактических данных.

Для оценки адекватности построенных моделей исследуются свойства остаточной компоненты, т.е. расхождения уровней, рассчитанных по модели, и фактических наблюдений. Наиболее важными свойствами остаточной компоненты являются независимость уровней ряда остатков, их случайность и соответствие нормальному закону распределения. Популярны в оценке качества модели и графические методы, такие как диаграммы рассеяния и графики.

В настоящей работе для расчета ошибок будем использовать среднеквадратичную и максимальную ошибки.

Абсолютная ошибка для примера i , рассчитывается по формуле:

$$S_i = |x_i - x'_i|,$$

где x'_i – значение выходного параметра, сформированное моделью, x_i – эталонное выходное значение.

Среднеквадратичная ошибка по всей выборке:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x'_i)^2}{n - 1}},$$

где n – количество примеров в выборке.

Максимальная ошибка:

$$S_{max} = \max(S_i).$$

Для вычисления среднеквадратичной погрешности была сформирована выборка 10 однокомнатных квартир:

- Район;
- Площадь;
- Стоимость реальная, тыс. руб. (x_i);
- Стоимость расчётная, тыс. руб. (x'_i).

Первоначальный анализ качества модели показал, что необходима калибровка модели. Далее в табл.3-5 представлены данные после калибровки модели.

Таблица 3

Расчетная таблица оценки стоимости однокомнатной квартиры
на основе алгоритма Мамдани

Номер	Район	Площадь	Стоимость реальная, тыс. руб. (x_i)	Стоимость рассчитанная , тыс. руб. (x'_i)	S_i
1	3	44	1460	1507	47
2	2	35	1030	1074	44
3	1	21	820	874	54
4	3	33	1380	1342	38
5	3	42	1280	1314	34
6	2	40	1200	1232	32
7	1	22	940	942	2
8	2	30	910	938	28
9	3	44	1500	1488	12
10	2	33	1280	1249	31

По алгоритму Мамдани:

$S = 35,46$ тыс.руб.

$S_{max} = 54$ тыс.руб.

Таблица 3

Расчетная таблица оценки стоимости однокомнатной квартиры на основе алгоритма Ларсена

№	Район	Площадь	Стоимость реальная, тыс.руб (x_i)	Стоимость рассчитанная, тыс. руб. (x'_i)	S_i
1	3	44	1460	1510	50
2	2	35	1030	1082	52
3	1	21	820	868	48
4	3	33	1380	1394	14
5	3	42	1280	1322	42
6	2	40	1200	1242	42
7	1	22	940	987	47
8	2	30	910	906	4
9	3	44	1500	1503	3
10	2	33	1280	1338	58

По алгоритму Ларсена:

 $S = 41,02$ тыс.руб. $S_{\max} = 58$ тыс.руб.

Таблица 3

Расчетная таблица оценки стоимости однокомнатной квартиры на основе алгоритма Сугено

Номер	Район	Площадь	Стоимость реальная, тыс. руб. (x_i)	Стоимость рассчитанная, тыс. руб. (x'_i)	S_i
1	3	44	1460	1524	64
2	2	35	1030	1083	53
3	1	21	820	975	155
4	3	33	1380	1330	50
5	3	42	1280	1322	42
6	2	40	1200	1242	42
7	1	22	940	1021	81
8	2	30	910	1008	98
9	3	44	1500	1623	123
10	2	33	1280	1347	67

По алгоритму Сугено:

 $S = 85,29$ тыс.руб. $S_{\max} = 155$ тыс.руб.

По результатам анализа качества вывода, лучшим была признана модель с реализацией алгоритма Мамдами (незначительно хуже модель с алгоритмом Ларсена). В результате расчетов по данному алгоритму была получена погрешность в размере 35,46 тыс. рублей, что является допустимым, поскольку данная сумма может стать предметом торга.

Задание

Оцените качество своих моделей, построенных в рамках практического задания 6.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое нечеткое множество, нечеткая переменная и лингвистическая переменная? Какова связь между этими понятиями?

2. Какие методы определения функций принадлежности вы знаете?
3. Что представляет собой нечеткое правило?
4. Назовите этапы процесса нечетких выводов.
5. Какие операции используются для композиции нечетких множеств?
6. Какие используются способы скаляризации (дефазификации)?
7. Опишите алгоритм Мамдани.
8. Опишите алгоритм Цукамото.
9. Опишите алгоритм Сугено.
10. Опишите алгоритм Ларсена.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Борисов, В. В. Нечеткие модели и сети [Электронный ресурс] / В.В. Борисов, В. В. Круглов, А.С. Федулов. – 2-е изд., стереотип. — М. : Горячая линия–Телеком, 2012 г. — 284 с. — Режим доступа: <http://ibooks.ru/reading.php?productid=333368> — ISBN 978-5-9912-0283-1
2. Галушкин, А. И. Нейронные сети: основы теории [Электронный ресурс] / А.И. Галушкин. — М. : Горячая линия–Телеком, 2012 г. — 496 с. — Режим доступа: <http://ibooks.ru/reading.php?productid=333386> — ISBN 978-5-9912-0082-0
3. Джейн, Анил К. Введение в искусственные нейронные сети / Анил К. Джейн, Мао Жианчанг, К.М. Моиуддин // Открытые системы. – 1997. – № 4. – С. 16 – 24.
4. Заде, Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений /Л.А.Заде.- М.:Мир, 1976.-165 с
5. Круглов, В. В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Голунов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 224 с.
6. Лабораторный практикум по нейронным сетям [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.LbAi.ru>.
7. Миркес, Е. М. Нейроинформатика : учеб.пособие для студентов / Е. М. Миркес. – Красноярск : ИПЦ КГТУ, 2002. – 347 с.
8. Миркес, Е. М. Нейрокомпьютер. Проект стандарта / Е. М. Миркес. – Новосибирск : Наука : Сибирская издательская фирма РАН, - 1998.
9. Осовский, С. Нейронные сети для обработки информации [Текст] / С. Осовский ; Пер. с пол. И. Д. Рудинского. - М. : Финансы и статистика, 2004. - 343 с. - Библиогр.: с. 330-339. - ISBN 5-279-02567-4 : 236-00.
10. Пермская научная школа искусственного интеллекта [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.PermAi.ru>.
11. Пивкин, В. Я. Нечеткие множества в системах управления : учеб.пособие [Электронный ресурс] / В. Я. Пивкин, Е. П. Бакулин, Д. И. Кореньков ; под ред. проф. Ю. Н. Золотухина. – Режим доступа: <http://www.vivivi.ru/best/Nechetkie-mnozhestva-v-sistemakh-upravleniya-ref41397.html>
12. Прикладные нечеткие системы : пер. с япон. / К. Асаи и др. ; под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. – М. : Мир, 1993. – 368 с.
13. Применение нейронных сетей для решения задач классификации, аппроксимации функции и прогнозирования с помощью аналитического пакета Deductor. Методические указания к лабораторным работам по курсу «Системы искусственного интеллекта» /Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост.: Е.А.Макарова, Габдуллина Э.Р. – Уфа, 2013.
14. Программирование искусственного интеллекта в приложениях [Текст] / М. Т. Джонс ; пер. с англ. Осипов А. И. - М. : ДМК, 2006. - 311 с. - Библиогр. в конце гл. - ISBN 5-94074-275-0 : 247-00.
15. Романов, В. П. Интеллектуальные информационные системы в экономике [Текст] : учеб.пособие для вузов / В. П. Романов ; под ред. Н. П. Тихомирова. - 2-е изд., стер. - М. : Экзамен, 2007. - 494 с. - (Учебник Плехановской академии). - Библиогр.: с. 476-479. - ISBN 5-377-00090-0 : 298-00.
16. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы [Электронный ресурс] / Д.Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. — М. : Горячая линия–Телеком, 2013 г. — 384 с. — Режим доступа : <http://ibooks.ru/reading.php?productid=334029> — ISBN 978-5-9912-0320-3
17. Смагин, А.А. Интеллектуальные информационные системы : учебное пособие / А. А. Смагин, С. В. Липатова, А. С. Мельниченко. – Ульяновск :УлГУ, 2010. – 136 с.

18. Сосинская, С.С. Представление знаний в информационной системе. Методы искусственного интеллекта и представления знаний [Текст]: учеб.пособие / С. С. Сосинская. - Старый Оскол : ООО "ТНТ", 2011. - 216 с.. - ISBN 978-5-94178-254-3 : 280-00.
19. Уоссерман, Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика : пер. с англ. / Ф. Уоссермен. – 1992. – 118 с.
20. Фролов, А. А. Нейронные модели ассоциативной памяти [Текст] / А. А. Фролов, И. П. Муравьев ; отв. ред. У. Г. Гасанов . - М. : Наука, 1987. - 161 с. - Библиогр.: с. 155-160. - 1-70.
21. Штовба, С. Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику [Электронный ресурс] / С. Д. Штовба. – Режим доступа: <http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/index.php>
22. Ясницкий Л.Н. Пермская школа искусственного интеллекта и её инновационные проекты / Кол. авт.: Л.Н. Ясницкий, В.В. Бондарь, С. Н. Бурдин,..., Ф.М.Черепанов и др.; под ред. Л.Н. Ясницкого; Перм. отд-ние Научн. совета РАН по методологии искусственного интеллекта; Перм. гос. ун-т.; Перм. Гос. Пед. Ун-т.; Перм. Гос. Техн. Ун-т; Группа компаний ИВС. – Москва-Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. – 76 с.: ил. – 2-е изд., доп.
23. Ясницкий, Л.Н. Введение в искусственный интеллект [Текст] / Л.Н. Ясницкий. – 3 изд.-е., стер. - Москва: Издательский центр «Академия», 2010. – 176 с. - ISBN 978-5-7695-7042-1
24. Grossberg, S. Some networks that can learn, remember and reproduce any number of complicated space-time patterns // Journal of Mathematics and Mechanics. - 1969. – p. 53-91.
25. Kohonen, T. Self-organization and associative memory. 2d ed. - New-York: Springer-Verlag, 1988.
26. McCulloch, W. W. A logical calculus of the ideas imminent in nervous activity. Bulletin of Mathematical Biophysics / W. W. McCulloch, W. A Pitts. - 1943. – p.115-33.¹
27. Minsky M. L. Perceptrons / M. L. Minsky, S. Papert. - Cambridge, MA: MIT Press. - 1969.²
28. Rosenblatt, F. Principles of Neurodynamics / F. Rosenblatt. - New York: Spartan Books. - 1962.³
29. Rumelhart, D. E. Learning internal representations by error propagation / D. E. Rumelhart, G. E Hinton ., R. J. Williams. // In Parallel distributed processing, Cambridge, MA: MIT Press - 1986. - vol. 1. - p. 318-62.
30. Sejnowski, T. J., Rosenberg C. R. Parallel networks that learn to pronounce English text/ T. J.Sejnowski, C. R.Rosenberg.//Complex Systems. - 1987. - p.145-68.

¹ Русский перевод: Маккаллоу У.С., Питтс У. Логическое исчисление идей, относящихся к нервной деятельности. Автоматы. – М.: ИЛ, – 1956

² Русский перевод: Минский М. Л., Пейперт С. Перцептроны. – М.: Мир, – 1971.

³ Русский перевод: Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики. – М: Мир. – 1965.

Учебное текстовое электронное издание

Курзаева Любовь Викторовна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ
В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ
ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ И ПРОЦЕССАМИ**

Учебное пособие

0,77 Мб

1 электрон. опт. диск

г. Магнитогорск, 2017 год

ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»

Адрес: 455000, Россия, Челябинская область, г. Магнитогорск,
пр. Ленина 38

ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»

Кафедра бизнес-информатики и информационных технологий

Центр электронных образовательных ресурсов и
дистанционных образовательных технологий

e-mail: ceor_dot@mail.ru